

Х. О. АРО

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ

Рассматривается возможность применения методов робастного управления для стабилизации метеорологической ракеты. Оценены границы неопределенностей неизвестных параметров. Разработаны автоматы стабилизации на основе $H-\infty$ (H -infinity) оптимизации, μ -синтеза и анализа с учетом неопределенностей модели. Исследованы устойчивость и качество системы управления для каждой оценки неопределенностей с использованием компьютерного моделирования.

Ключевые слова: робастное управление, упругость, динамика полета, моделирование, линеаризация, неопределенности.

Введение. Метеорологическая ракета, которую иногда называют исследовательской, предназначена для доставки измерительного оборудования и проведения научных экспериментов во время суборбитальных полетов. Национальное агентство космических исследований и

развития Нигерии (NASRDA) открыло программу создания и применения метеорологических ракет для проведения измерений и испытаний приборов на высоте от 10 до 80 км над поверхностью Земли.

Появление технологии микроэлектромеханических систем (МЭМС) привело к созданию недорогих акселерометров и гироскопов, что позволяет применять интегрированную навигационную систему для широкого спектра новых приложений, таких как системы навигации и управления для малых беспилотных летательных аппаратов (БЛА) или автономные наземные средства. Поскольку основными задачами совершенствования метеорологических ракет в Нигерии являются снижение себестоимости производства и увеличение грузоподъемности, интегрированную систему навигации на базе МЭМС следует считать наиболее подходящим выбором.

Существуют различия между математической моделью, используемой для разработки системы управления, и реальной динамикой системы, причины возникновения этих различий следующие:

- начальные условия системы не могут быть указаны точно или совершенно неизвестны,
- математическая модель любой реальной системы всегда есть лишь аппроксимация реальной динамики системы.

Чтобы сохранить уровень устойчивости и качества управления, несмотря на динамику возмущений и неопределенности в модели, ракета должна быть оборудована робастной системой управления.

Модель объекта. Модель метеорологической ракеты в пространстве состояний включает динамическую модель движения твердого тела и модель упругих относительных перемещений конструкции с учетом перекрестных связей, определяемых совокупностью внешних и управляющих сил и моментов. Движение твердого тела описывается системой дифференциальных уравнений в связанной с телом системе координат. Уравнения движения ракеты как твердого тела в плоскости тангажа ($0xy$) имеют вид [1]:

$$m\dot{V} = P\cos\alpha - Q - G\sin\Theta + F_x(t), \quad (1)$$

$$mV\dot{\Theta} = P\sin\alpha + Y - G\cos\Theta + F_y(t), \quad (2)$$

$$I_z\dot{\omega}_z = M_z^f + M_z^d + M_z^c + M_z(t), \quad (3)$$

$$\dot{\Theta} = \omega_z, \quad (4)$$

где m — масса ракеты, V — скорость, P — тяга двигателя, Q — сила сопротивления, Y — подъемная сила в направлении оси y , G — вес ракеты, α — угол атаки, Θ — угол наклона траектории полета, F_x и F_y — обобщенные силы в направлении x и y соответственно, I_z — момент инерции относительно оси z , ω_z — угловая скорость; M_z^f, M_z^d, M_z^c — аэродинамические моменты в зависимости от α , ω_z и угла отклонения руля высоты δ_z соответственно, $M_z(t)$ — обобщенный момент относительно оси z .

