
ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 536.62

Н. В. ПИЛИПЕНКО, Я. В. КАЗАРЦЕВ

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА СЕНСОРОВ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА

Предложен метод оптимального планирования эксперимента на основе решения обратных задач теплопроводности при идентификации процессов теплообмена в сенсорах теплового потока. Метод позволяет разрабатывать конструкции сенсоров для измерения нестационарных тепловых потоков в соответствии с характеристиками, предусмотренными техническим заданием.

Ключевые слова: тепловой поток, сенсоры теплового потока, оптимальное планирование, идентификация тепловых процессов.

Введение. Современный уровень развития теории теплообмена, методов проектирования и экспериментальной отработки технических систем, а также технологических процессов предполагает использование системного подхода к их созданию, при этом важную роль играет моделирование процессов переноса тепла в различных конструкциях. Применение методов моделирования требует увязки математического и физического (экспериментального) моделирования процессов теплопереноса, тепловых режимов и результатов исследования технических объектов на различных этапах проектирования и испытаний [1].

Неотъемлемой частью моделирования является оптимальное планирование эксперимента. В литературе рассматриваются различные подходы к оптимальному планированию эксперимента при идентификации процессов теплообмена [2]. В настоящей работе оптимальное планирование включает разработку соответствующих техническому заданию сенсоров теплового потока, составление математических моделей процесса переноса и измерений, определение динамических характеристик и передаточных функций сенсоров, проведение имитационного моделирования с различными законами воздействия, оценку совместных доверительных областей искомых параметров.

Сенсоры, математические модели теплопереноса в них, результаты исследований. В качестве сенсоров рассмотрены высокотемпературные градиентные приемники теплового потока (ВПТП) [3].

На рис. 1 представлены общий вид (*a*), устройство (*б*) и топология (*в*) высокотемпературных приемников теплового потока (1 — платиновые термометры сопротивления, 2 — корундовая пластина, 3 — корпус, 4 — выводы, 5 — защитная пластина).

В корпусе 3 установлена корундовая подложка 2 с платиновыми термометрами сопротивления на ее поверхностях 1. Для получения необходимого номинала термометров сопротивления при их изготовлении к платине добавлялась тонко измельченная керамика, затем

смесь вжигалась в подложку, чем обеспечивалась высокая механическая прочность чувствительного элемента.

