
ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 536.8:621.384

И. А. Коняхин, А. Д. Мерсон, А. Н. Тимофеев

АНАЛИЗ ПРОЕКТНЫХ ИНВАРИАНТОВ ДЛЯ АНАМОРФОТНЫХ КОНТРОЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ СКРУЧИВАНИЯ

Рассматриваются инварианты, позволяющие упростить методику расчета параметров оптико-электронной системы с анаморфотным контрольным элементом. Исследована зависимость чувствительности системы измерения угла скручивания от параметров анаморфирования.

Ключевые слова: проектные инварианты, анаморфотные контрольные элементы, оптико-электронные системы, деформации скручивания.

Многие задачи в производственной и научной деятельности предусматривают измерение специфической угловой координаты объекта — деформации скручивания. При этом под углом скручивания подразумевается поворот контролируемого объекта (блока или элемента конструкции) относительно линии, соединяющей объект и некоторый базовый пункт (оси скручивания).

Примером задачи на измерение угла скручивания является контроль углового положения блоков систем навигации, передачи референтного направления, определения деформаций натуральных образцов и моделей, скручивания осей, труб и цилиндрических опор.

Известные автоколлимационные системы для измерения угла скручивания с контрольными элементами в виде тетраэдрических призм формируют специальный световой пучок, распространяющийся под определенным углом к оси, что не позволяет их использовать в условиях малого (десятки миллиметров) светового диаметра трассы между контролируемым объектом и базовым пунктом, например, при размещении системы непосредственно внутри деформируемой цилиндрической опоры или вала [1]. Для измерения угла скручивания автоколлимационным методом в условиях узкой трассы были предложены анаморфотные контрольные элементы (КЭ) [1, 2]. При повороте контролируемого объекта вместе с анаморфотным КЭ изменяется форма изображения марки в плоскости анализа автоколлиматора. Параметры формы изображения определяются в результате микропроцессорной обработки видеокadra, сформированного матричным анализатором автоколлиматора, что позволяет найти величину угла скручивания.

Проблема проектирования таких измерительных систем обусловлена сложностью аналитического описания анаморфирования, в частности, неявным и нелинейным характером зависимости характеристик формы изображения от параметров КЭ и величины измеряемого угла скручивания. Для создания инженерной методики проектирования анаморфотных КЭ

необходимо разработать и исследовать проектные инварианты, под которыми понимаются расчетные выражения, аналитическая форма которых не изменяется при варьировании структуры КЭ и параметров анаморфирования.

Определим выражение для статической характеристики системы измерения скручивания с анаморфотным КЭ (рис. 1).