Уравнение связи между углами α , θ , Θ :

$$\alpha = \theta - \Theta. \quad (5)$$

Уравнение нормального ускорения будет иметь вид:

$$n_y = -\frac{P\cos\alpha - Q}{G}\sin\alpha + \frac{P\sin\alpha + Y}{G}\cos\alpha. \quad (6)$$

Используется упрощенная модель упругости, соответствующая изгибным колебаниям упругого стержня с переменной массой, которая представлена системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида [4]:

$$\Delta M\ddot{q} + \Delta \Xi \dot{q} + q = \Delta f, \quad (7)$$

где \mathbf{q} — смещение упругой линии по нормали к продольной оси; Δ — симметричная матрица жесткости; \mathbf{M} — диагональная матрица масс; Ξ — симметричная матрица структурного демпфирования; f — распределенная нагрузка. Уравнения упругих колебаний в обобщенных координатах ξ_i , соответствующих собственным формам $\Phi = \{\phi_{i,j}\}$ и частотам $\Omega = \text{diag}(\omega_i)$ свободных упругих колебаний, имеют вид:

$$\Phi' \mathbf{M} \Phi \ddot{\xi} + \Phi' \Xi \Phi \dot{\xi} + \Omega^2 \Phi' \mathbf{M} \Phi \xi = \Phi' f, \quad (8)$$

$$q = \Phi \xi. \quad (9)$$

Локальный угол атаки α_i^* в точке с координатой x_i вдоль продольной оси ракеты с учетом изгибных колебаний будет иметь вид [2]:

$$\alpha_i^* = \alpha_i + \frac{x_{cg} - x_i}{V_i} \dot{\vartheta} - \frac{\dot{q}}{V_i} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (10)$$

где $\frac{\partial q_i}{\partial x_i}$ — мгновенное значение наклона упругой линии в точке, \dot{q}_i — локальная поперечная скорость колебаний, V_i — локальная воздушная скорость.

Локальная аэродинамическая нагрузка определяется как функция от локального угла атаки, скоростного напора и распределенных аэродинамических коэффициентов, зависящих от геометрии летательного аппарата. Обобщенные силы и моменты определяются с учетом локальной нагрузки для выбранных мод упругих колебаний. Локальные нагрузки в точках приложения векторов тяги и управляющих воздействий (аэродинамических рулей) определяются с учетом локального угла атаки в этих точках.

Взаимосвязь упругих колебаний и аэродинамических сил и моментов лежит в основе такого явления, как аэроупругость. Упругие перемещения в точках размещения датчиков навигационной системы приводят к возникновению колебаний в контуре управления.

В работе используется линейная модель объекта в пространстве состояний, полученная линеаризацией уравнений (1)—(4) в точках базовой траектории с учетом линейной модели упругости и аэродинамики. Линейная модель сервопривода задается следующим дифференциальным уравнением:

$$\ddot{\delta}_z + 2\xi_{\delta_x} \omega_{\delta_x} \dot{\delta}_z + \omega_{\delta_x}^2 \delta_z = \omega_{\delta_x}^2 \delta_z^0, \quad (11)$$

где δ_z^0 — заданное угловое отклонение руля, ω_{δ_x} — собственная частота привода и ξ_{δ_x} — коэффициент затухания сервопривода.

Методы робастного синтеза. Управление динамическими объектами в условиях неопределенности является одной из основных проблем современной теории управления. Отсутствие полных сведений относительно параметров или характеристик метеорологической ракеты приводит к структурной и параметрической неопределенности математической модели. Модель, полученная на основании теории, с использованием прикладного программного обеспечения (ANSYS, NASTRAN) или в результате идентификации, отличается от реальной технической системы. Кроме того, технологический процесс создания таких объектов предполагает большой разброс параметров для каждого экземпляра серии. Параметры объекта изменяются в течение полета, возникает неопределенность в законах изменения этих параметров. Задача синтеза робастного управления состоит в том, чтобы обеспечить устойчивость замкнутой системы не только для номинального объекта, но и любого объекта из заданного класса неопределенности.

Существующие методы синтеза робастных регуляторов основываются на определении области робастной устойчивости и увеличении этой области. Синтезируемые регуляторы

должны обеспечивать желаемое качество переходного процесса. Используются следующие наиболее известные методы синтеза [3]:

- H^∞ смешанной чувствительности (H-infinity mixed sensitivity);
- H^∞ субоптимальный (H-infinity suboptimal);
- H^∞ с формированием контура (H-infinity loop shaping);
- H^∞ синтез с двумя степенями свободы (2-Degree-of-freedom);
- μ -синтез и анализ;
- робастная оценка обратной динамики (Robust Inverse Dynamics Estimation).

