УДК 629.7.05

Ю. С. Краснов

МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ НАВИГАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ НА БОРТУ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Рассматривается задача оптимизации программы навигационных измерений на борту космического аппарата. Предложен метод ее решения, построенный на базе вычислительной схемы Розенброка и включающий процедуру случайного поиска для детального исследования окрестности точки, подозрительной на экстремум. Приводятся результаты расчетов для различных величин эксцентриситета орбиты космического аппарата и навигационных параметров: двух углов „звезда — горизонт Земли“ и углового диаметра Земли.

Ключевые слова: *система автономной навигации космических аппаратов, планирование навигационных измерений, метод оптимизации программ измерений.*

Введение. Эффективность применения орбитальных космических средств во многом определяется качеством управления движением космических аппаратов (КА) на всех этапах полета. Среди многообразия задач, решаемых в процессе управления движением КА, одной из важнейших является задача навигации. С учетом современных требований к автономности функционирования КА задачу навигации следует решать с использованием методов и систем автономной навигации (САН).

Несмотря на значительные успехи, достигнутые в этом направлении, один важный аспект применения САН до сих пор остается без должного внимания: не учитывается тот факт, что значения первичных навигационных параметров, измеренные в различных орбитальных положениях КА, обладают, в общем случае, различной информативностью, т.е. по-разному влияют на точность определения траектории КА. Поэтому значительный научный интерес и высокую практическую значимость представляет определение таких участков орбиты КА, проведение навигационных измерений на которых позволит достичь наибольшей точности определения траектории его реального полета.

Постановка задачи. Рассмотрим КА, совершающий свободный орбитальный полет в нормальном гравитационном поле Земли и оборудованный системой автономной навигации, решающей задачу определения орбиты на основе измерения и обработки значений следующих первичных навигационных параметров: два угла „звезда — горизонт Земли“ (Φ_1, Φ_2) и угловой диаметр Земли (d). Навигационными астроориентирами служат две звезды, линии визирования которых перпендикулярны. Такая схема расположения звезд, как показано в работе [1], обеспечивает наибольшую точность решения задачи навигации. Движение КА будем рассматривать в абсолютной геоцентрической экваториальной системе координат. Используемые в расчетах исходные данные представлены ниже.

Параметры опорной орбиты КА

Высота перицентра, км	1000
Наклонение орбитальной плоскости, …°	60
Долгота восходящего узла, …°	30
Аргумент перицентра, …°	90
Эксцентриситет	0—0,9*
Момент нахождения в перицентре, с	0

* Диапазон значений эксцентриситета орбиты КА задан в интересах исследования его влияния на результаты оптимизации программы бортовых навигационных измерений.

Параметры системы автономной навигации

Направляющие косинусы навигационных звезд:

звезда, находящаяся в плоскости орбиты, ... $a_1^0 = -0,25;\ b_1^0 \approx 0,433;\ c_1^0 \approx 0,866$

звезда, находящаяся в полюсе орбиты, ... $a_2^0 \approx 0,433;\ b_2^0 = -0,75;\ c_2^0 = 0,5$

Среднеквадратические ошибки бортовых измерительных средств*:

σ_{Φ_1} .... 5,2′

σ_{Φ_2} .... 5,2′

σ_d .... 1,5′

Навигационный интервал .... $T \approx 6801,65$ с (период обращения КА)

Общее число навигационных сеансов 100

Минимальная величина шага между моментами измерений, с 5

В качестве действующих на КА возмущающих факторов будем учитывать нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. При этом в разложении гравитационного потенциала ограничимся, помимо центральной составляющей, второй и четвертой зональными гармониками, а также примем широко используемое в космической баллистике допущение о неподвижности слоев атмосферы относительно вращающейся Земли.

Необходимые расчетные соотношения представлены в работах [2—5]. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений возмущенного движения КА воспользуемся методом Адамса — Башфорта — Моултона [6].

Ошибки бортовых навигационных измерений будем полагать не содержащими систематических составляющих случайными величинами, подчиненными нормальному многомерному закону распределения [7, 8]. В целях упрощения предположим наличие лишь автокорреляционной зависимости случайных ошибок измерений.

