УДК 681.5

В. Д. Чертовской

АДАПТИВНОЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВА

Динамичность спроса в процессе функционирования системы управления требует перехода к адаптивному планированию. Предложен подход к описанию процесса адаптивного планирования, позволяющий не только исследовать динамику процесса, но и оценить целесообразность перехода к выпуску новой продукции. Теоретические положения подтверждены результатами прикладной компьютерной реализации.

Ключевые слова: *адаптивное планирование, производство, динамичность, метод.*

Введение. Настоящая работа является теоретико-прикладным развитием концепций гибких автоматизированных заводов [1] и ERP-систем.

Рассматривается серийное производство, для которого справедливо условие

$$N_j[t_i]=[t_i]/[t_j]\gg 1,$$

где $N_j[t_i]$ — количество продукции вида j, выпущенной за минимальный интервал времени моделирования $[t_i]$; $[t_i]$ — время изготовления единицы продукции вида j, $j=\overline{1, J}$.

Современные производства функционируют в рыночной среде с динамично развивающимися характеристиками (цена, ресурсное обеспечение, спрос) [1—3]. В общем случае законы изменения спроса удобно представить как систему скачков

$$\mathbf{R}_3(t) = \mathbf{R}_{3\text{ст}} + \Delta\mathbf{R}_3\cdot 1(t-\theta), \tag{1}$$

$$\mathbf{R}_4(t) = \Delta\mathbf{R}_4\cdot 1(t-\theta), \tag{2}$$

где $\mathbf{R} = (\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4)$ — векторы спроса на уже выпускаемую (старую) и новую продукцию (значения $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$ не меняются и поэтому не учитываются); $\Delta\mathbf{R}_3$, $\Delta\mathbf{R}_4$ — изменение величины векторов; $\mathbf{R}_{3\text{ст}}$ — постоянная величина; $1(t)$ — единичная функция; θ — сдвиг во времени.

Воздействия вида (1) характерны для традиционных систем управления. В то же время воздействия вида (2) связаны с изменением извне состава вектора цели в процессе функционирования системы, поэтому необходимо использовать адаптивное планирование, исследованию которого посвящена настоящая работа.

Постановка задачи. На рис. 1 схематически показана разница между традиционным и адаптивным планированием.

В традиционном процессе план рассчитывается заранее в точке A и реализуется через значительный промежуток времени в точке B. Инерционностью планирования в этом случае можно пренебречь.

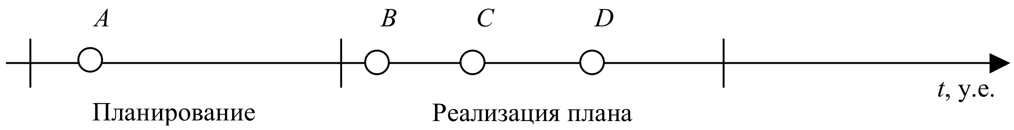

Рис. 1

Адаптивное планирование осуществляется в процессе функционирования системы. При появлении спроса на новую продукцию C (см. рис. 1) расчет и реализация нового плана должны начаться незамедлительно в точке D. В этом случае инерционность процесса планирования уже нельзя не учитывать.

Все виды продукции (план выпуска) разделим на четыре группы $\mathbf{P}_1$—$\mathbf{P}_4$. Виды продукции $\mathbf{P}_4[\tau]$ и $\mathbf{P}_3[\tau]$, $\mathbf{P}_3[\tau]$ и $\mathbf{P}_2[\tau]$ имеют (попарно) общие ресурсы и не имеют общих ресурсов с продукцией $\mathbf{P}_1[\tau]$. Изменяется $\mathbf{P}_4$ и как следствие — $\mathbf{P}_3$ и $\mathbf{P}_2$, а $\mathbf{P}_1$ остается без изменения и потому далее не рассматривается.