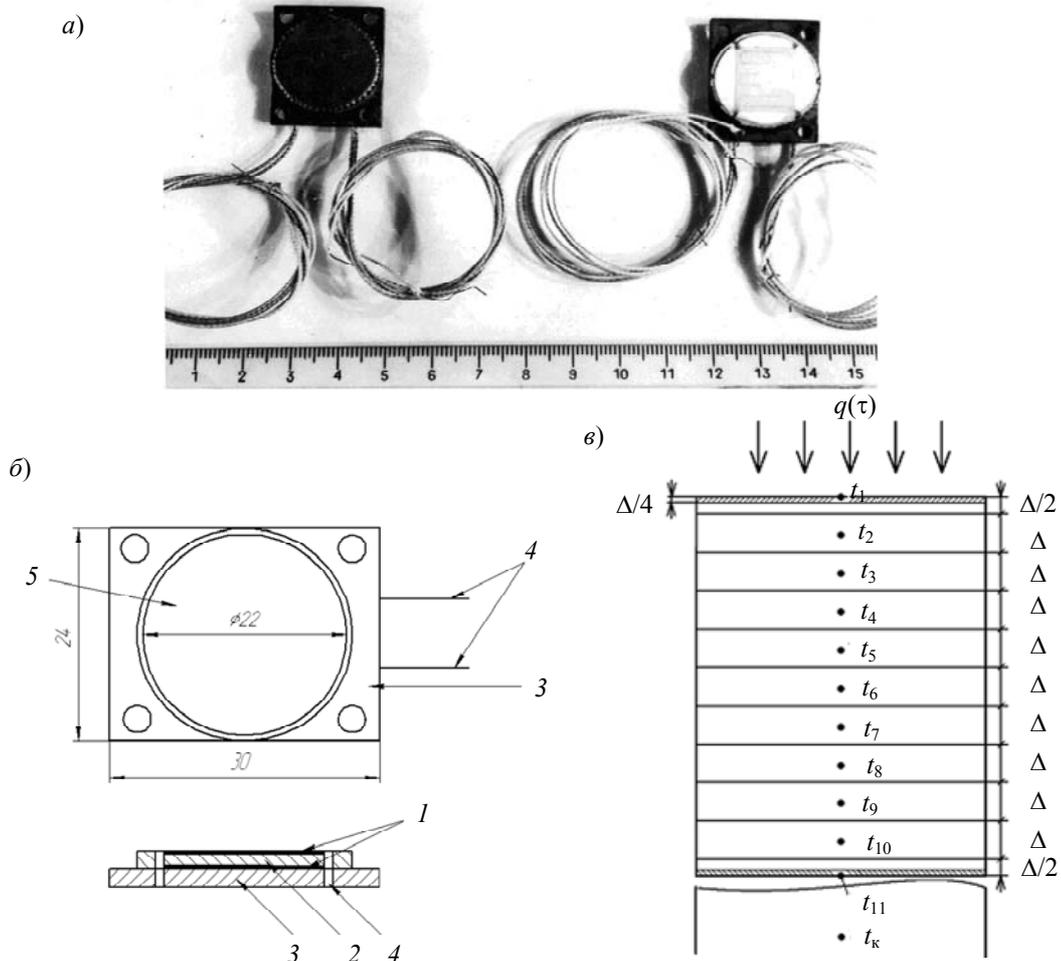


Рис. 1

Теплоперенос в ВПТП может быть описан системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно составляющих t_i вектора состояния $\mathbf{T}(\tau)$, который в векторно-матричной форме имеет вид [3]:

$$\frac{d}{d\tau} \mathbf{T}(\tau) = \mathbf{F}\mathbf{T}(\tau) + \mathbf{G}\mathbf{U}(\tau). \quad (1)$$

При граничных условиях второго рода $q(\tau)$ векторы состояния $\mathbf{T}(\tau)$ и управления $\mathbf{U}(\tau)$, матрицы обратных связей \mathbf{F} и управления \mathbf{G} имеют вид [3]:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{4\lambda_2}{\Delta^2(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} & \frac{4\lambda_2}{\Delta^2(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} & 0 & \bullet & \bullet & 0 \\ \frac{a}{\Delta^2} & \frac{2a}{\Delta^2} & \frac{a}{\Delta^2} & \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \frac{a}{\Delta^2} & \frac{2a}{\Delta^2} & \frac{a}{\Delta^2} \\ 0 & \bullet & \bullet & 0 & \frac{4\lambda_2}{\Delta^2(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} & \left(\frac{4\lambda_2}{\Delta^2(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} + \frac{4}{\Delta R_k(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} \right) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{4}{\Delta(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} & 0 & \bullet & 0 \\ 0 & \bullet & 0 & \frac{4}{\Delta R(c_1\rho_1 + 3c_2\rho_2)} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{T} = [t_1 \quad t_2 \quad \bullet \quad t_{11}]^T, \quad \mathbf{U} = [q_1 \quad t_k]^T, \quad (3)$$

где q_1 — поток, поглощенный ВППП сверху; c_1, λ_1, ρ_1 и c_2, λ_2, ρ_2 — удельная теплоемкость, теплопроводность, плотность термометра и пластины соответственно; $a = \lambda_2 / c_2\rho_2$ — температуропроводность пластины; t_k — температура корпуса; Δ — толщина элементов пластины; R — контактное тепловое сопротивление между пластиной и корпусом.

Общее решение уравнения (1) может быть записано в виде

$$\mathbf{T}(\tau) = \Phi(\tau, \tau_0)\mathbf{T}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \Phi(\tau, \Theta)G\mathbf{U}(\Theta)d\Theta, \quad (4)$$

где $\Phi(\tau, \tau_0)$ — переходная ($n \times n$)-матрица (матрица Коши, матрициант).

Переходная матрица $\Phi(\tau, \tau_0)$ характеризует внутренние тепловые связи в приемниках теплового потока (ППП), так как ее элементы представляют собой переходные за время $\Delta\tau = \tau - \tau_0$ процессы каждой составляющей вектора состояния от единичных возмущений по остальным его составляющим, протекающие в свободной системе ($U = 0$).