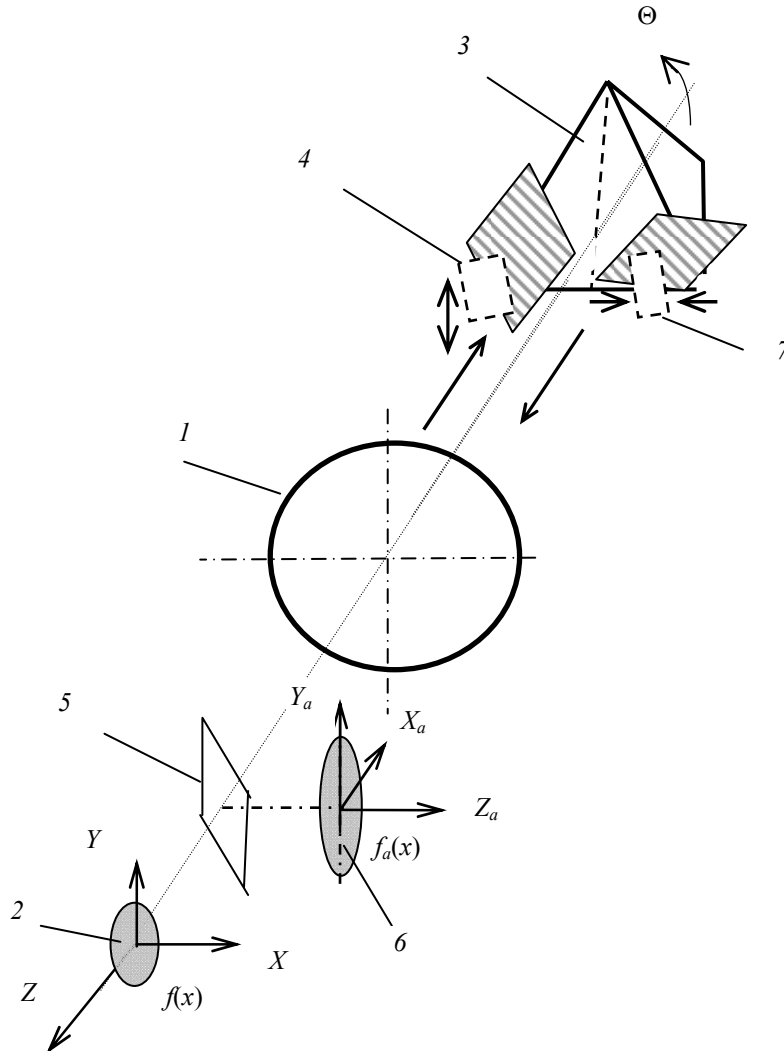


Рис. 1

Система включает автоколлиматор, установленный на базовом пункте, и отражатель, расположенный на контролируемом объекте. Объектив 1 автоколлиматора формирует излучение марки 2, расположенной в его фокальной плоскости, в параллельный пучок лучей, падающий на отражатель.

Отражатель включает ретрорефлектор 3, например, призму БКР-180° и КЭ, в наиболее простом варианте являющийся одиночной анаморфотной системой 4, выполненной в виде двух оптических клиньев [2—4] и расположенной на половине апертуры ретрорефлектора (компонент 7 полагаем отсутствующим). Пучок автоколлиматора после трансформации анаморфотным КЭ 4 и отражения от ретрорефлектора 3 формирует в фокальной плоскости приемного канала, образованного светоделителем 5, изображение марки 6, которое анализируется видеосистемой в составе матричного фотоприемника и обрабатывающего микропроцессора (на рисунке не показаны).

Под действием анаморфотной системы 4 изменяется расходимость (увеличивается или уменьшается) пучка в сечениях, параллельных некоторой плоскости, проходящей через ось пучка (так называемая плоскость анаморфирования, на рис. 1 заштрихована). Коэффициент

анаморфирования A численно равен отношению углов расходимости пучка после и до анаморфотной системы. Примем для рассматриваемой системы $A > 1$ (угол расходимости пучка увеличивается).

Пусть координаты y и x точек линии контура излучающей марки l связаны некоторой функцией $y = f(x)$ в системе координат XYZ , ось OZ которой совпадает с оптической осью объектива l (осью скручивания).

Координаты x_a, y_a точек контура изображения b марки в системе координат $X_a Y_a Z_a$, оси которой при условном совмещении фокальных плоскостей были бы сонаправлены осям системы XYZ , связаны функцией f_a , зависящей от исходной функции $f(x)$, коэффициента анаморфирования A и величины Θ поворота КЭ на угол скручивания:

$$y_a = f_a(x_a, \Theta) = f_a(f(x), A, \Theta). \quad (1)$$

После обработки видеокadra и определения координат x_a, y_a контура изображения марки в результате решения уравнения (1) находится угол Θ .

Для построения проектных инвариантов используем наиболее простую характеристику формы изображения марки, соответствующую линейному виду функции $f(x)$, описывающей какую-либо часть контура марки (марка может быть треугольной, четырехугольной, многоугольной формы). Тогда контур марки определяется отрезками прямой, заданной уравнением вида $y = kx + b$ (рис. 2).