Решение задачи. Для математического описания процесса адаптивного планирования удобен (рис. 2) метод динамического линейного программирования (ДЛП):

$$\mathbf{P}(T) \geq \mathbf{R}(T), \tag{3}$$

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t-1) + \mathbf{p}(t), \quad \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0, \tag{4}$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{p}_1(t), \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \tag{5}$$

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t), \tag{6}$$

$$\mathbf{D}\mathbf{p}_1(t) \leq \mathbf{b}(t), \tag{7}$$

$$G = -<\mathbf{F}, \mathbf{P}(T)> \to \min, \tag{8}$$

где $\mathbf{z}$, $\mathbf{p}$ — векторы незавершенного производства и ежедневного плана, $\mathbf{p}_1$ — вектор запуска комплектов материалов в производство; $\mathbf{D}$ — матрица норм расходов, $\mathbf{b}$ — вектор наличного количества ресурсов; $\mathbf{P}$ — вектор плана с накоплением, $\mathbf{F}$ — вектор прибыли от выпуска единицы продукции, $<.,.>$ — скалярное произведение; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ — матрицы соответствующей размерности; t — минимальный интервал времени; T — время моделирования; G — целевая функция, соответствующая прибыли; $\mathbf{p}(t)$ — вектор текущего плана; $\psi = \overline{1, \Psi}$ — вид ресурса.

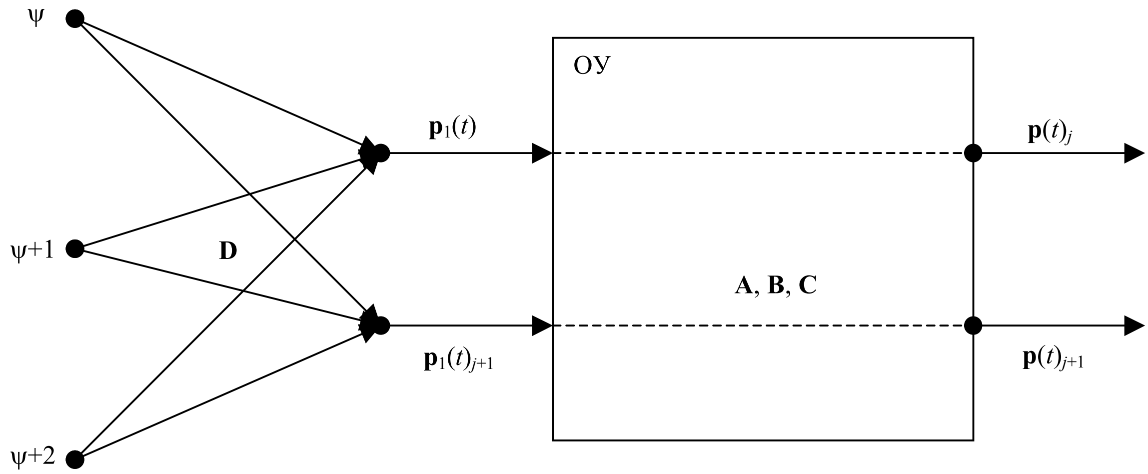

Рис. 2

Нетрудно заметить, что частный случай $\mathbf{p}_1(t) = \mathbf{p}(t)$ описывает традиционное статическое оптимальное планирование:

$$\mathbf{P}(T) \geq \mathbf{R}(T), \quad \mathbf{D}\mathbf{P}(T) \leq \mathbf{b}(0), \quad G = -<\mathbf{F}, \mathbf{P}(T)> \to \min. \tag{9}$$

Положим, что задача (3)—(8) имеет решение, позволяющее оценить целесообразность перехода к выпуску новой продукции.

На рис. 3 проиллюстрировано изменение состава вектора цели и возможных вариантов реакции системы на эти изменения. Здесь спрос на новую продукцию обозначен как $\mathbf{P}_4$. Выпуск новой продукции может сопровождаться снижением спроса на старую продукцию с величины $\mathbf{R}_3$ до $\mathbf{R}'_3$ (см. рис. 3, *в*).

Возможны следующие варианты запуска новой продукции (рис. 3, *а*, *б*):

1) последовательный непрерывный с выпуском продукции через время T (кривая *4*);

2) последовательный непрерывный (только после снятия старой продукции) с мгновенным выпуском (*3*).