В рассматриваемом проекте контроллер создан с использованием мощного программного пакета MatLab/Simulink. Субоптимальный подход H^∞ был реализован в сочетании с μ -синтезом и анализом.

Варьирование аэродинамических коэффициентов, а также изменение массы и скорости ракеты во время полета приводит к изменениям в коэффициентах неопределенности в уравнениях (1)—(4). Это должно учитываться при разработке контроллера. Диапазон изменения этих коэффициентов составляет приблизительно 30 % от номинальных значений.

В упрощенной модели определены семь коэффициентов неопределенности в возмущенных уравнениях движения, а именно $a_{\Theta\Theta}, a_{\Theta\delta_z}, a_{\Theta\dot{\theta}}, a_{\Theta\ddot{\theta}}, a_{\Theta\delta_z}, a_{n_y\alpha}, a_{n_y\delta_z}$. Эти коэффициенты показывают параметры неопределенности в модели ракеты в течение полета. Каждый коэффициент неопределенности может быть представлен в виде $c = \bar{c}(1 + p_c\delta_c)$, где \bar{c} — это номинальное значение c , $p_c = 0,3$ (для 30 %-ной неопределенности) и $-1 \leq \delta_c \leq 1$. Коэффициент c можно представить в виде верхнего дробно-линейного преобразования (LFT) в δ_c (рис 1, а), где

$$c = F_u(\mathbf{M}_c, \delta_c), \mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} 0 & \bar{c} \\ p_c & \bar{c} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Коэффициент Δ определяет динамику неопределенности в системе:

$$\Delta = \text{diag}(\delta_{a_{\Theta\Theta}}, \delta_{a_{\Theta\delta_z}}, \delta_{a_{\Theta\dot{\theta}}}, \delta_{a_{\Theta\ddot{\theta}}}, \delta_{a_{\Theta\delta_z}}, \delta_{a_{n_y\alpha}}, \delta_{a_{n_y\delta_z}}), \quad (13)$$

Из-за сложности системы наилучший способ разработки и моделирования динамики неопределенности состоит в выполнении команды “sysic” в MatLab. Команда “sysic” используется для создания взаимосвязей определенных и неопределенных матриц системы (рис. 1, б).

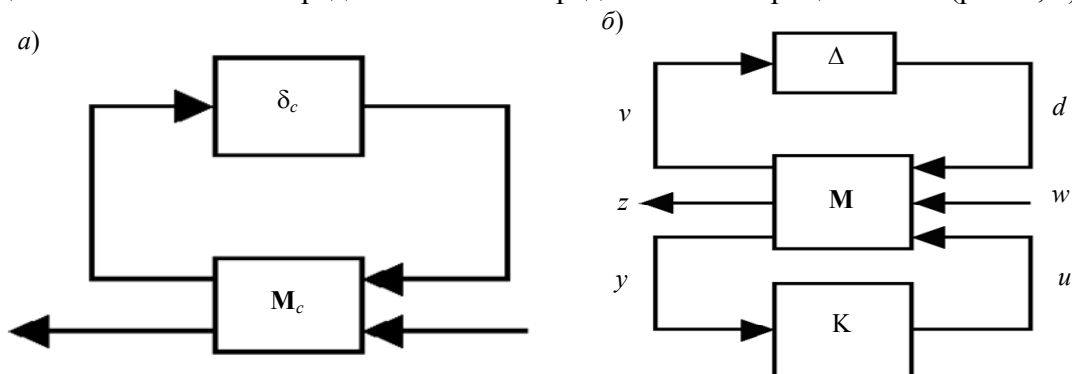


Рис. 1

Результаты расчетов. В соответствии с критерием робастной устойчивости стабильность возмущенной системы робастного управления гарантируется, если значение ∞ -нормы возмущенной модели объекта менее единицы, а именно: $\|\cdot\|_\infty < 1$ для всех ограниченных возмущений.