Метод решения оптимизационной задачи. Для решения навигационной задачи сформированная на протяжении витка орбиты совокупность результатов измерений

$$\hat{\mathbf{\Theta}} = \left[\hat{\mathbf{\Theta}}_1^T, \hat{\mathbf{\Theta}}_2^T, \ldots, \hat{\mathbf{\Theta}}_i^T, \ldots, \hat{\mathbf{\Theta}}_N^T \right]^T,\ \hat{\mathbf{\Theta}}_i^T = \left[\Phi_1^{t_i}, \Phi_2^{t_i}, d^{t_i} \right]$$

подвергается статистической обработке методом максимального правдоподобия [1, 7, 8]. Корреляционная матрица ошибок определения орбиты КА может быть рассчитана по формуле

$$K_{\hat{q}_0} = \left(W^T K_{\hat{\mathbf{\Theta}}}^{-1} W \right)^{-1}, \tag{1}$$

где $W = \partial \hat{\mathbf{\Theta}} / \partial \mathbf{q}_0$ — матрица частных производных измеряемых функций по определяемым параметрам орбиты КА, отнесенным к началу текущего навигационного интервала ($t_0 = 0$); $\mathbf{q}_0 = \left[x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0 \right]^T$ — вектор определяемых параметров.

Матрица баллистических производных $B(t_i, t_0) = \left(\partial \mathbf{q} / \partial \mathbf{q}_0 \right)_{t=t_i}$, необходимая для вычисления матрицы W, рассчитывается численным методом конечных разностей, изложенным в работе [3].

В качестве показателя точности автономной навигации целесообразно использовать позиционный след корреляционной матрицы (1), выражающий сумму дисперсий ошибок определения координат центра масс КА. Введем в рассмотрение вектор-программу бортовых навигационных измерений

$$\mathbf{t} = \left[t_1, t_2, \ldots, t_i, \ldots, t_N \right]^T. \tag{2}$$

* Заданные значения среднеквадратических ошибок соответствуют техническим характеристикам современных оптико-электронных приборов, разрабатываемых для космической навигации.

Суть рассматриваемой в настоящей статье оптимизационной задачи заключается в определении такой программы бортовых навигационных измерений (2), которая обеспечивает максимальную точность автономного определения орбиты. Используя введенный показатель точности автономной навигации, сформируем целевую функцию, подлежащую минимизации:

$$F(\mathbf{t}) = K_{\hat{q}_0}(1,1) + K_{\hat{q}_0}(2,2) + K_{\hat{q}_0}(3,3) = \sigma_{x_0}^2 + \sigma_{y_0}^2 + \sigma_{z_0}^2 . \quad (3)$$

Определим область допустимых значений переменных задачи оптимизации, для чего обратимся к следующим очевидным положениям:

— все бортовые измерения выполняются на заданном навигационном интервале;

— в связи с ограниченной производительностью бортовых измерительных средств должно быть задано ограничение на предельную плотность измерений на навигационном интервале.

Отсюда следует, что область допустимых значений переменных может быть задана системой ограничений-неравенств

$$D = \left\{ \mathbf{t}:\ t_0 < t_i < t_0 + \tau_{\text{н}},\ t_i - t_{i-1} \ge \Delta t_{\min} \right\},\quad i = \overline{1, N}, \quad (4)$$

где $\tau_{\text{н}}$ — длительность навигационного интервала; $\Delta t_{\min}$ — минимальная величина шага между моментами измерений.

Используя соотношения (3), (4), получаем следующую математическую модель оптимизации программы бортовых навигационных измерений:

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{t}^* = \arg\min_{\mathbf{t}\in D} F(\mathbf{t}), \\ &D = \left\{ \mathbf{t}:\ t_0 < t_i < t_0 + \tau_{\text{н}},\ t_i - t_{i-1} \ge \Delta t_{\min} \right\},\quad i = \overline{1, N}. \end{aligned}\right\}$$

Результаты оптимизации. Предварительный анализ поставленной оптимизационной задачи демонстрирует ее сложность, обусловленную трудноисследуемой неявной зависимостью точности автономной навигации КА от программы бортовых измерений и большим числом управляемых переменных, образующих эту программу. Действительно, не представляется возможным выразить заданную целевую функцию (3) в виде конечной формулы, пригодной для анализа и оптимизационного исследования. Допустимо лишь построение сложного вычислительного алгоритма, позволяющего рассчитывать и оценивать ее значения. Все это указывает на необходимость решения подобного рода оптимизационных задач с помощью численных методов, в основе своей не связанных с дифференцированием целевой функции и функций системы ограничений.

