

---

---

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

---

---

УДК 621.396:681.323

С. И. ЗИАТДИНОВ

## АЛГОРИТМ ДИСКРЕТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ СГЛАЖИВАНИЕМ ОТСЧЕТОВ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Рассматривается алгоритм дискретной фильтрации с формированием промежуточных сумм отсчетов входного сигнала. Показано, что предложенный алгоритм фильтрации по статистическим характеристикам практически не уступает известным алгоритмам и обладает значительно большей вычислительной эффективностью.

*Ключевые слова:* дискретный сигнал, промежуточное суммирование, дискретная фильтрация, отношение сигнал/шум.

При реализации дискретных (цифровых) фильтров необходимо выполнять большое количество математических операций сложения и умножения, что требует значительных либо аппаратных, либо временных затрат. Предметом исследования в настоящей статье является создание алгоритма дискретной фильтрации с небольшим в единицу времени количеством операций сложения и умножения, который, однако, по своим характеристикам практически не уступает известным алгоритмам.

Суть предлагаемого алгоритма дискретной фильтрации заключается в следующем. Пусть на вход устройства фильтрации поступает с периодом  $T$  непрерывная последовательность отсчетов входного сигнала  $x[n]$ . С помощью сумматора осуществляется текущее суммирование  $m$  отсчетов входного сигнала  $x[n]$ ,  $x[n-1]$ , ...,  $x[n-(m-1)]$  и формируются промежуточные суммы

$$x_{\Sigma}[n] = \sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i], \quad (1)$$

где  $L=m+k$ ;  $k=0,1,2, \dots$

Полученные промежуточные суммы отсчетов сигналов (1) далее поступают в дискретный фильтр (ДФ). На рис. 1 приведена схема рассматриваемого устройства дискретной фильтрации, в котором электронный ключ (Кл) с периодом  $T_{\Sigma} = LT$  подает промежуточные суммы в ДФ.

Проведем исследование характеристик данного устройства фильтрации. В качестве аналога рассматриваемому устройству возьмем непрерывный фильтр нижних частот (ФНЧ) первого порядка с частотной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{K}{1 + pT_\phi}, \quad (2)$$

где  $K$ ,  $T_\phi$  — коэффициент передачи и постоянная времени фильтра соответственно;  $p = j\omega$ .

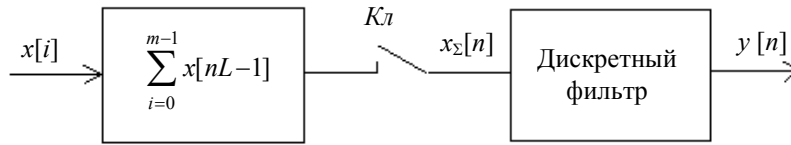


Рис. 1

Данной передаточной функции соответствует разностное уравнение [см. лит.]

$$y[n] = ax_\Sigma[n] + ax_\Sigma[n-1] - by[n-1], \quad (3)$$

в котором весовые коэффициенты определяются как

$$a = \frac{T_\Sigma}{T_\Sigma + 2T_\phi}, \quad b = \frac{T_\Sigma - 2T_\phi}{T_\Sigma + 2T_\phi}.$$

С помощью соотношения (1) разностное уравнение (3) записывается следующим образом:

$$y[n] = a \sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i] + a \sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i-1] - by[n-1].$$

Нетрудно показать, что данному разностному уравнению соответствует амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) [см. лит.]

$$\Phi(\omega) = K \sqrt{\frac{2a^2 \left[ \left( \sum_{i=0}^{m-1} \cos i\omega T \right)^2 + \left( \sum_{i=0}^{m-1} \sin i\omega T \right)^2 \right] (1 + \cos \omega LT)}{1 + 2b \cos \omega LT + b^2}}.$$

Нормированные АЧХ  $\Phi(f)$  при  $T_\phi/T = 100$ ,  $T_\phi = 0,01$  с,  $L = m$  для различного числа суммируемых отсчетов  $m$  показаны на рис. 2. Здесь же приведена АЧХ  $W(f)$  непрерывного ФНЧ. Представленные графики показывают, что во всех случаях в полосе прозрачности (уровень  $-6$  дБ) АЧХ фильтров практически совпадают.

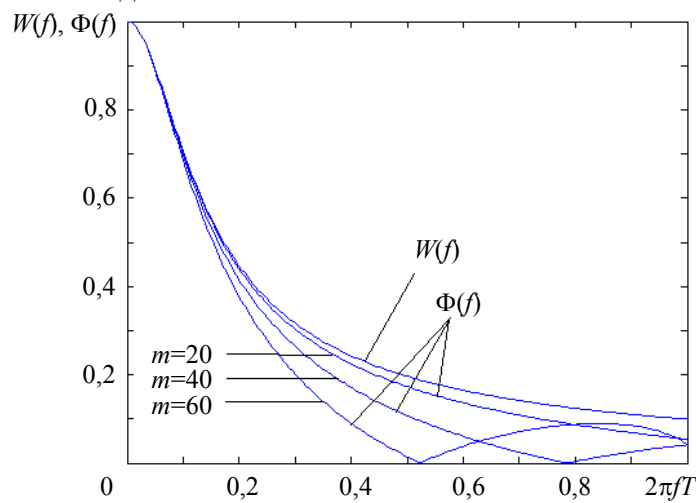


Рис. 2

Для нахождения статистических характеристик выходного сигнала фильтра необходимо знать его импульсную характеристику, которая для непрерывного фильтра определяется соотношением

$$G(t) = \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(p)e^{pt} dp = \sum \text{res}, \quad (4)$$

где  $\sum \text{res}$  — сумма вычетов в подынтегральной функции выражения (4),  $c = \text{const}$ .

