

К. Ю. КУЗНЕЦОВ, Ю. Т. НАГИБИН, В. А. ТРОФИМОВ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ РОГОВОЙ ОБОЛОЧКИ ГЛАЗА ЧЕЛОВЕКА

Рассматривается возможность использования информации о напряженно-деформированном состоянии глаза человека для диагностики офтальмологических заболеваний. Описывается математическая модель напряженно-деформированного состояния глаза. Приведены результаты математического моделирования картины интерференции поляризованного света.

Ключевые слова: офтальмология, диагностика, напряженно-деформированное состояние глаза.

Лечение широко распространенного заболевания глаз — глаукомы — остается актуальной проблемой и в настоящее время. Глаукома опасна тем, что проявляется на ранних стадиях заболевания лишь повышением внутриглазного давления.

Для диагностики глаукомы используются „бесконтактные“ оптико-электронные тонометры [1], в основе действия которых лежит пневматическая аппланация (от англ. *applanation* — уплощение) роговицы глаза, что позволяет установить значение внутриглазного давления. Данный метод можно назвать бесконтактным лишь условно, так как на глаз действует пневматический импульс, а вследствие инерционности воздействия происходит нежелательная избыточная деформация роговицы глаза.

Известны также проводимые с помощью офтальмологического поляриметра [2] исследования картины интерференции поляризованного света, представляющей собой результат двойного прохождения лучей через роговицу глаза при их отражении от радужной оболочки. Наблюдаемая картина интерференции, отображающая напряженно-деформированное состояние роговицы глаза, позволяет выявить различного рода патологии и, следовательно, обеспечить возможность их диагностики [3].

Картина интерференции формируется в результате одновременного интегрального действия различных факторов, определяющих напряженное состояние тканей роговицы. Раздельное действие каждого из этих факторов невозможно определить экспериментально. Эта проблема может быть решена численными исследованиями на основе математической модели процессов взаимодействия поляризованного излучения с тканями роговицы глаза.

Математическое моделирование целесообразно осуществлять, поэтапно исследуя влияние силовых факторов на напряженно-деформированное состояние роговицы и уточняя геометрию оболочек глаза [4].

Распределения по полю роговицы нормальных усилий, вызванных действием глазодвигательных мышц и внутриглазным давлением, зависят от обеих сферических координат θ и φ (рис. 1, здесь a и b — усилия, действующие вдоль меридианов и вдоль параллелей соответственно):

$$T_1(\theta, \varphi) = T_1^* + T_1^k + T_1^c = T_1^* + \left(\frac{Sat_0 \sin \theta}{2} + Sat_1 \cos 4\varphi \cdot \sin \theta \right);$$

$$T_2(\theta, \varphi) = T_2^* + T_2^k + T_2^c = T_2^* + T_2^k - \left(\frac{Sat_0 \sin \theta}{2} + Sat_1 \cos 4\varphi \cdot \sin \theta \right),$$

где

$$at_0 = \frac{3}{S \sin^2 \theta}, \quad at_1 = \frac{5}{S \sin^2 \theta}, \quad S = \frac{-E h}{R(1+\nu)}.$$

В приведенных формулах: E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, R — радиус роговицы, h — толщина роговицы; символом „*“ обозначены величины, характеризующие основное напряженное состояние, „k“ — напряжения при краевом эффекте, „c“ — тангенциальные напряжения [5].

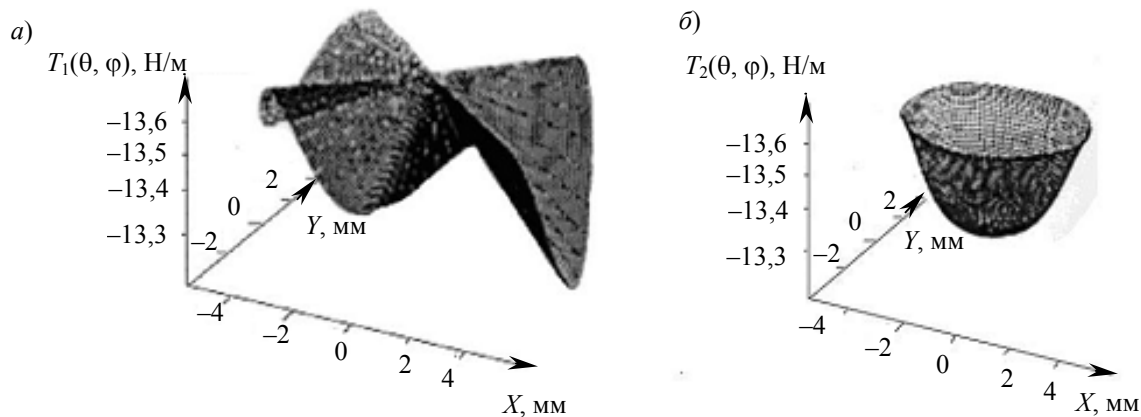


Рис. 1

При фурье-разложении функции силового воздействия глазодвигательных мышц можно допустить, что силовое воздействие определено зависимостью:

$$f(\varphi) = (1 + \cos 4\varphi)t,$$

где t — постоянная, принимаемая в расчетах равной примерно 0,0667.