3) параллельный скачкообразный в процессе снятия старой продукции (*2*);

4) параллельный инерционный в процессе снятия старой продукции (*1*).

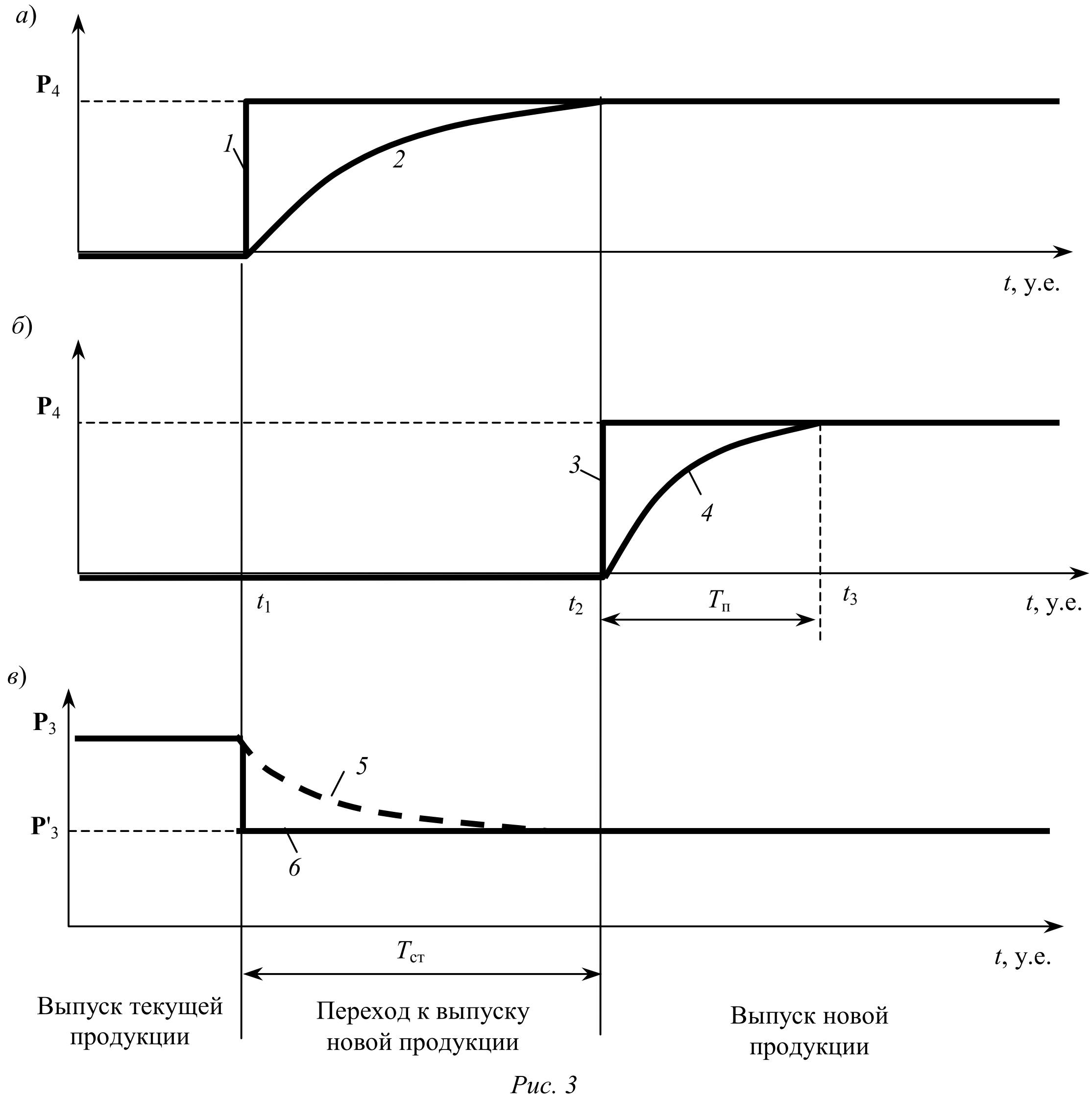

Рис. 3

Возможны два варианта снятия текущей продукции с производства.