Представим подынтегральную функцию в виде отношения двух функций:

$$W(p)e^{pt} = P(p)/Q(p).$$

Из формулы (2) следует, что для ФНЧ первого порядка функция  $P(p)/Q(p)$  имеет один вещественный полюс  $p_1 = -1/T_\Phi$ . При этом вычет функции  $P(p)/Q(p)$  определяется формулой

$$\text{res} = \frac{P(p)}{\left[ \frac{dQ(p)}{dp} \right]} = \frac{Ke^{pt}}{T_\Phi}.$$

Тогда в точке  $p = p_1$  получим следующее выражение для импульсной характеристики непрерывного ФНЧ первого порядка:

$$G(t) = Ke^{-t/T_\Phi} / T_\Phi. \quad (5)$$

Будем считать, что на входе рассматриваемого устройства действует непрерывная последовательность отсчетов аддитивной совокупности полезного сигнала и помехи. Причем отсчеты полезного сигнала имеют одинаковый уровень  $U_c$ , а отсчеты помехи не коррелированы и имеют нулевое математическое ожидание и среднеквадратическое значение  $\sigma_x$ .

При этом дисперсия помехи на выходе сумматора будет определяться выражением

$$\sigma_\Sigma^2 = m\sigma_x^2.$$

С учетом соотношения (5) дисперсия помехи на выходе ДФ с точностью до постоянного множителя равна

$$\sigma_\Phi^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \sigma_\Sigma^2 G^2(t_i), \quad (6)$$

где  $G(t_i)$  — значения импульсной характеристики в моменты времени  $t_i = iTL$ .

При этом мощность полезного сигнала на выходе ДФ определяется соотношением

$$P_c = \left[ \sum_{i=0}^{\infty} mU_c G(t_i) \right]^2. \quad (7)$$

В результате отношение сигнал/шум на выходе ДФ можно записать в следующем виде:

$$\frac{P_c}{\sigma_\Phi^2} = \frac{\left[ \sum_{i=0}^{\infty} mU_c G(t_i) \right]^2}{\sum_{i=0}^{\infty} \sigma_\Sigma^2 G^2(t_i)}. \quad (8)$$

Для ДФ нижних частот без формирования промежуточных сумм отсчетов входного сигнала дисперсия помехи, мощность полезного сигнала, а также отношение сигнал/шум определяются из выражений

$$(\sigma_{\Phi}^*)^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \sigma_x^2 G^2(t_i^*); \quad P_c^* = \left[ \sum_{i=0}^{\infty} U_c G(t_i^*) \right]^2; \quad \frac{P_c^*}{(\sigma_{\Phi}^*)^2} = \frac{\left[ \sum_{i=0}^{\infty} U_c G(t_i^*) \right]^2}{\sum_{i=0}^{\infty} \sigma_x^2 G^2(t_i^*)}, \quad (9)$$

где  $t_i^* = iT$ .

В реальных условиях постоянная времени фильтра  $T_{\Phi}$  намного больше периода  $T_{\Sigma} = LT$  поступления промежуточных сумм в ДФ. Тогда в соотношениях (6)—(9) можно без существенной погрешности перейти от сумм к интегралам:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\Phi}^2 &= \frac{m\sigma_x^2}{LT} \int_0^{\infty} G^2(t) dt; \quad P_c = \frac{m^2 U_c^2}{(LT)^2} \left[ \int_0^{\infty} G(t) dt \right]^2; \\ (\sigma_{\Phi}^*)^2 &= \frac{\sigma_x^2}{T} \int_0^{\infty} G^2(t) dt; \quad P_c^* = \frac{U_c^2}{T^2} \left[ \int_0^{\infty} G(t) dt \right]^2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Полученные выражения (10) позволяют определить преимущество в отношении сигнал/шум алгоритма фильтрации без промежуточного сглаживания перед предлагаемым алгоритмом:

$$q = \frac{P_c^*/(\sigma_{\Phi}^*)^2}{P_c/\sigma_{\Phi}^2} = \frac{L}{m}. \quad (11)$$

При этом количество суммируемых отсчетов входного сигнала  $m$  может принимать значения в диапазоне от 1 до  $L$ .

Из формулы (11) следует, что при  $m=L$  предлагаемый алгоритм дискретной фильтрации по статистическим характеристикам практически не уступает алгоритму без промежуточного сглаживания.

Если принять период поступления отсчетов входного сигнала равным  $T=100$  мкс, количество суммируемых импульсов  $m=100$  и  $L=m$ , то при реализации дискретного фильтра без промежуточного сглаживания за 1 с необходимо выполнить 30 000 операций суммирования и 30 000 операций умножения. При реализации же предлагаемого алгоритма дискретной фильтрации с промежуточным сглаживанием за 1 с достаточно выполнить 30 000 операций суммирования и всего 300 операций умножения без заметной потери качества фильтрации.

Полученные математические соотношения носят общий характер и будут справедливы для сглаживающих фильтров с практически любой импульсной характеристикой.

#### ЛИТЕРАТУРА

Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.

#### Сведения об авторе

**Сергей Ильич Зиятдинов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf.53@GUAP.ru

Рекомендована кафедрой  
информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию  
02.07.08 г.