При численном решении уравнения (1), в соответствии с требованиями к его точности, устанавливается малый временной шаг $\Delta\tau$. Тогда матрица $\Phi(\tau, \tau_0)$ описывается следующим бесконечным рядом:

$$\Phi(\tau, \tau_0) = I + F\Delta\tau + \frac{1}{2!}F^2(\Delta\tau)^2 + \dots + \frac{1}{p!}F^p(\Delta\tau)^p, \quad (5)$$

где I — единичная матрица, а решение имеет вид [1]:

$$\mathbf{T}_{k+1} = \Phi\mathbf{T}_k + \frac{1}{2}(I + \Phi)G\mathbf{U}_k\Delta\tau, \quad (6)$$

где $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}(\tau_k)$, $\mathbf{U}_k = \mathbf{U}(\tau_k)$, а $\tau_k = k\Delta\tau$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Дифференциально-разностная модель в виде (1) описывает процесс нестационарного теплопереноса в ППП. При этом измерению подлежат либо значения температуры в отдельных точках, либо градиенты этих температур, либо среднеобъемные значения температуры чувствительных элементов. Эта информация, а также сведения о характере и величине погрешностей измерений отражаются в следующей математической модели измерений ППП:

$$\mathbf{Y}_k = H\mathbf{T}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k, \quad (7)$$

где \mathbf{Y}_k и $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ — векторы измерений и погрешностей измерений, H — матрица измерений.

Полученные результаты матрицы обратных связей F , управления G и измерений H позволяют, используя программный комплекс MatLab, установить все динамические характеристики ВППП, а именно: переходную, импульсно-переходную, логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики, а также передаточную функцию W . В качестве примера на рис. 2 приводятся указанные характеристики для рассматриваемого ВППП (a — переходные, b — импульсно-переходная, v — логарифмические амплитудно- и z — фазочастотные характеристики ВППП без защитной пластины 1 и с защитной пластиной 2).