Для решения задачи оптимизации был применен специально разработанный трехэтапный численный метод, построенный на базе известной вычислительной схемы Розенброка [9, 10] и включающий процедуру случайного поиска с редукцией шага для детального исследования окрестности найденной точки, подозрительной на экстремум.

Значения параметров разработанного метода оптимизации, обеспечивающие наибольшую эффективность его применения, найдены эмпирически и представлены в табл. 1.

Таблица 1

Категория	Параметр	Значение
Начальные значения шагов поиска	$\mathbf{h}^0$ — начальные шаги экспериментального поиска по схеме Розенброка	$h_i^0 = 10,\ i = \overline{1, N}$
	R_{hs}^1 — радиус начальной гиперсферы случайного поиска	50
Множители-модификаторы величины шага поиска	α — множитель растяжения при экспериментальном поиске	5
	β — множитель сжатия при экспериментальном поиске	–0,8
	γ — множитель редукции при случайном поиске	0,5

Продолжение табл. 1

Категория	Параметр	Значение
Характеристики окончания вычислений	δ — показатель останова экспериментального поиска	10^{-4}
	ε_1 — показатель останова двухэтапной циклической схемы Розенброка, предел точности минимизации целевой функции	10^{-3}
	ε_2 — показатель останова случайного поиска	10^{-1}

Алгоритм метода оптимизации в виде структурной схемы представлен на рис. 1.