А. Мгновенный (кривая *6*, рис. 3, *в*, $T_{\text{ст}} = 0$) до величины $\mathbf{P}'_3 \le \mathbf{P}_3$. Здесь справедливы ранее перечисленные варианты и удобно говорить о случаях А1—А4.

Б. Постепенный за время $T_{\text{ст}} = \tau_3 = \max\limits_j t_3$, где $t_3 = \{\tau_{3j}, j \in J_3 \subset J\}$ J, J_3 — множества текущей продукции (кривая *5* на рис. 3, *в*), характеризуется случаями Б1—Б3.

На выходе объекта управления фиксируется выпуск готовой продукции j ($j = \overline{1, J}$), на входе имеют место соответствующие комплекты ресурсов, готовые для запуска в производство. Полагаем, что процесс комплектования выполнен до начала производства (см. рис. 2).

Чтобы перейти от старого плана (со старыми связями) к новому, необходимо определить новый план (с новыми структурными связями).

Пусть в момент времени $(t) = (\tau - 1) = 0$ возникает необходимость в оперативном переходе на выпуск новой продукции $\mathbf{P}_4[\tau] = \{\mathbf{P}_{4j}[\tau], j \in \overline{1, J_4}\}$. При этом старая продукция $\mathbf{P}_3[\tau]$ снимается с производства полностью ($\mathbf{P}'_3[\tau] = 0$) или частично ($\mathbf{P}'_3[\tau] < \mathbf{P}_3[\tau]$). Пусть матрица $\mathbf{D}$ норм расходов разрежена, что имеет место в задачах большой размерности.

Очевидно, что старый план $\mathbf{P}_{\text{ст}}[\tau] = \{\mathbf{P}_1^T[\tau], \mathbf{P}_2^T[\tau], \mathbf{P}_3^T[\tau]\}^T$, $|\mathbf{P}_{\text{ст}}| = |\mathbf{P}_1| + |\mathbf{P}_2| + |\mathbf{P}_3|$, где $|.|$ — размерность вектора, $\mathbf{b}^T_{\text{ст}}(\tau - 1) = \{\mathbf{b}_1^T(\tau - 1), \mathbf{b}_2^T(\tau - 1), \mathbf{b}_3^T(\tau - 1)\}^T$, $\mathbf{C}_{\text{ст}} = \{C_i, i = 1, 3\}$. Для выпуска новой продукции (обозначено „штрихом“) выделяются дополнительные ресурсы $\mathbf{b}_4(\tau - 1)$, $\mathbf{b}'_3(\tau - 1)$, $\mathbf{b}'_2(\tau - 1)$. Предполагаем, что наличие ресурсов $\{\mathbf{b}_2(\tau - 1) + \mathbf{b}'_2(\tau - 1)\}$, $\{\mathbf{b}_3(\tau - 1) + \mathbf{b}'_3(\tau - 1)\}$, $\mathbf{b}_4(\tau - 1)$ обеспечивает выполнение нового плана $\mathbf{P}_{\text{н}}^T[\tau] = \{\mathbf{P}_1^T[\tau], \mathbf{P}_2^T[\tau], \mathbf{P}_3^T[\tau], \mathbf{P}_4^T[\tau]\}^T$ при $\mathbf{P}_4[\tau] \geq \mathbf{R}_4[\tau]$, иначе следует решить вопрос ресурсного обеспечения.

Поскольку часто $|\mathbf{P}_4| << |\mathbf{P}|$, $|\mathbf{P}_3| << |\mathbf{P}|$, то возможно существенное снижение размерности (а следовательно, и времени расчета) задачи.

Основная идея формирования модели нового плана — запись процесса в отклонениях от известного старого плана.