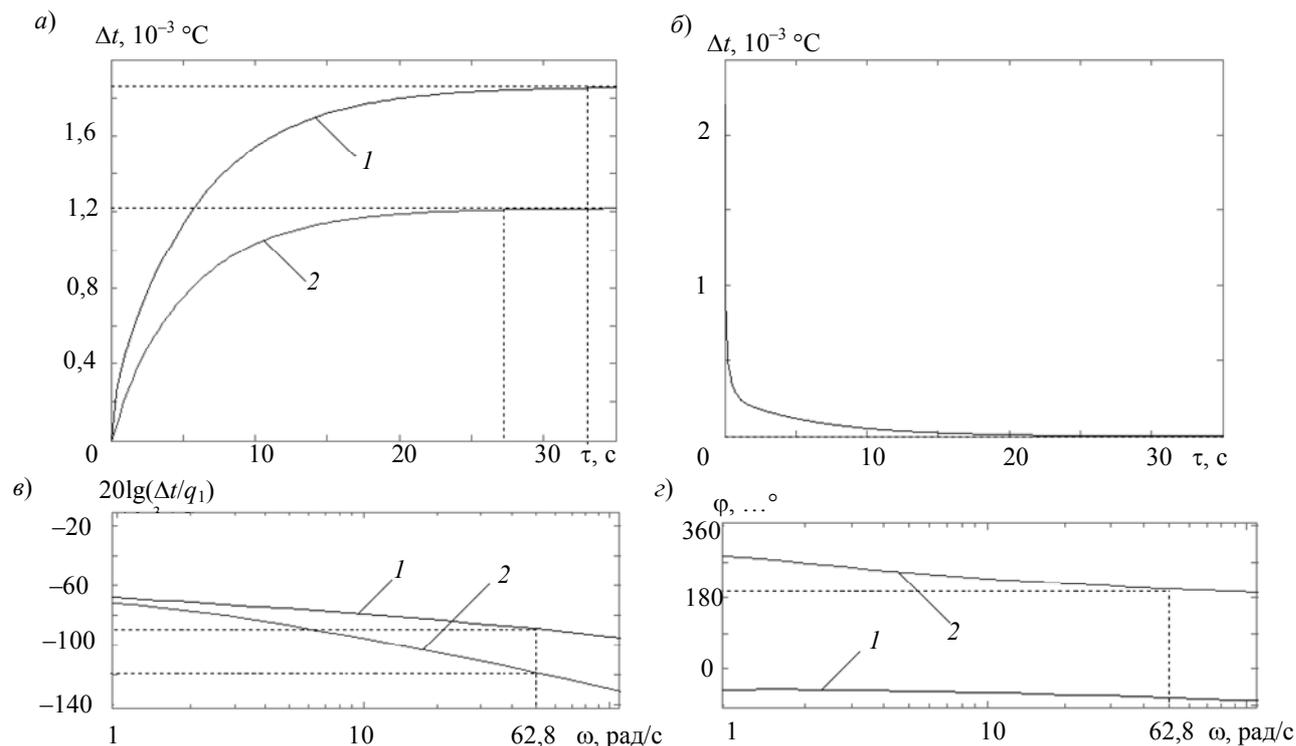


Рис. 2

Анализ рис. 2 позволяет сделать вывод о соответствии динамических характеристик рассматриваемого ВППП техническому заданию. В частности, логарифмическая амплитудно- и фазочастотная характеристики показывают, что в ВППП без защитной пластины при достижении частоты 1 рад/с (0,16 Гц) выходной сигнал сдвигается по фазе относительно входного на 54° . Входной сигнал ослабляется на 75 дБ. В диапазоне от 1 до 10 Гц наблюдается постепенное ослабление сигнала. При частоте 62,8 рад/с (10 Гц) выходной сигнал сдвигается по фазе относительно входного на 70° . Входной сигнал ослабляется на 87 дБ.

Метод априорного оптимального планирования основан на учете зависимости ковариационной матрицы ошибок и совместных доверительных областей (СДО) от всех значимых факторов эксперимента, а именно: вида и параметров теплопереноса в ПТП, количества точек измерения температуры и их местоположения, а также погрешностей измеряемых величин, характеристик входных воздействий, количества участков измерений по времени и количества N измерений на этих участках.

Перечисленные факторы влияют на вид функций чувствительности U_{ijk} i -го элемента к j -му воздействию в k -й момент времени. Для некоторых ПТП функции чувствительности могут быть определены аналитическим путем, а в общем случае — численно на основе математической модели теплопереноса в ВППП [4].

Критерием оптимальности планирования является условие получения оптимальных в смысле минимума среднеквадратичной функции невязки $\Phi(\mathbf{Q})$ оценок идентифицируемых параметров.

$$\Phi(\mathbf{Q}) = \sum_{k=1}^N [\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{Q}_k)]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{Q})], \quad (8)$$

где \mathbf{Y}_k — вектор измерения температуры ПТП, включающий вектор $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ случайных погрешностей измерений; $\hat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{Q}_k)$ — модельные (расчетные) значения вектора измерений; \mathbf{R} —

ковариационная матрица вектора случайных погрешностей ε_k измерений значений температуры; k — дискретное время [4, 5].

В работе рассмотрено влияние всех значимых факторов на погрешность восстановления теплового потока при оптимальном планировании эксперимента. Ниже приведены результаты влияния одного из факторов, а именно полной теплоемкости термометров сопротивления I (рис. 1, б), на точность восстановления потока.

На рис. 3 приведены результаты восстановления теплового потока: эталонный (1) и восстановленный (2) тепловые потоки с заданными (а) и проектируемым (б) чувствительными элементами; в — вид совместных доверительных областей.