Распределение по полю роговицы уровней относительной интенсивности расчетной картины интерференции, наблюдаемой при настройке кругового поляризатора в скрещенном состоянии, содержит полосы в виде концентрических окружностей (рис. 2). При возрастании внутриглазного давления у лимба роговицы возникают новые полосы, которые смещаются к центру и сгущаются по краям поля; максимум интенсивности отображается белым фоном, минимум — черным.

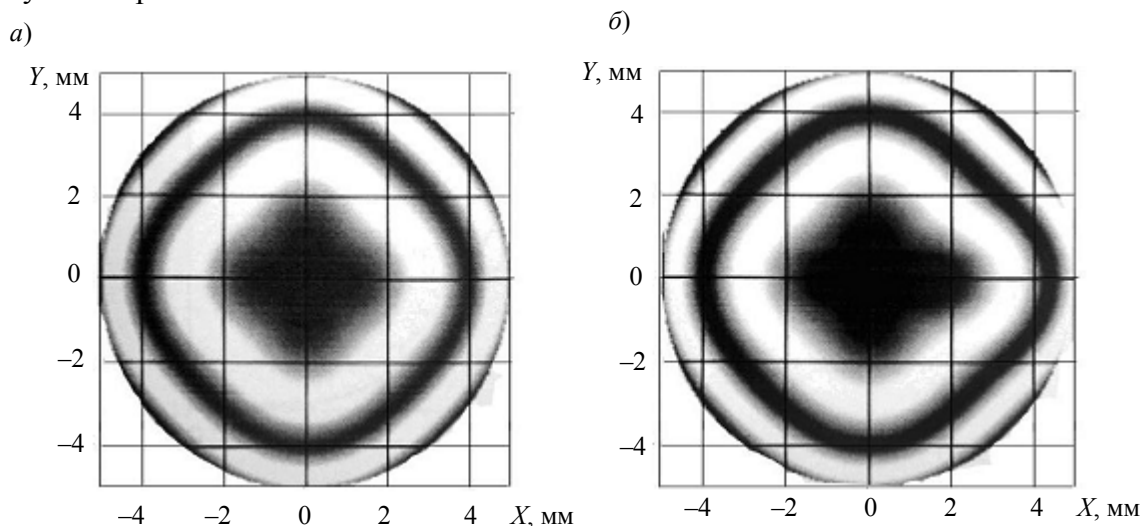


Рис. 2

При исследовании влияния глазодвигательных мышц наблюдаются различия при их симметричном и несимметричном действиях. В первом случае (рис. 2, а) интерференционная картина роговицы содержит полосы ромбовидного очертания, во втором случае (рис. 2, б) наблюдается симметрия относительно медиальной мышцы.

Результаты математического моделирования напряженного состояния роговицы могут быть использованы для определения значения внутриглазного давления или получения информации о других частных причинах патологии. Создание библиотеки расчетных картин интерференции позволит офтальмологам более точно установить диагноз заболеваний пациента.

Авторы выражают благодарность канд. техн. наук О. А. Шеломовой за помощь в проведении расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Forbes M., Piko G., Grolman B. A noncontact applanation tonometer// Arch. Ophthalmol. 1974. Vol. 91, N 2. P. 134—140.
2. Журавлев А. И., Малышев Л. К. Офтальмологический поляриметр // Оптич. журн. 1994. № 12. С. 71—75.
3. Тамарова Р. М. Оптические приборы для исследования глаза. М.: Медицина, 1982.
4. Галилеева П. С., Трофимов В. А., Шеломова О. А. Математическое моделирование наведенного двулучепреломления фиброзной оболочки глаза человека // Изв. вузов. Приборостроение. 2003. Т. 46, № 6. С. 9—14.
5. Бегун П. И., Шукейло Ю. А. Биомеханика: Учеб. пособие. СПб: СПбГЭТУ „ЛЭТИ“, 1996.

Сведения об авторах

- Константин Юрьевич Кузнецов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: ckyznetsov@gmail.com
- Юрий Тихонович Нагибин** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: nagibin77@mail.ru
- Владимир Анатольевич Трофимов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: troftu@mail.ru

Рекомендована кафедрой
твердотельной оптоэлектроники

Поступила в редакцию
07.12.09 г.