Эта ∞ -норма устанавливает максимально возможный порог возмущений, или верхнюю границу соответствующего сингулярного значения μ передаточной матричной функции системы, приведенной на рис. 1, б. Графики сингулярных значений для двух вариаций парамет-

ров (10 и 30 %) приведены на рис. 2. Видно, что и в первом, и во втором случае вариации параметров удовлетворяют критериям робастности, стабильности и качества. Показано, что чем меньше коэффициент неопределенности, тем больше робастные показатели стабильности и качества.

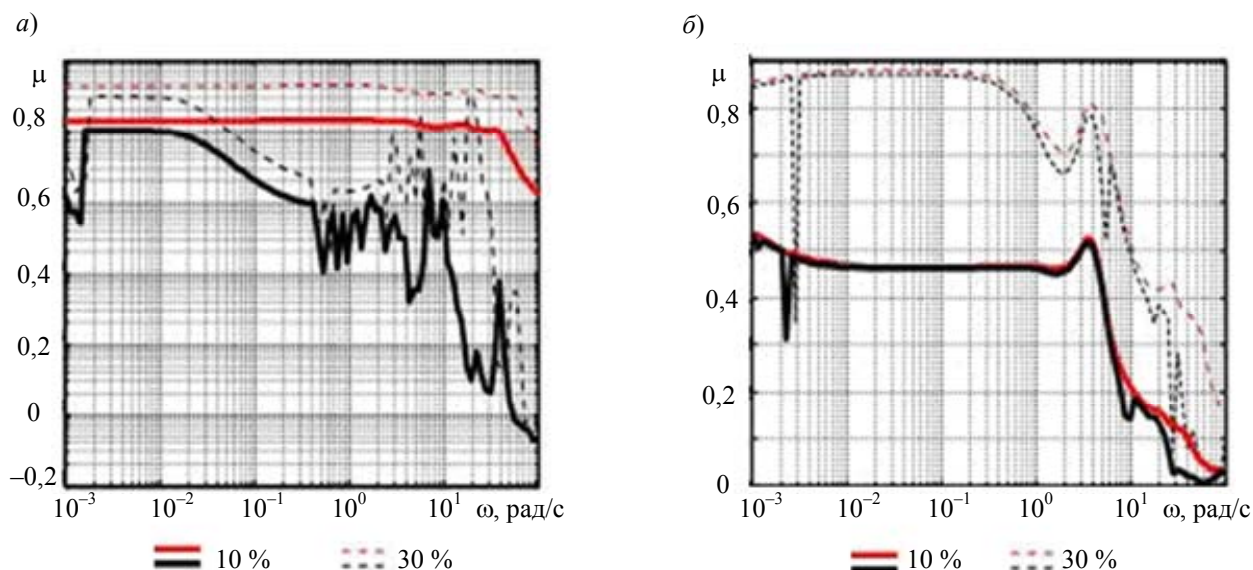


Рис. 2

Выводы. Представленный подход к применению методов робастного управления для стабилизации метеорологической ракеты показал, что комбинация H_∞ оптимизации и μ -синтеза гарантирует как устойчивость, так и уровень качества системы с обратной связью при ограниченных возмущениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мишин В. П. Динамика ракет. М.: Машиностроение, 1990.
2. Кузовков Н. Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. М., 1976.
3. Gu D.-W., Petkov P. H., Konstantinov M. M. Robust Control Design with Matlab. Springer, 2002.
4. Gawronski W. K. Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures. NY: Springer-Verlag, 2004.

Сведения об авторе

Хабиб Олалекан Аро — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра компьютерного проектирования аэрокосмических измерительно-вычислительных комплексов (МИПАКТ); E-mail: habeebaro@yahoo.com

Рекомендована ГУАП

Поступила в редакцию
04.04.11 г.