## Д. А. ФАДЕЕВ

## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ЗАДАЧ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКИХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА СИСТЕМАХ АРХИТЕКТУРЫ NUMA

Рассмотрены приемы адаптации алгоритмов решения эволюционных задач распространения коротких лазерных импульсов к особенностям вычислительной архитектуры NUMA.

**Ключевые слова:** NUMA, прогонка, волновое уравнение, сверхкороткий импульс.

Архитектура NUMA (Non Uniform Memory Access) определяет класс параллельных вычислительных систем с логически общей, но физически раздельной памятью [1]. Существует достаточно много вариантов реализации такой архитектуры. В частности, компания Advanced Micro Devices ввела подход, при котором чипы RAM подключаются непосредственно к чипу CPU, содержащему встроенный контроллер памяти. В случае использования MultiCPU-платформ каждый CPU подключается к своему набору планок RAM. При этом память остается логически общей благодаря наличию шины HyperTransport, имеющей существенно больший пропускной канал, чем связка CPU-RAM. Более того, серверные процессоры AMD имеют N-1 HyperTransport каналов (N — число процессоров (чипов) в одном вычислительном узле (материнской плате)) и каждый чип CPU соединен с каждым. Таким образом, достигается реализация логически общей памяти. При этом скорость доступа данного CPU к памяти любого нода (связки CPU-RAM) одинакова, если требуемая память не занята другим запросом. Таким образом, в NUMA ширина канала увеличивается во столько же раз, сколько нодов имеется на вычислительном узле. В настоящее время архитектура NUMA поддерживается и на персональных компьютерах, в частности, использующих платформу Nehalem [2].

В настоящей статье рассматриваются особенности реализации задачи эволюционного (по координате z) численного моделирования распространения лазерного импульса  $A(z,\tau,r)$  с широким спектром:

90 Д. А. Фадеев

$$\frac{2}{c}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau \partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} \left(r\frac{\partial A}{\partial r}\right) = 0. \tag{1}$$

Такое соотношение может быть получено из уравнений Максвелла для условий малоуглового распространения короткого импульса вдоль оси z, где  $\tau = t - z/c$  — сопутствующее время. В фурье-пространстве уравнение (1) перейдет в следующее:

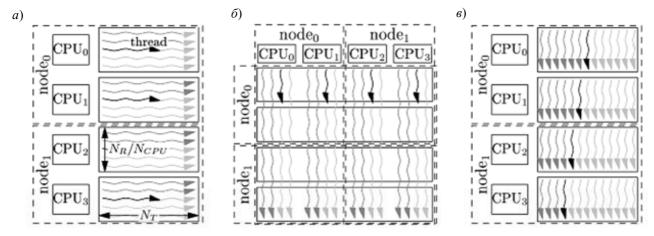
$$-\frac{2}{c}i\omega\frac{\partial B}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial B}{\partial r}\right) = 0,$$
 (2)

которое, в свою очередь, аппроксимируется посредством  $N_T$  независимых конечно-разностных уравнений:

$$-i\omega_n \frac{\partial B}{\partial z} + \hat{L}B = 0, \quad n \in [0, N_T - 1],$$
(3)

где оператор  $\hat{L}$  аппроксимирует дифференциальный оператор в соотношении (2). Данный оператор может быть записан в трехдиагональном виде как обобщение обычного двумерного пятиточечного лапласиана. Уравнение (3) решается численно методом Крэнка—Никольсона для каждой гармоники  $\omega_n$ .

С точки зрения эффективного использования архитектуры NUMA элементы массива  ${\bf A}(r_i,\tau_j)$  целесообразно расположить так, чтобы соседние элементы по второй (временной) координате оказались соседними в памяти. Это удобно для выполнения преобразования Фурье, которое при таком размещении данных может выполняться построчно. Пусть далее в системе есть  $N_{\rm NUMA}$  нодов, тогда все массивы  ${\bf A}$ ,  ${\bf B}$  размером  $N_R \times N_T$  разбиваются на  $N_{\rm NUMA}$  отдельных частей размером  $(N_R/N_{\rm NUMA})\times N_T$ . На рисунке, a представлено параллельное выполнение преобразования Фурье;  $\delta$  — первая часть прогонки (прямая прогонка) с конфликтом памяти;  $\epsilon$  — прямая прогонка без конфликта памяти. Для выполнения преобразования Фурье по строкам достаточно запустить  $N_{\rm NUMA}$  независимых нитей — thread (a). В соответствии с предложенным расположением массивов в памяти соседние по r элементы оказываются удалены на  $N_T$  элементов в памяти. Более того, элементы из разных подмассивов оказываются на разных нодах, поэтому простейший цикл по столбцам матрицы  ${\bf B}$ , реализуемый при выполнении прогонки, оказывается неоптимальным, так как при этом физические процессоры будут синхронно обращаться к памяти одного нода, как это представлено на рисунке,  $\delta$ .



