

Ю. И. НЕЧАЕВ  
**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ  
В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ  
СЛОЖНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Исследуется проблема управления нелинейными динамическими объектами. Особое внимание уделяется возникновению нелинейных эффектов в условиях непрерывного изменения динамики объекта и характеристик внешней среды. Приведены результаты моделирования поведения нелинейного динамического объекта в нештатных и экстремальных ситуациях.

*Ключевые слова:* интеллектуальная система, динамический объект, внешние воздействия, экстремальная ситуация.

Динамика нелинейных систем — одна из быстро развивающихся областей практических приложений методов и моделей в задачах управления и принятия решений. Математические модели таких систем обладают специфическими свойствами — единой структурой и общим признаком нелинейности. Системы со слабой нелинейностью достаточно хорошо исследованы, для них существуют общие методы анализа и разработаны эффективные алгоритмы практического использования. Методы решения задач с более сильными проявлениями нелинейности основаны на сложных математических построениях и использовании современных высокопроизводительных вычислительных средств [1—7]. Анализ нелинейных эффектов позволяет выявить особенности задач, в которых заложены возможности нетривиальных решений, и построить общую теорию, описывающую поведение нелинейных систем. Возникновение колебательных режимов большой амплитуды активизирует новые виды физических связей, „дремавших“ в случае слабых возмущений. Не случайно эта проблема занимает умы многих исследователей в различных сферах научной деятельности, в том числе и при решении проблем динамики корабля [3, 5].

Целью настоящей работы является рассмотрение некоторых аспектов нелинейной динамики на примере использования моделей, обладающих способностью к самоорганизации и допускающих режимы детерминированного хаотического поведения фазовых траекторий. Рассматриваемые нелинейные модели описывают сложную динамику, включая равновесные режимы (предельные циклы), а также широкий спектр режимов детерминированного хаоса. При практическом использовании таких моделей для обеспечения функционирования бортовых интеллектуальных систем (ИС) важное значение имеют надежная оценка ситуации и прогнозирование ее развития в условиях непрерывного изменения динамики объекта и внешней среды. Особый практический интерес представляет построение нелинейных математических моделей, способных изменять свою структуру при изменении поведения динамического объекта (ДО) на волнении. При синтезе реализующих их алгоритмов используют различные подходы — детерминистский, стохастический и подход на основе принципов самоорганизации [3—5]. Первые два подхода предполагают наличие в исходных данных полного информационного базиса, т.е. всех определяющих параметров и факторов, которые необходимо учитывать при анализе ситуации.

Принцип нелинейной самоорганизации [3] требует минимального объема априорной информации. Его методологической основой является допущение о том, что вся информация о структуре модели содержится в данных измерений и критериальных соотношениях, учитывающих особенности гидроаэродинамического взаимодействия ДО с внешней средой в рассматриваемой ситуации. Реализация принципа нелинейной самоорганизации при разработке

базы знаний ИС требует большого объема вычислительных операций, связанных с предварительной оценкой поведения ДО на основе математического моделирования экстремальных ситуаций с последующей формулировкой соответствующих критериальных оценок [3, 5].

**Принципы управления в системах со сложной динамикой.** Процедуры принятия решений по управлению системами со сложной динамикой в бортовых ИС разрабатываются на основе принципов обработки информации в мультипроцессорной вычислительной среде [3] (рис. 1) в рамках концепции мягких вычислений [7].