Вычтя из неравенств (9) для $\mathbf{P}_{\text{н}}[\tau]$ новой продукции равенства (9) для $\mathbf{P}_{\text{ст}}[\tau]$ старой продукции, получим выражение

$$\begin{Vmatrix} \mathbf{D}_6 & 0 \\ \mathbf{D}_9 & \mathbf{D}_{11} \\ 0 & \mathbf{D}_{12} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \mathbf{P}'_3[\tau] - \mathbf{P}_3[\tau] \\ \mathbf{P}_4[\tau] \end{Vmatrix} \leq \begin{Vmatrix} \mathbf{b}'_2(\tau-1) \\ \mathbf{b}'_3(\tau-1) \\ \mathbf{b}'_4(\tau-1) \end{Vmatrix} \tag{10}$$

в отклонениях для нового плана с неизвестными значениями $\mathbf{P}_4[\tau]$ и $\mathbf{P}'_3[\tau]$, где $\mathbf{D}_6$, $\mathbf{D}_9$, $\mathbf{D}_{11}$, $\mathbf{D}_{12}$ — подматрицы соответствующей размерности матрицы $\mathbf{D}$ норм расхода ресурсов. Очевидно, что выгода от выпуска новой продукции определяется выражением

$$G_4 = \langle \mathbf{F}_4, \mathbf{P}_4(T - \theta) \rangle, \tag{11}$$

где $\theta = t_2$ для вариантов 3 и 4, $\theta = t_1$ — для вариантов 1 и 2. Величина $\mathbf{P}_4(T - \theta)$ определяется из выражения (4), в котором из соотношений (5) и (6) в одномерном случае

$$a_4\, dp_4(t)/dt + p_4(t) = p_{14}(t),\ a_4 = T_{\text{п}}/3 \tag{12}$$

для вариантов Б1 и Б3

$$p_4(t) = p_4\, 1(t - \theta) \tag{13}$$

для вариантов А2 и А4 (a — постоянная времени).

Нетрудно заметить, что варианты А2 и А4 удобно использовать для предварительной оценки, а точную оценку следует проводить с вариантами Б1 и Б3.

Отметим, что в случаях Б1—Б3 величина ΔF_3 потерь от незавершенного производства продукции равна нулю. Для случаев А1—А4

$$\Delta F_3 = \langle \mathbf{F}_3, \mathbf{P}_3\, (t - t_1) \rangle, \tag{14}$$

где в одномерном случае

$$\begin{aligned} p_3(t) &= p_3 - \{p_3 - p'_3\}\{1 - \exp(-t/a_3)\} = p'_3\{1 - \exp(-t/a_3)\} + p'_3 \exp(-t/a_3) = \\ &= \{p_3 - p'_3\}\exp(-t/a_3) + p'_3,\ a_3 = T_{\text{ст}}/3. \end{aligned} \tag{15}$$

В этих случаях формальным условием для экономической целесообразности перехода на выпуск новой продукции является

$$\Delta F_3 = \leq G_4. \tag{16}$$

Соотношения (10)—(16) составляют фактически математическую модель процесса составления нового плана, для чего возможно использовать методы нахождения старого плана.

Таким образом, показано, что расчет в адаптивном режиме в первом приближении можно свести к некоторому эквивалентному расчету в стационарном режиме. Использование динамического линейного программирования позволяет более точно учитывать экономические характеристики процесса планирования.

Можно отметить, что предлагаемое математическое описание позволяет учесть и изменения $\mathbf{P}_3[\tau]$ при $\mathbf{P}_4[\tau] = 0$.

Задача ДЛП (3)—(8) может быть сведена к задаче статистического линейного программирования вила

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t-1) + \mathbf{p}(t), \ \ \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0, \tag{17}$$

$$\mathbf{P}(T) \geq \mathbf{R}(T), \tag{18}$$

$$\mathbf{Dp}(t) \leq \mathbf{b}(t), \tag{19}$$

$$G = -<\mathbf{F}, (\mathbf{A}^K\mathbf{B})\mathbf{P}(T)> \to \max, \tag{20}$$

где $(\mathbf{A}^K\mathbf{B}) = \left(\mathbf{A}^{\frac{T}{t}-1}\mathbf{B} \ \ \mathbf{A}^{\frac{T}{t}-2}\mathbf{B} \ldots \mathbf{AB} \ \ \mathbf{B}\right)$.