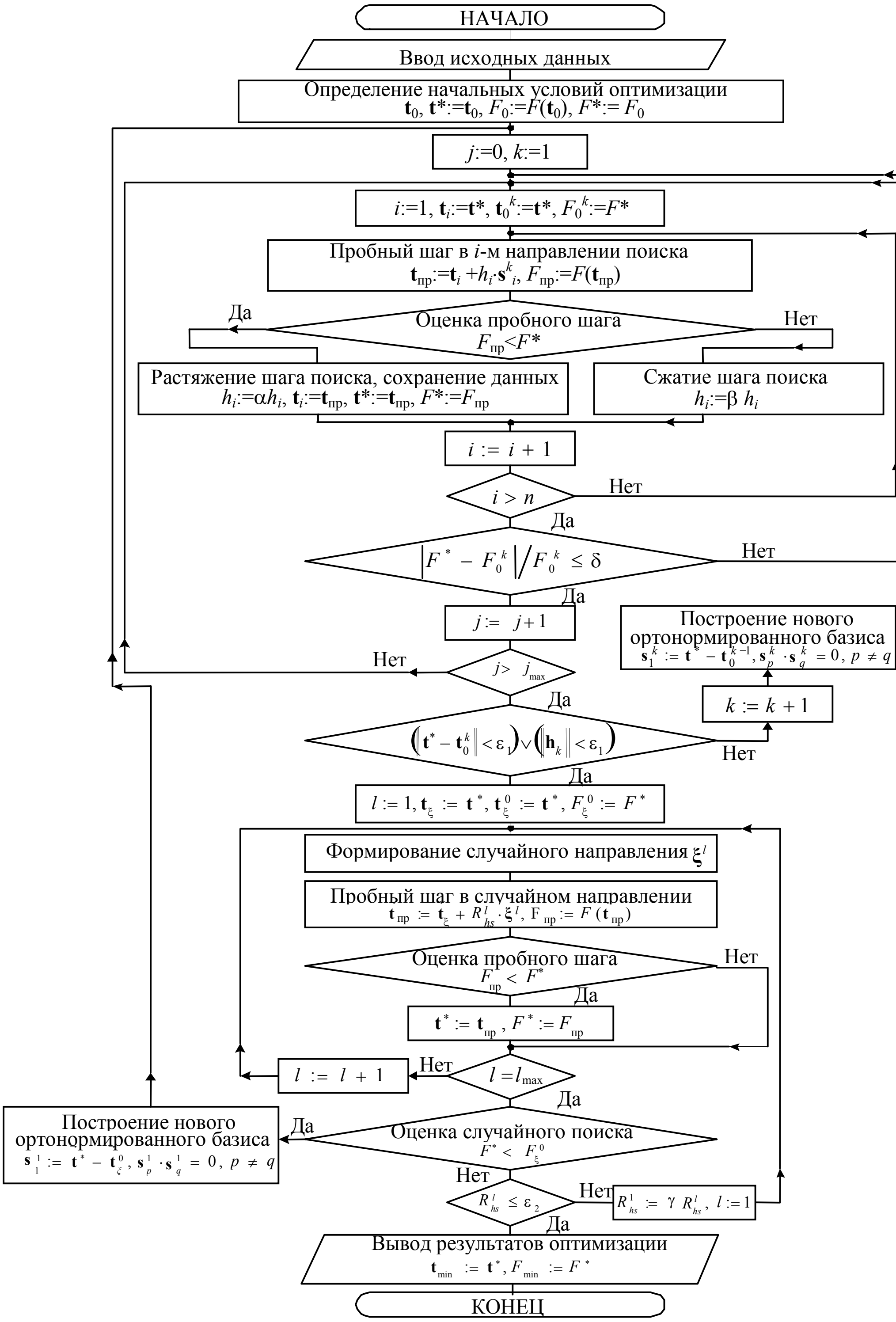

Рис. 1

При реализации алгоритма оптимизации ограничения на переменные учитывались в подпрограмме расчета значений целевой функции с помощью введения „штрафа“ за их нарушение. При выходе за пределы допустимой области (4) целевой функции присваивалось заведомо неоптимальное, очень большое значение (константа Inf в среде MatLab), что приводило к эффективному автоматическому исключению таких значений в процессе поиска оптимума.

Все расчеты по предложенной вычислительной схеме были выполнены с использованием разработанного в среде MatLab [11] специального программного комплекса.

На рис. 2 приведена схема расположения оптимальных мерных участков на круговой и эллиптической орбитах КА при эксцентриситетах: $e = 0$ (*а*), $e = 0{,}3$ (*б*).

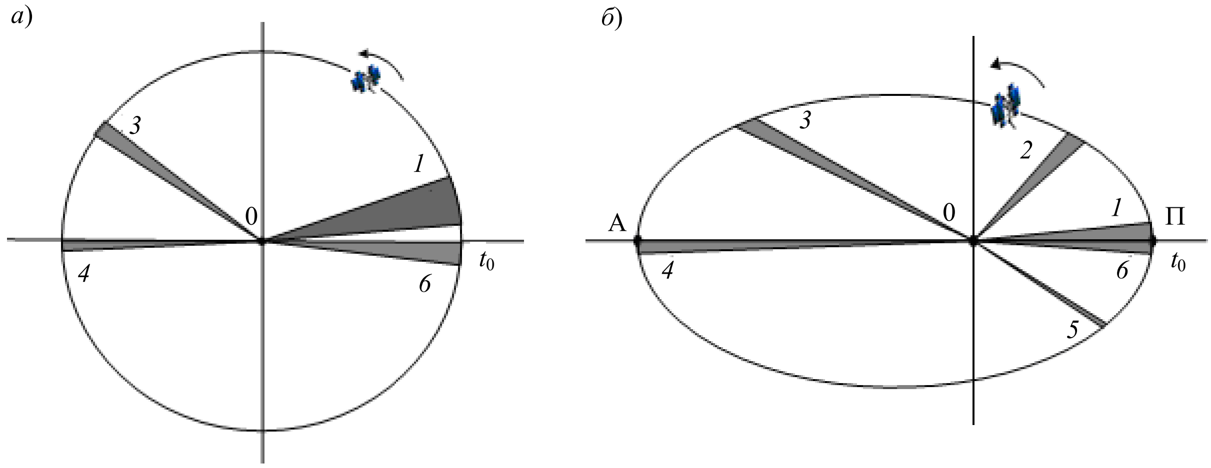

Рис. 2

Как видно из рисунка, оптимальные (заштрихованные) участки занимают малую часть витка орбиты. Они представляют области, в пределах которых для достижения наибольшей точности автономного определения орбиты КА навигационные измерения следует проводить максимально часто. Продолжительные интервалы полета, вследствие их малой информативности для выбранного состава первичных навигационных параметров и используемого метода обработки результатов измерений, вообще не должны быть задействованы. Полученное неравномерное распределение моментов измерений с четко выраженными областями характеризуется преимуществом по точности определения траектории КА в сравнении с широко используемым равномерным распределением.

Расчеты, результаты которых представлены в табл. 2, показали, что длительность измерений, взаимное расположение и число оптимальных мерных участков в значительной степени зависят от эксцентриситета орбиты КА. В табл. 2 приняты следующие обозначения: $\vartheta_{н}$, Δt и n — соответственно начальное значение истинной аномалии, длительность и количество навигационных измерений для каждого оптимального мерного участка.