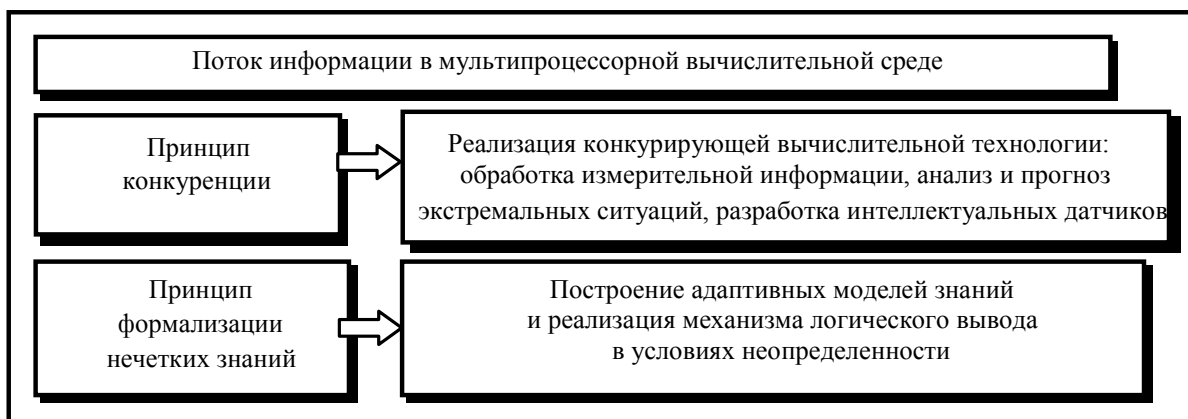


Рис. 1

Суть системного управления с использованием этого подхода состоит в способности нелинейной системы перестраивать свою структуру в зависимости от состояния ДО и внешней среды (ВС). В этом случае благодаря бифуркации система может находиться в нескольких устойчивых состояниях. Явление бифуркации характерно для нелинейного поведения системы — появление возможности выбора из нескольких состояний означает, что математическая модель, описывающая эволюцию системы, имеет несколько стационарных состояний. В случае возникновения нестандартных ситуаций в ИС используются конкурирующие вычислительные технологии, основанные на нечеткой логике и искусственных нейронных сетях [3].

Моделирование предполагает анализ поведения существенно нелинейного ДО, обладающего способностями к самоорганизации. В этих условиях контроль поведения ДО осуществляется через распознавание, анализ, прогнозирование и управление процессами самоорганизации [1, 3—5] в рамках системного управления, предполагающего рассмотрение динамической системы как целостной совокупности ее элементов [3]. Главным достижением этого подхода стало понимание того, почему многим сложным системам может быть свойственно достаточно простое поведение. Именно эта простота и позволяет разобраться в сложной эволюции динамических систем — дает возможность строить сравнительно простые модели для сложных явлений, преодолевая тем самым барьер сложности. Таким образом, путь от сложности к простоте лежит через самоорганизацию, а математическая модель, описывающая эволюцию системы, имеет несколько стационарных состояний [1, 5].

При построении системы контроля поведения ДО в штормовых условиях в зависимости от особенностей взаимодействия системы „ВС—ДО“, определяемых выделенными режимами движения, используются различные архитектурные решения. Одно из них реализовано на базе модели с коррекцией правил в виде двухуровневой системы (рис. 2) [3]. Система включает блок анализа ситуации на основе методов классической математики и блок адаптации, содержащий матрицу логических правил и блок нейросетевых моделей. Графическое окно отображает динамику взаимодействия в рассматриваемый момент времени. Принцип работы такой системы заключается в том, что на основании анализа текущего значения вектора ошибки

блок адаптации формирует управляющие воздействия, изменяющие правые части матрицы лингвистических правил (матрицы управления).