Для последней задачи важны свойства ресурсного обеспечения и векторной оптимизация.

Ресурсное обеспечение. Задача ресурсного обеспечения плана (и прежде всего ограничения снизу спроса R_j^-, $j = \overline{1, J}$) с математической точки зрения означает выполнение второго этапа решения задачи линейного программирования (ЛП) — нахождение допустимых решений, т.е. совместности системы ограничений.

Наиболее часто система неравенств высокой размерности задачи ЛП является несовместной, т.е. спрос $\mathbf{R}$ не обеспечивается необходимыми ресурсами.

Необходимо, следовательно, определить условия, гарантирующие совместность системы неравенств. Здесь возможны случаи: определение плана $\mathbf{P}'[T] < \mathbf{P}[T] < \mathbf{R}^-[T]$, который может быть выполнен при имеющихся ресурсах; определение минимального дополнительного количества ресурсов $\Delta\mathbf{b}(0)$, позволяющих выполнить заказ $\mathbf{R}^-[T]$.

Необходимо решать дополнительную задачу линейного программирования

$$\mathbf{P}[T] + \Delta\mathbf{R}^-[T] \geq \mathbf{R}^-[T], \ \mathbf{AP}[T] \leq \mathbf{b}(0) + \Delta\mathbf{b}(0),$$

$$G = <\mathbf{F}, \Delta\mathbf{R}^-[T]> + <\mathbf{H}, \Delta\mathbf{b}(0)> \to \min,$$

где $\mathbf{F}$ и $\mathbf{H}$ — стоимостные веса или веса, приводящие разноразмерные величины к одной размерности.

Векторный критерий. Использование только одной целевой функции характеризуется получением „крайних“ решений, не учитывающих в достаточной мере факторов, имеющих место в реальной системе. Для „сглаживания“ этих крайностей используется векторная целевая функция (многокритериальная постановка задачи). Учет L критериев сводится в конечном итоге к неформальному выбору схемы компромисса — сворачиванию векторного критерия G_l ($l = \overline{1, L}$) в скалярный G через веса α_l:

$$G(\mathbf{P}^*[T]) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \ G_l(\mathbf{P}^*[T]) \to \max, \ \sum_{l=1}^{L} \alpha_l = 1, \ \alpha_l \geq 0. \tag{21}$$

При использовании компьютерных расчетов предпочтение следует отдать группе методов, в которых веса определяются в процессе решения задачи.

В методе идеальной точки первоначально определяются оптимальные значения $P^*_l[T]$ и $G_{l\max}$ для отдельных l-х критериев, а затем решается задача

$$\mathbf{AP}[T] \leq \mathbf{b}(0),$$

$$G(\mathbf{P}[T]) = \sum_{l=1}^{L} \left\{ G_{l\,\max} - G(\mathbf{P}[T]) \right\}^2 \to \min\,,$$

где **P** — компромиссное решение.

Задачи ДЛП всех уровней можно, как следует из выражений (17)—(20), свести к задачам статического линейного программирования. Следовательно, ДПЛ позволяет решить вопрос согласования экономических интересов структурных элементов (цеха, подразделения). Вопрос координации динамических свойств элементов требуется решать путем моделирования.

Компьютерная реализация. Реализация соотношений (3)—(8) возможна двумя способами: интеграцией задачи статического линейного программирования и разностного уравнения, а также прямым моделированием на основе работы [4].

В первом случае для оперативной проверки теоретических положений на задачах небольшой размерности возможно использование пакета MatLab или интеграции пакета LINDO и СУБД InterBase. Во втором случае применяется СУБД InterBase. Ее использование в среде Delphi показало работоспособность. В настоящее время проводится тестирование достоверности решения задачи ДЛП (12), (13) на числовых примерах. Пример реализации в пакете MatLab представлен на рис. 4 (*а* — схема, *б* — результат моделирования процесса адаптивного планирования при переходе на выпуск новой продукции).