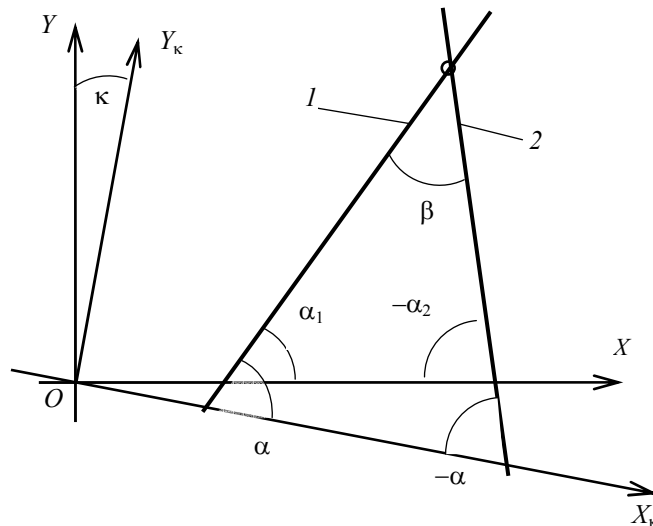


Рис. 2

Характеристикой формы марки является угол β между прямыми контура:

$$\beta = \arctg \left(\left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \right| \right) \quad (2)$$

или, при определенных условиях, разность Δk угловых коэффициентов прямых

$$\Delta k = k_1 - k_2, \quad (3)$$

где $k_1 = \operatorname{tg} \alpha_1$, $k_2 = \operatorname{tg} \alpha_2$ (см. рис. 2).

Выразим характеристики формы β и Δk через параметры анаморфотного КЭ.

Координаты точек x_a, y_a прямых контура изображения марки при повороте КЭ на угол скручивания Θ определяются выражением (действие ретрорефлектора, не влияющего на расходимость пучка, не учитывается):

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a \\ x_a k_a + b_a \end{bmatrix} = M M_A M^T \begin{bmatrix} x \\ kx + b \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где матричный сомножитель M_A определяет анаморфирование, M и M^T — прямая и транспонированная матрицы поворота на угол Θ относительно оси OZ . Эти матрицы задаются выражениями:

$$M = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}; M_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Решив уравнение (4) относительно k_a углового коэффициента прямой контура анаморфированного изображения, получим для изображения первого прямолинейного края марки (рис. 2, 1):

$$k_{1A} = \frac{A \sin \alpha_1 + (A-1) \cos(\alpha_1 + \Theta) \sin \Theta}{\cos \alpha_1 + (A-1) \sin(\alpha_1 + \Theta) \sin \Theta}, \quad (6)$$

где $\alpha_1 = \arctg k_1$ — угол между первой прямой контура исходной марки и осью OX .

Выражение для углового коэффициента контура изображения второго края марки (рис. 2, 2) аналогично (6) при подстановке вместо α_1 угла α_2 между второй прямой контура исходной марки и осью OX .

Статическая характеристика измерительной системы при использовании Δk как регистрируемого параметра формы изображения определяется при подстановке полученных выражений в соотношение (3), при использовании угла β — в соотношение (2):

$$\Delta k(\Theta) = \frac{4A(k_1 - k_2)}{\cos^2(2\Theta) - k_1 k_2 \sin^2(2\Theta) + (k_1 + k_2) \cos 2\Theta \sin 2\Theta}, \quad (7)$$

где вспомогательные функции: $\cos^2 2\Theta = 2 + (A-1)(1 - \cos 2\Theta)$, $\sin^2 2\Theta = (A-1) \sin 2\Theta$.

При следующем соотношении между угловыми коэффициентами:

$$k_1 = \tg \alpha = k; k_2 = \tg(-\alpha) = -k \quad (8)$$

выражение для статической характеристики упрощается, в частности, мультипликативное слагаемое в знаменателе будет равно нулю. Условие (8) может быть реализовано поворотом исходной системы координат относительно оси OZ на некоторый угол κ (см. рис. 2).