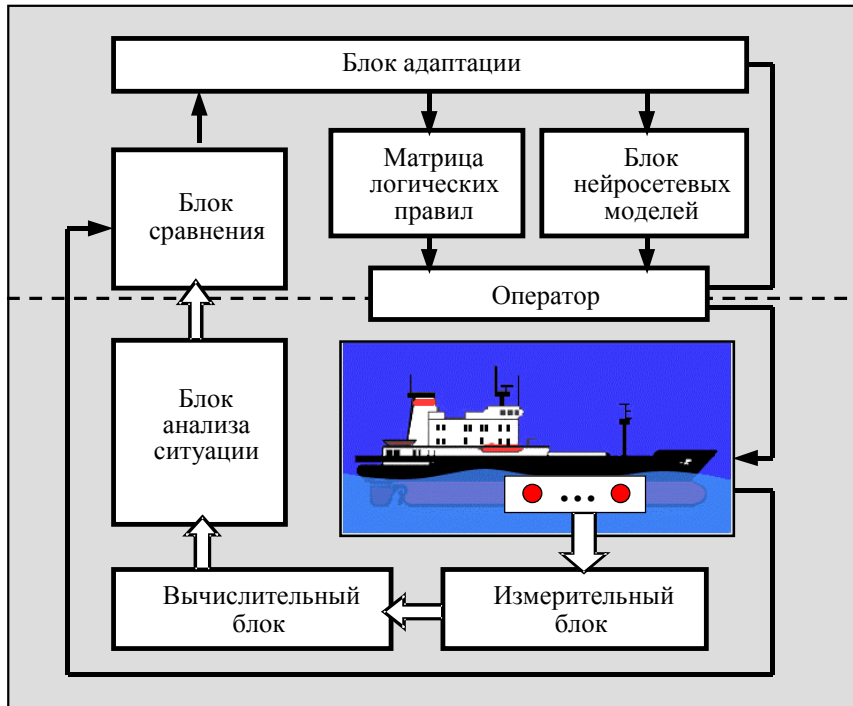


Рис. 2

Для обеспечения адаптивности системы в условиях многорежимности используются набор матриц управления и ансамбль нейросетевых моделей. Более сложная структура многорежимной системы принятия решений по управлению ДО осуществляется с использованием методов идентификации, нечеткой адаптивной модели и нейросетевых ансамблей.

**Нелинейные эффекты и потеря устойчивости колебательного движения.** Рассмотрим ДО как систему с шестью степенями свободы. Поведение ДО можно описать системой нелинейных дифференциальных уравнений [3]:

$$F_i(\ddot{x}_i, \dot{x}_i, x_i, t, X_{i1}, \dots, X_{im}, Y_{i1}, \dots, Y_{in}) = 0, \quad (1)$$

где  $F_i(\bullet)$  — нелинейные функции;  $x_i$  — линейные и угловые перемещения;  $X_{i1}, \dots, X_{im}$  — параметры, характеризующие судно как динамическую систему (инерционные, демпфирующие и восстанавливающие компоненты);  $Y_{i1}, \dots, Y_{in}$  — возмущающие силы и моменты;  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

Наиболее сложной функцией в системе (1) является восстанавливающий компонент, входящий в дифференциальное уравнение бортовой качки, который отличается существенной нелинейностью, сложностью и многозначностью. Непрерывно изменяясь во времени и пространстве, эта функция в значительной степени определяет особенности взаимодействия ДО с внешней средой (1). Математическое описание нелинейной пространственной функции восстанавливающего момента на волнении представляется формулой [3]

$$M_w = M(\theta, \varphi, t) = D [l(\theta, \varphi) + \Delta l(\theta, \varphi) \cos(\sigma_k t - \varepsilon)];$$

$$l(\theta, \varphi) = 0,5 [l(\theta, \varphi)_{\max} + l(\theta, \varphi)_{\min}], \quad \Delta l(\theta, \varphi) = 0,5 [\Delta l(\theta, \varphi)_{\max} + \Delta l(\theta, \varphi)_{\min}];$$

$$M_w = \Phi(\theta, \varphi_k, t) = D l(\theta, \varphi, t), \quad (2)$$

где  $\Delta l(\theta, \varphi)_{\max}$  и  $\Delta l(\theta, \varphi)_{\min}$  — экстремальные значения приращений плеч остойчивости, соответствующие положению ДО на подошве и вершине волны при различных курсовых углах  $\varphi$ ;  $l(\theta, \varphi, t)$  — плечо восстанавливающего момента, определяемого для различных значений времени,  $\varepsilon$  — фаза волны:  $\varepsilon = 0$  и  $2\pi$  — ДО на подошве волны;  $\varepsilon = \pi/2$  — на переднем склоне;  $\varepsilon = \pi$  — на вершине волны;  $\varepsilon = 3/2\pi$  — на заднем склоне.