а)

б)

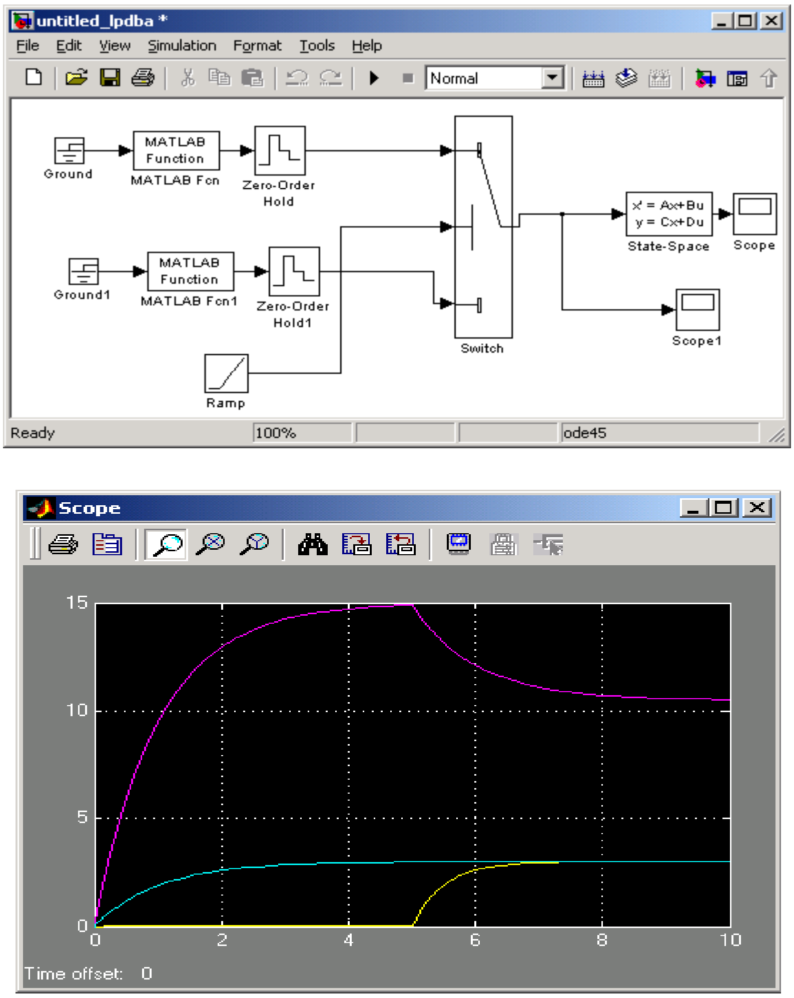

Рис. 4

Заключение. Рыночные отношения характеризуются изменением не только величины различных составляющих вектора спроса, но и состава самого вектора при переходе на выпуск новой продукции. В последнем случае требуется адаптивное планирование с учетом его инерционности.

Для описания процесса адаптивного планирования пригоден метод динамического линейного программирования.

Этот метод позволяет не только исследовать процесс, но и дать оценку целесообразности перехода на выпуск новой продукции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Соломенцев Ю. М., Полыскалин В. Я., Чертовской В. Д. и др.* Системное проектирование интегрированных АСУ ГПС машиностроения. М.: Машиностроение, 1988. 488 с.

2. *Чертовской В. Д.* Теоретические основы автоматизированного управления: процедурное представление. М.: МГУП, 2007. 218 с.

3. *Чертовской В. Д.* Интеллектуализация автоматизированного управления производством. СПб: Изд-во СПбГУ, 2007. 164 с.

4. *Альсевич В. В., Габасов Р., Глушенков В. С.* Оптимизация линейных экономических моделей. Статические задачи. Минск: БГУ, 2000. 210 с.

Сведения об авторе

Владимир Дмитриевич Чертовской — профессор; Северо-Западный институт печати Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна; кафедра информационных и управляющих систем

Рекомендована кафедрой информационных и управляющих систем СЗИП

Поступила в редакцию 19.11.08 г.