Таблица 2

Оптимальный участок		**Эксцентриситет**									
		0	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**
1	$\vartheta_{н}$, ...°	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Δt, с	260	220	110	100	70	45	60	30	15	5
	n	53	45	23	21	15	10	13	7	4	2
2	$\vartheta_{н}$, ...°	—	32,8	32,9	33,4	37,5	35	35,8	39,6	42,3	41,9
	Δt, с	—	30	100	115	110	135	120	100	85	60
	n	—	7	21	24	23	28	25	21	18	13
3	$\vartheta_{н}$, ...°	146,9	148,4	157,7	158	162,4	165,2	168,3	171,7	172,7	175,4
	Δt, с	83,6	80	130	131,6	150	220	255	305	330,1	611,1
	n	15	17	27	25	31	45	52	62	67	80

Продолжение табл. 2

Оптимальный участок		Эксцентриситет									
		0	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**
4	$\vartheta_{н}$, …°	180	180	180	180	180	180	180	180	180	—
	Δt, с	35	45	55	65	85	30	5	10	30	—
	n	8	10	12	14	18	7	2	3	7	—
5	$\vartheta_{н}$, …°	—	—	351,3	333,5	320,2	316,5	319,3	319,1	—	—
	Δt, с	—	—	80	25	10	5	5	5	—	—
	n	—	—	17	6	3	2	2	2	—	—
6	$\vartheta_{н}$, …°	353,4	354	—	357,1	357	357,6	358,2	358,5	358,8	358,4
	Δt, с	115	100	—	45	45	35	25	20	15	20
	n	24	21	—	10	10	8	6	5	4	5

Исследуя ошибки навигации по отдельным определяемым параметрам траектории КА, можно установить, что с увеличением эксцентриситета все более сказывается неэффективность равномерного распределения моментов измерений, в то время как использование найденных оптимальных мерных участков позволяет получить увеличивающийся выигрыш в точности: это подтверждается приведенными на рис. 3 графиками зависимости ошибок определяемых параметров от эксцентриситета при равномерном (кривая *1*) и оптимальном (кривая *2*) распределении моментов навигационных измерений.

Существенное влияние оказывает величина эксцентриситета также и на сам процесс оптимизации: в частности, с увеличением значения e заметно уменьшается число итераций поиска, а значит, и общее время вычислений. Это объясняется растущей информационной неравнозначностью различных участков траектории КА, а следовательно, и увеличивающейся кривизной исследуемой целевой функции.

Полученные результаты оптимизации можно оценить с помощью коэффициента, характеризующего относительный выигрыш в точности и рассчитываемого по формуле

$$k_i = \frac{\sigma_{р,q} - \sigma_{опт,\,q}}{\sigma_{р,q}} \cdot 100\,\%, \qquad (5)$$

где $\sigma_{р,q}$, $\sigma_{опт,\,q}$ — среднеквадратические ошибки определения параметров траектории КА при равномерном и оптимальном распределении моментов измерений соответственно; $q = x_0, y_0, z_0$ — индекс оцениваемого параметра.