Общее выражение для программной реализации функции  $\Delta l_w(h_w/\lambda, \theta, \varphi)$  при различных параметрах имеет вид [3]:

$$\Delta l_w(h_w/\lambda, \theta, \varphi) = B \left[ \Phi \left( \frac{h_w}{\lambda}, \theta, \varphi_k \right) + \sum_{m=1}^6 A_m f_m(\theta, \varphi_k) + \sum_{n=1}^8 B_n F_n(\theta, \varphi_k) + \sum_{p=1}^3 C_p E_p(\theta, \varphi_k) \right], \quad (3)$$

$$\Phi(h_w/\lambda, \theta, \varphi_k), \sum_{m=1}^6 A_m f_m(\theta, \varphi_k), \sum_{n=1}^8 B_n F_n(\theta, \varphi_k), \sum_{p=1}^3 C_p E_p(\theta, \varphi_k).$$

Пример функции  $M(\theta, \varphi, t)$  в виде сложной пространственной поверхности приведен на рис. 3 (сплошные кривые — мгновенные диаграммы; пунктир — временные кривые (сечения поверхности при  $\theta = \text{const}$ ); штрихпунктир — диаграмма остойчивости на тихой воде).

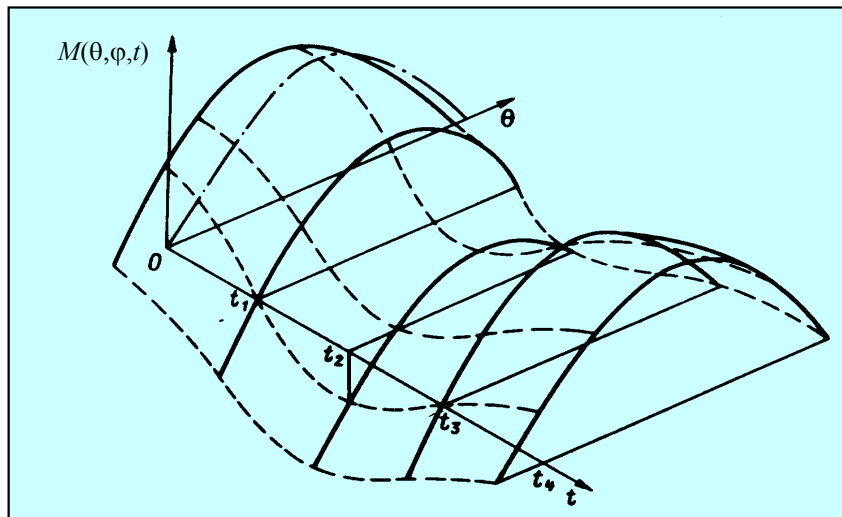


Рис. 3

В нелинейных детерминированных системах могут возникать хаотические движения, характеризующиеся тем, что первоначально близкие траектории в ограниченной области фазового пространства могут быстро расходиться. Это свойство нелинейных систем получило название детерминированного хаоса [1, 4]. Нелинейная система может порождать различные виды колебаний: периодические и квазипериодические, субгармонические и хаотические.

В процессе развития динамики нелинейной системы формируются простые (обычные) и странные (стохастические) аттракторы. Простые аттракторы часто встречаются при анализе нелинейных диссипативных систем. Геометрическая интерпретация простого аттрактора диссипативной системы на фазовой плоскости представляет собой либо неподвижную точку (фокус), к которой устремляются фазовые траектории, либо предельный цикл, обладающий таким свойством, что все близкие фазовые траектории представляют собой спирали, неограниченно приближающиеся к замкнутой кривой в фазовом пространстве. Странные аттракторы отличает более сложная структура. Кроме неустойчивых (разбегающихся) траекторий они содержат и устойчивые (притягивающиеся). По существу это седловые

траектории, устойчивые в одних направлениях и неустойчивые в других, и образующие множество сложным образом соединяющихся слоев, не касающихся друг друга [5].

В работе [3] исследованы динамические картины развития параметрических колебаний ДО при прохождении группы волн. Показано, что в этом случае формируются сложные структуры колебательных режимов бортовой качки. Их особенность состоит в том, что аттракторные множества имеют вид неустойчивых предельных циклов. Потеря устойчивости цикла-аттрактора в рассматриваемой однопараметрической системе происходит по различным сценариям. При воздействии пакета волн формируется предельный цикл, характеризующийся стабилизацией амплитуды колебаний вследствие влияния нелинейности. Этот цикл возникает на участке, где последовательность волн в пакете превышает определенное (критическое) значение высоты волны, обеспечивающее колебательный режим с практически постоянной амплитудой. Однако в связи с последующим постепенным уменьшением высоты волны в пакете нарушаются условия устойчивости и цикл исчезает.