Выходом в данном случае может быть "лестничная" процедура, представленная на рисунке,  $\varepsilon$ . Процесс прямой прогонки (обнуление одной из боковых лент матрицы обращаемого оператора) можно начинать выполнять на одном ядре ( $CPU_0$ ), после того как элементы

 $\mathbf{B}(r_0, \tau_0), ..., \mathbf{B}(r_{N_B/N_{CPU}}, \tau_0)$ обработаны, обработке можно переходить элементов  $\mathbf{B}(r_0, \tau_1), ..., \mathbf{B}(r_{N_P/N_{CDII}}, \tau_1),$ CPU<sub>1</sub> обработку может начать элементов  $\mathbf{B}(r_{N_R/N_{\mathrm{CPU}}}, \tau_0), ..., \mathbf{B}(r_{2N_R/N_{\mathrm{CPU}}-1}, \tau_0)$ . Таким образом, все члены CPU будут задействованы с некоторой задержкой. Однако большую часть данных ядра будут обрабатывать одновременно, не обращаясь к данным чужого нода. Если окажется что блок памяти, привязанный к данному ядру, помещается в собственный кэш ядра то конфликт между СРU<sub>0</sub>, СРU<sub>1</sub> и СРU<sub>2</sub>, СРИ3 будет также разрешен. Вторая часть (обратная прогонка) выполняется так же, только процесс начинается с последнего вычислительного ядра.

Для практической реализации предложенной выше процедуры необходима некоторая модификация. Так как обращение к любому элементу памяти, отсутствующему в кэше, вызывает считывание целой кэш-линии первого уровня (L1 cache line), следует выполнять модифицированную прогонку, реализующую один шаг с номером i сразу для 16 элементов ( $\mathbf{A}(r_i, \tau_j), ..., \mathbf{A}(r_i, \tau_{j+16})$ ). При этом время ожидания в начале предложенного "лестничного" процесса несколько возрастает, однако если выполнять прогонку для каждого столбца отдельно, неоптимальное обращение к памяти приведет к еще большей потере производительности.

Дополнительной особенностью моделирования распространения лазерного импульса является необходимость оптимизации распределения нагрузки, поскольку в области слабых полей вычисления можно не производить. Но в таком случае возникает простой отдельных вычислительных узлов на каждом эволюционном шаге. Одним из способов создания равномерной нагрузки может быть варьирование размеров подмассивов, рассчитываемых на отдельных СРU. При этом размер массива  $N_T$  по координате  $\tau$  остается прежним, изменяется только количество строк  $N_{Rk}$  в подмассиве (исходно  $N_{Rk} = N_R / N_{CPU}$ ,  $\forall k$ ). Так как при каждом изменении размера подмассива выделяются и высвобождаются большие объемы памяти, данную операцию следует производить через некоторое, достаточно большое, число эволюционных шагов.

Рассмотренные подходы являются достаточно перспективными благодаря разработке NUMA-систем. На данный момент на рынке широко представлены системы с максимальным числом нодов 2—4. В условиях увеличения числа ядер на один NUMA-нод (до 12 в последних предложениях от AMD) эти системы остаются, на наш взгляд, по-прежнему несбалансированными по соотношению вычислительная производительность—пропускная способность памяти. Эксперименты с вычислительной станцией на базе Intel Nehalem 2 CPU X5550 показали, что увеличение каналов памяти (3 канала в Nehalem) не оправдывает заявленной производительности и при этом не допускает контроля со стороны программиста. В этом смысле использование особенностей NUMA более эффективно, чем применение в рамках модели глобальной общей памяти, разделяемой между ядрами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A NUMA API for LINUX\* 2005 [Электронный ресурс]: <developer.amd.com/assets/LibNUMA-WP-fv1.pdf>.
- 2. [Электронный ресурс]: <a href="http://download.intel.com/pressroom/pdf/nehalem-ex.pdf">http://download.intel.com/pressroom/pdf/nehalem-ex.pdf</a>>.

## Сведения об авторе

Даниил Александрович Фадеев

Институт прикладной физики РАН, отдел нелинейной электродинамики, Нижний Новгород; младший научный сотрудник;

E-mail: fadey@appl.sci-nnov.ru

Рекомендована НИИ НКТ

Поступила в редакцию 15.05.11 г.