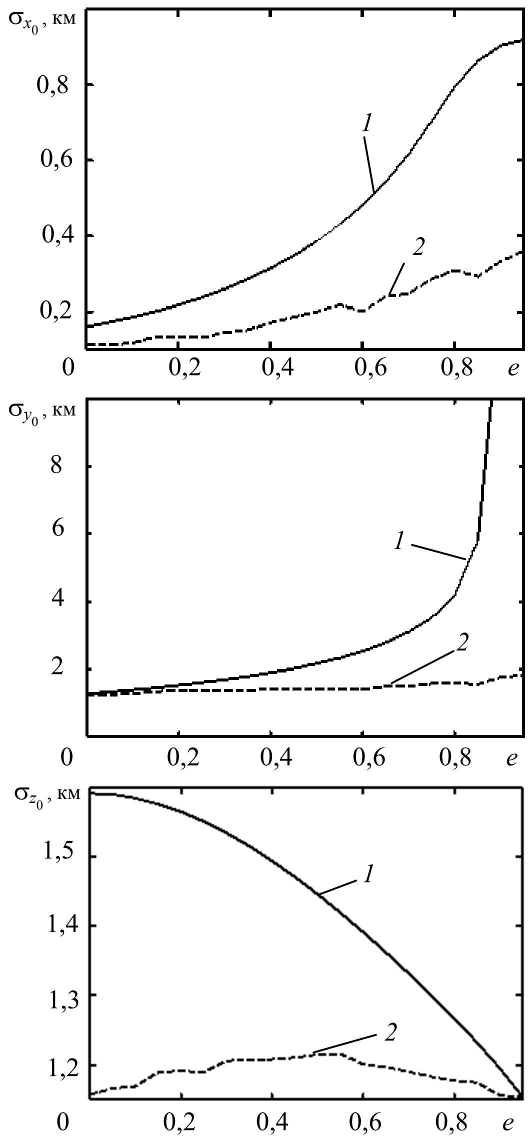

Рис. 3

Выполненные расчеты, результаты которых отражены на рис. 4, показали, что значения коэффициента (5), изменяясь в зависимости от эксцентриситета, всегда остаются положительными, причем по всем оцениваемым параметрам, что однозначно указывает на повышение точности определения траектории КА за счет оптимизации программы бортовых навигационных измерений.

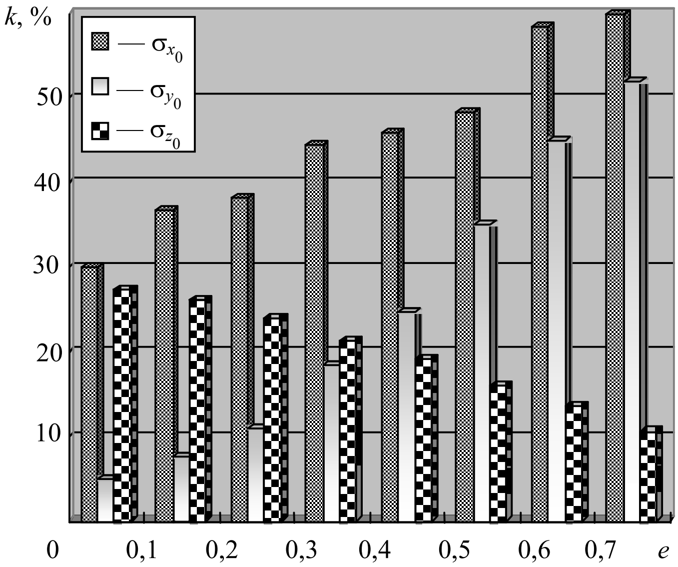

Рис. 4

Заключение. Проведенные исследования показали, что для повышения точности автономного определения орбит КА навигационные измерения следует производить не равномерно с заданным шагом (как это принято и рекомендовано разработчиками САН), а группировать в мерные участки, количество, взаимное расположение и длительность которых существенным образом зависят от параметров орбиты КА.

Представленный метод оптимизации программы бортовых навигационных измерений может быть применен на стадии баллистического проектирования полета КА различного целевого назначения, использующих автономный и ограниченно автономный принципы управления движением. Одним из достоинств метода, важных для его практического использования, является простота программной реализации на существующих в настоящее время вычислительных средствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Порфирьев Л. Ф., Смирнов В. В., Кузнецов В. И.* Аналитические оценки точности автономных методов определения орбит. М.: Машиностроение, 1987.
2. Основы теории полета космических аппаратов / Под ред. *Г. С. Нариманова* и *М. К. Тихонравова*. М.: Машиностроение, 1972.
3. *Эльясберг П. Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965.
4. *Голяков А. Д., Лукашевский А. А., Смирнов В. В.* Системы навигации космических аппаратов. СПб.: МО РФ, 2003.
5. *Аким Э. Л., Энеев Т. М.* Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космические исследования. 1963. Т. 1, № 1.
6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Лань, 2003.
7. *Ломако Г. И.* Определение и анализ движения по экспериментальным данным. Л.: МО СССР, 1983.
8. *Эльясберг П. Е.* Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976.
9. *Базара М., Шетти К.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы: Пер. с англ. М.: Мир, 1982.
10. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М.: Наука, 1975.
11. *Ануфриев И. Е., Смирнов А. Б., Смирнова Е. Н.* MatLab 7. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

Сведения об авторе

Юрий Сергеевич Краснов — Главный испытательный центр им. Г. С. Титова, Краснознаменск; науч. сотрудник; E-mail: yskras@yandex.ru

Рекомендована
Военно-космической академией
им. А. Ф. Можайского

Поступила в редакцию
02.03.09 г.