Более сложный сценарий — столкновение с неустойчивым циклом. Такая ситуация на практике встречается значительно реже и характеризуется последовательным прохождением пакетов волн, содержащих волны различной интенсивности. Например, первый пакет с небольшой высотой резонансных волн приводит к формированию предельного цикла малой, а второго — большой амплитуды. Возникновение и потеря устойчивости колебательного режима („рождение и смерть цикла“ по терминологии А.А. Андропова [2]) происходят вследствие ограниченности зоны резонансной качки на сравнительно небольшом временном интервале интенсивных колебаний при прохождении волновых пакетов.

Развитие параметрических колебаний при формировании предельного цикла проявляется за счет большей глубины модуляции параметра, стоящего в качестве множителя при периодической функции уравнения Матье [6], в результате чего формируются начальные условия, обеспечивающие преодоление „порога возбуждения“ параметрического резонанса.

Практический интерес к детальному изучению параметрических колебаний вызван серьезной аварией американского контейнеровоза [3], который по своим размерам близок к авианесущим кораблям. Выявленное в результате анализа причин этой аварии явление параметрического резонанса при воздействии пакетов экстремальных волн (о возможности возникновения которого авторы проекта судна даже не предполагали) уже несколько лет является предметом дискуссий на международных конференциях, посвященных безопасности мореплавания.

Математическая модель, характеризующая динамику судна при воздействии пакетов волн в режиме параметрического резонанса, описывается системой дифференциальных уравнений бортовой, вертикальной и килевой качки [3]:

$$\begin{aligned}
 & (Jx + \mu_{\theta\theta})\theta'' + M_R(\theta') + M(\theta, \varphi_k, t) = M_x(t); \\
 & (D/g + \mu_{33})\zeta_G'' + v_\zeta \zeta_G' + \rho g S \zeta_G + \mu_{33} x_1 \psi'' + (v_{\zeta\psi} - v_0 \mu_{33})\psi' + (\rho g S l - v_0 v_\zeta)\psi = \\
 & \quad = -r_0(\rho g a_0 - \sigma^2 a_0'' - \sigma b_0') \cos \sigma t - r_0(\rho g b_0 - \sigma^2 b_0'' + \sigma a_0') \sin \sigma t; \\
 & (Jy + \mu_{55})\psi'' + [v_\zeta + (v_0^2 / \sigma^2)v_\zeta]\psi' + (DH\psi - v_0^2 \mu_{33})\psi + \mu_{33} x_1 \zeta_G'' + \\
 & \quad + (v_{\zeta\psi} + v_0 \mu_{33})\zeta_G' + (\rho g S l + v_0 v_\zeta \zeta_G) = -r_0(\rho g a_1 - \sigma^2 a_1'' - \sigma b_1') \cos \sigma t - \\
 & \quad - r_0(\rho g b_1 - \sigma^2 b_1'' + \sigma a_1') \sin \sigma t, \tag{4}
 \end{aligned}$$

где  $(Jx + \mu_{\theta\theta})\theta''$ ,  $M_R(\theta')$ ,  $M(\theta, \varphi_k, t)$ ,  $M_x(t)$  — инерционный, демпфирующий, восстанавливающий и возмущающий компоненты; остальные обозначения соответствуют принятым в работе [8].

Для иллюстрации на рис. 4 приведены временные кривые и фазовый портрет колебательного движения контейнеровоза на встречном нерегулярном волнении в режиме параметрического резонанса при воздействии крупного пакета волн, структура которого близка к структуре волн зыби.