В соответствии с выражением (7) статическая характеристика является гармонической функцией аргумента Θ с периодом $T = 180^\circ$, что определяет диапазон однозначного измерения угла скручивания, равный интервалу $[0, 90^\circ]$.

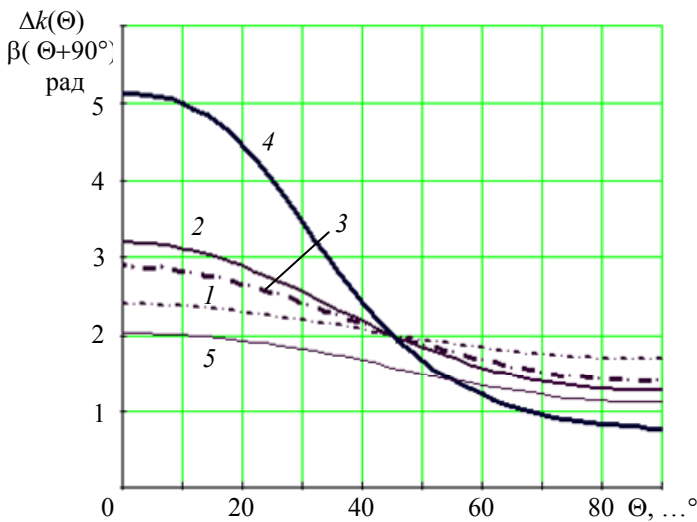


Рис. 3

На рис. 3 приведены графики статической характеристики для величины параметра контура $k = 1$ и двух значений коэффициента анаморфирования $A = 1,2$ (кривая 1) и $1,6$ (2). Для $A = 1,6$ также построен график (5) статической характеристики $\beta(\Theta+90^\circ)$ вида (2), его аналитическое выражение не приведено по причине сложности. Вид статических характеристик при использовании двух рассмотренных параметров формы аналогичен, при этом статическая характеристика $\Delta k(\Theta)$ описывается более простым аналитическим выражением.

Статическая характеристика нелинейна, ее крутизна S , определяющая чувствительность измерения, зависит от величины Θ_0 исходного разворота КЭ на угол скручивания. Графики зависимости $S(\Theta)$, полученные дифференцированием функции $\Delta k(\Theta)$ с

последующим взятием абсолютной величины, приведены на рис. 4 (параметры анаморфотного КЭ и обозначения те же, что и на рис. 3).

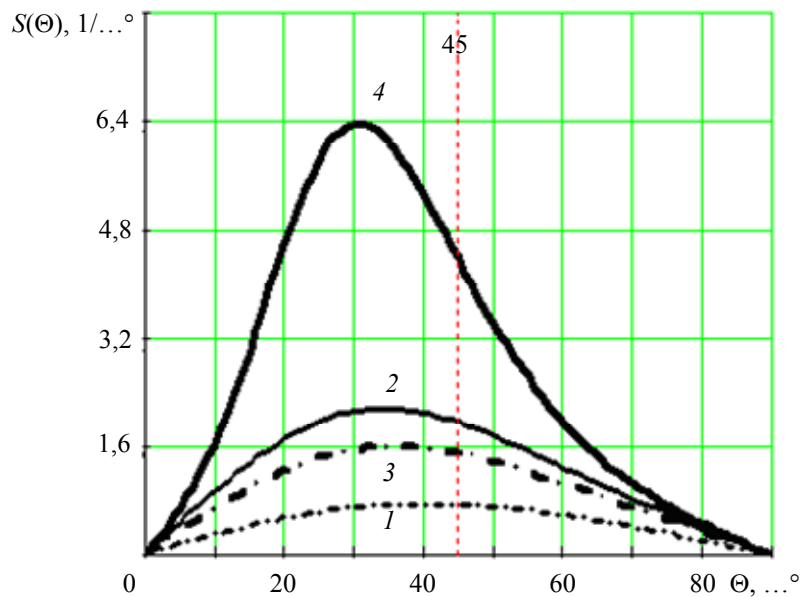


Рис. 4

Из графиков следует, что наибольшей чувствительности измерения S_m соответствует угол, величина Θ_0 которого в зависимости от величин параметров k , A находится в интервале $[30^\circ—40^\circ]$.