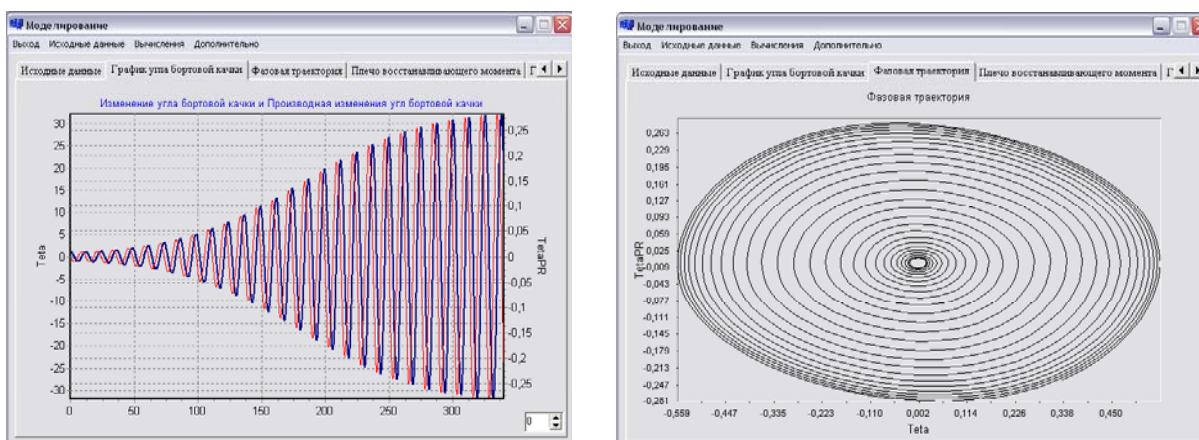


Рис. 4

Как видно из рис. 4, амплитуда бортовых параметрических колебаний в этой экстремальной ситуации быстро нарастает и стабилизируется вследствие влияния нелинейных эффектов, достигая около 30°. Интересно отметить, что килевая качка в этих условиях происходит в режиме, близком к основному резонансу. Результаты моделирования колебательного движения ДО в условиях резонанса килевой качки приведены на рис. 5.

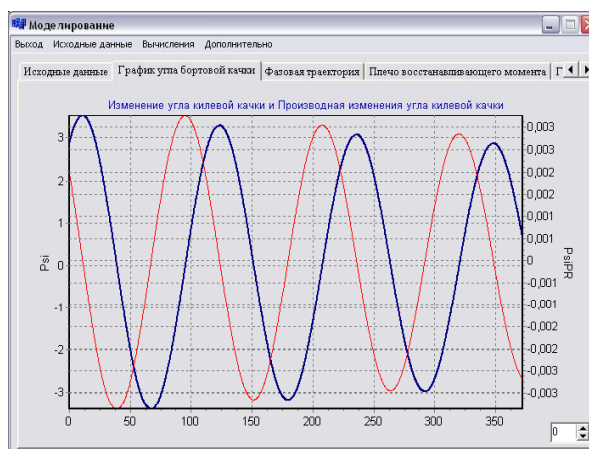


Рис. 5

В процессе эксперимента сопоставлялась топология фазового пространства для нелинейной и линеаризованной математических моделей. Полученные данные свидетельствуют о практической невозможности сохранения фазовых потоков, порождающих странные аттракторы и детерминированный хаос, в линеаризованных системах. Закономерности поведения фазовых траекторий в условиях неустойчивости положены в основу разработки динамической базы знаний, позволяющей осуществлять прогноз и интерпретацию экстремальных ситуаций в бортовых ИС реального времени.

**Управление в самоорганизующихся системах.** Охарактеризовать нелинейную динамику объекта можно, построив диаграмму переходов состояний. Такая диаграмма позволяет интерпретировать сложные ситуации, возникающие в различных условиях эксплуатации. Формально диаграмма переходов состояний описывается как структура вида [3]:

$$W = \langle S, R, A, B, L \rangle, \tag{5}$$

где  $S$  — множество событий (ситуаций);  $R$  — множество ребер вида  $r_{ij} = (s_i, s_j)$ ,  $i \neq j$ ,  $A$  — множество присоединенных атрибутивных вершин;  $B$  — множество присоединенных алгоритмических вершин;  $L$  — множество ребер вида  $l = (a_i, s_i)$  или  $l_{ij} = (b_i, s_j)$ , или  $l_{ij} = (a_i, a_j)$ ;  $i \neq j$ ,  $a_j \in A$ ,  $b_j \in B$ .