Величина S_m на 20—25 % превышает значение S_{45} чувствительности, соответствующей углу $\Theta_0 = 45^\circ$. Значение S_{45} определяется выражением

$$S_{45} = \frac{32kA(A-1)}{\left[(A+1)^2 - k^2(A-1)^2 \right]^2}. \quad (9)$$

Полученные соотношения соответствуют КЭ с анаморфотной системой в виде пары клиньев. Для этого типа анаморфотов практически трудно получить величину коэффициента анаморфирования, большую $A = 1,5$ [4], что определяет невысокую чувствительность измерения скручивания.

Для увеличения чувствительности возможно использовать КЭ, включающий две (и более) последовательно установленные по ходу луча анаморфотные системы. Например, вторая анаморфотная система 7 может устанавливаться на другой половине апертуры ретрорефлектора 3 (см. рис. 1).

При этом для уменьшения расходимости пучка эффективно использовать пару систем с рассогласованным анаморфированием, при котором плоскости анаморфирования взаимно перпендикулярны, а величины коэффициентов анаморфирования взаимно-обратны. В частности, для второй системы коэффициент анаморфирования равен A^{-1} (угол расходимости пучка уменьшается в плоскости анаморфирования).

Такая система рассчитывается по выражению, аналогичному (4), с добавлением после M_A сомножителя $M_{A^{-1}}$ вида:

$$M_{A^{-1}} = \begin{bmatrix} 1/A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Полученные в результате расчетные выражения имеют тот же вид, что и выражения (6) и (7) для одиночной анаморфотной системы с заменой соответственно величин $\alpha_1 = \arctg(k_1)$

и $\alpha_2 = \operatorname{arctg}(k_2)$ описания прямых контура исходной марки на величины $\alpha_{1A} = \operatorname{arctg}(k_{1A})$, $\alpha_2 = \operatorname{arctg}(k_{2A})$ для прямых контура изображения марки, определяемых действием первой системы.

Значение S_{45} определяется выражением вида (9), но с заменой величины A на A^2 . Графики статической характеристики и зависимости чувствительности измерения для параметров анаморфирования $A = 1,2$ (кривая 3) и $1,6$ (4) приведены на рис. 3, 4. Из рассмотрения следует, что использование КЭ в виде композиции пар анаморфотов позволяет значительно повысить точность измерения.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

- 1) найдены соотношения, определяющие статическую характеристику и чувствительность измерения скручивания по известным параметрам анаморфотного КЭ;
- 2) полученные выражения являются инвариантами, позволяющими проектировать системы с требуемой чувствительностью измерения и видом статической характеристики при использовании КЭ в виде композиции анаморфотных систем.

Статья подготовлена по материалам исследований, выполняемых при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям РФ в рамках аналитической ведомственной целевой программы „Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2010 гг.)“ и федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джабиев А. Н., Коняхин И. А., Панков Э. Д. Автоколлимационные углоизмерительные средства мониторинга деформаций. СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2000.
2. Коняхин И. А., Мерсон А. Д. Оптико-электронная система измерения угла скручивания на основе анаморфирования // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 9. С. 10—14.
3. Коняхин И. А., Мерсон А. Д. Исследование возможности построения трехкоординатной анаморфотной системы измерения параметров угловой пространственной ориентации // Оптич. журн. 2009. Т. 76, № 1. С. 28—30.
4. Бегунов Б. Н. Трансформирование оптических изображений. М.: Искусство, 1965.

Сведения об авторах

- Игорь Алексеевич Коняхин** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: igor@grv.ifmo.ru
- Алексей Дмитриевич Мерсон** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: mad777@grv.ifmo.ru
- Александр Николаевич Тимофеев** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: timofeev@grv.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию
26.04.10 г.