Результаты вычислительных экспериментов позволяют построить и проанализировать траектории системы на фазовой плоскости [6] в виде аттракторов [3], описывающих динамику одностабильной, а также бистабильной (рис. 6, а) и трехстабильной (рис. 6, б) систем, а также характерные временные кривые и одномерные отображения для аттракторных множеств.

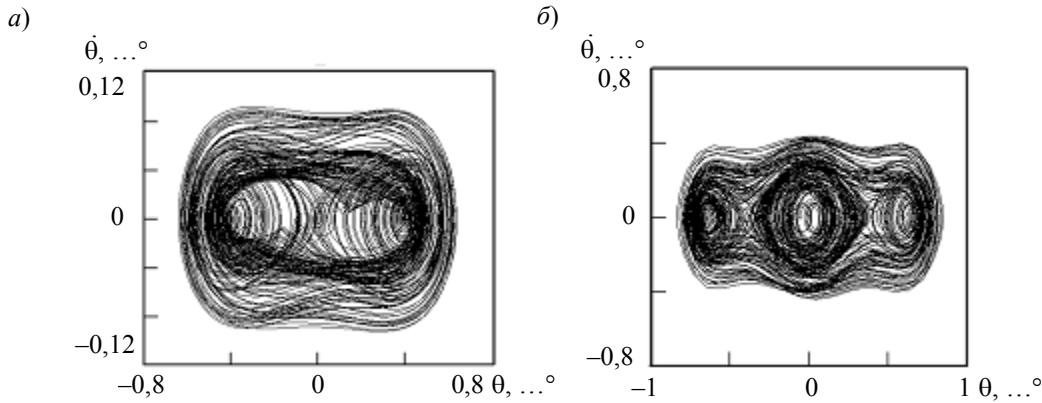


Рис. 6

Другая закономерность, иллюстрируемая компьютерной программой, заключается в моделировании пространственно-временного поведения ДО с использованием центральной теоремы синергетики, определяющей динамику сложной системы как взаимосвязь растущих и затухающих ее конфигураций [4, 5].

**Проблемы управления в нестандартных ситуациях.** Одно из интересных приложений нелинейной теории управления связано с задачей о поведении ДО в условиях „захвата“ и разворота на нерегулярном волнении, названной „брочинг“ (от *англ.* broaching — развертка) [3]. *Брочинг* — одна из наиболее сложных и опасных экстремальных ситуаций. Эта ситуация связана с возникновением явления „захвата“ ДО попутной волной, потерей устойчивости движения, ухудшением управляемости и внезапным разворотом ДО на волнении.

Математическая модель поведения ДО в режиме „брочинг“ описывается системой дифференциальных уравнений [3, 5]:

$$\left. \begin{aligned} \left[ \left( \frac{D}{g} \right) + \mu_{\xi\xi} \right] (\dot{v} \cos \beta^* - \beta^* v \sin \beta^*) + \left[ \left( \frac{D}{g} \right) + \mu_{\eta\eta} \right] v \dot{\chi} \sin \beta^* &= F_x = X(t) + P_e - R, \\ \left[ \left( \frac{D}{g} \right) + \mu_{\eta\eta} \right] (\dot{v} \sin \beta^* - \beta^* v \cos \beta^*) + \left[ \left( \frac{D}{g} \right) + \mu_{\xi\xi} \right] v \dot{\chi} \cos \beta^* &= F_y = Y(t) + R_{yB} + R_{yR}, \\ (J_z + \mu_{\chi\chi}) \ddot{\chi} &= M_z = M_z(t) + M_{zB} + M_{zP}, \\ (J_x + \mu_{\theta\theta}) \ddot{\theta} + M_R(\dot{\theta}) + M(\theta, \phi, t) &= M_G + M_A, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $v$  — частота колебаний,  $\mu$  — присоединенная масса жидкости,  $\beta^*$  — угол дрейфа ДО;  $\chi$  — угол рыскания;  $X(t)$ ,  $Y(t)$ ,  $M_x(t)$ ,  $M_z(t)$  — возмущающие силы и момент;  $M(\theta, \phi, t)$  — восстанавливающий момент;  $R_{yB}$  и  $M_{zB}$  — поперечные сила и момент;  $M_{zP}$  — момент вихревой природы ДО;  $M_G$  и  $M_A$  — гидродинамический и ветровой кренящие моменты.

Проведенное исследование явления „бродинг“ позволило сформулировать критериальный базис, упростить интерпретацию экстремальной ситуации и разработать алгоритм управления при принятии решений в процессе функционирования бортовой ИС контроля и прогноза мореходных качеств ДО в условиях эксплуатации.

Особенность задачи состоит в том, что эффективное управление в режиме „бродинг“ возможно только с целью предотвращения возникновения этой опасной ситуации. Однако в случае ее возникновения попытки использовать управление для выхода ДО из этого режима могут приводить только к ухудшению положения, поскольку использование рулевого комплекса неэффективно в условиях полной потери управляемости [3].

**Особенности управления в хаотических системах.** Задачи и методы управления хаосом — область интенсивных исследований последних десятилетий. В рамках концепции детерминированного хаоса система демонстрирует хорошую управляемость и пластичность: чутко реагирует на внешние воздействия, сохраняя при этом тип движения, что характерно для многих динамических систем [1, 4, 5].

С позиций синергетического подхода применение моделей хаотических систем открывает возможность реализации процессов самоорганизации. Одним из наиболее типичных сценариев является переход к хаотическому режиму через последовательность бифуркаций удвоения периода, который наблюдается для систем с вязким трением под действием возмущающих сил и моментов. Проведенное исследование предхаотических и послехаотических изменений динамической системы при вариации ее параметров проводилось на основе нелинейного уравнения бортовой качки с помощью бифуркационных диаграмм [4, 5]. Выборка данных осуществлялась с помощью отображения Пуанкаре, позволяющего выделять удвоение периода и субгармонические бифуркации, которые отчетливо просматриваются при интегрировании нелинейного уравнения Матье [6]. Другим сценарием самоорганизации является возникновение хаотических колебаний, связанное с переходом к хаотическому движению через перемежаемость. При таком движении всплески хаотических колебаний чередуются (перемежаются) с участками, на которых происходят почти периодические движения [4, 5].

Развитие учения о хаотической динамике нелинейных систем выявило целый ряд реальных практических задач, в том числе и в гидродинамике [5], где хаотические режимы действительно могут возникать при сложном взаимодействии ДО с внешней средой. Более того, возникли практически важные классы задач, в которых нелинейной системой необходимо управлять, изменяя степень ее хаотичности [5, 6].

**Заключение.** Рассмотренные задачи нелинейной динамики связаны с применением многопроцессорных вычислительных средств анализа и интерпретации информации при функционировании бортовых ИС реального времени. Вычислительные технологии реализации этих задач отражают только незначительную область научно-технических приложений, в которых находят применение методы анализа существенно нелинейных динамических систем, синергетическая парадигма и теория детерминированного хаоса. При этом в представленной работе сделан акцент именно на те приложения, которые в настоящее время вызывают большой научный и практический интерес при исследовании сложного поведения ДО в различных экстремальных ситуациях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Управление хаосом: методы и приложения // Автоматика и телемеханика. 2004. № 4. С. 3—34.
2. Андронов А. А., Витт С., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
3. Бортовые интеллектуальные системы. Ч.2. Корабельные системы. М.: Радиотехника, 2006.
4. Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990.



5. *Нечаев Ю. И.* Нелинейная динамика и парадигмы вычислений при анализе экстремальных ситуаций // *Мат. Междунар. науч. конф. „Леонард Эйлер и современная наука“*. СПб, 2007. С. 385—390.
6. *Хаяси Т.* Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир, 1968.
7. *Zadeh L.* Fuzzy logic, neural networks and soft computing // *Commutation on the ASM-1994*. Vol. 37, N 3. P. 77—84.
8. *Интеллектуальные системы в морских исследованиях / Под ред. Ю. И. Нечаева.* СПб: Изд-во СПбГМТУ, 2002. 320 с.

***Сведения об авторе***

***Юрий Иванович Нечаев*** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский морской технический университет, кафедра вычислительной техники; E-mail: petr\_oleg@mail.ru

Рекомендована институтом

Поступила в редакцию  
10.03.09 г.