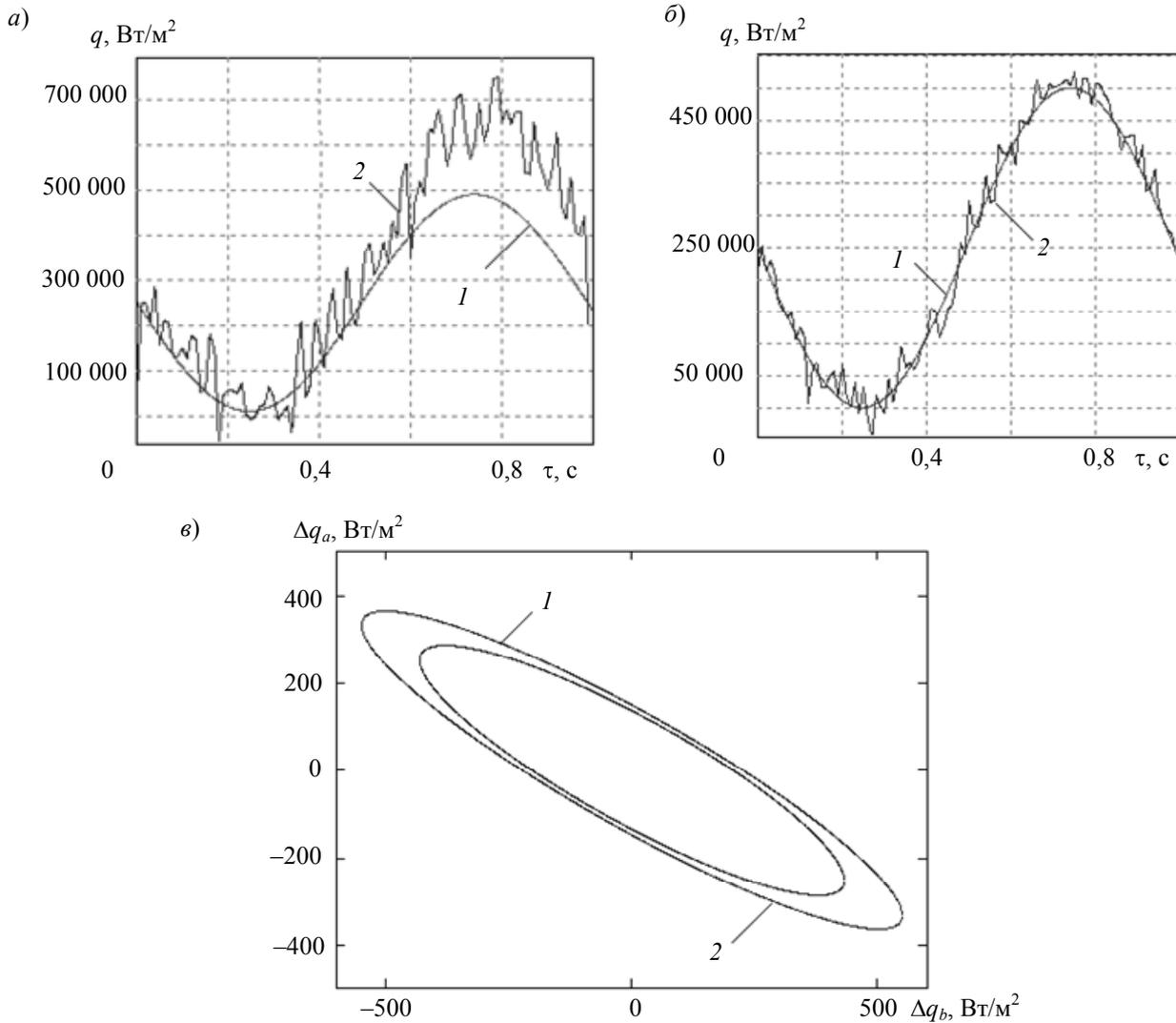


Рис. 3

Как видно из рис. 3, погрешность восстановления потока при уменьшении теплоемкости термометров сопротивления в три раза существенно уменьшается.

Заключение. Рассмотрена конструкция сенсоров для измерения нестационарных тепловых потоков с характеристиками, предусмотренными техническим заданием; созданы математические модели процессов теплопереноса и измерений; определены динамические характеристики и передаточные функции сенсоров; проведено имитационное моделирование при различных законах воздействия на сенсоры; оценена погрешность восстановления теплового потока, показаны способы оптимального планирования эксперимента при идентификации процессов теплообмена.

Работа выполнена в рамках госконтракта № 02.740.11.0169 от 25.06.09.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алифанов О. М. и др. Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем: Учеб. пособие. М.: Логос, 2001. 400 с.
2. Артюхин Е. А. Оптимальное планирование эксперимента при идентификации процессов теплообмена // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1987. № 7/2. С. 28—32.
3. Пилипенко Н. В., Кириллов К. В. Определение нестационарных условий теплообмена в энергетических установках // Приборы. 2008. № 9. С. 21—25.
4. Пилипенко Н. В. Методические погрешности определения нестационарных условий теплообмена при параметрической идентификации // Измерительная техника. 2007. № 8. С. 54—59.
5. Pilipenko N. Parametrical identification of differential-difference heat transfer models in non-stationary thermal measurements // Heat Transfer Research. 2008. Vol. 39, N 4. P. 311—315.

Сведения об авторах

- Николай Васильевич Пилипенко** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга; E-mail: pilipenko38@mail.ru
- Ярослав Валерьевич Казарцев** — ФГУП „ВНИИМ им. Д. И. Менделеева“, лаборатория калориметрии и высокочистых органических веществ метрологического назначения, Санкт-Петербург; младший научный сотрудник; E-mail: kazartsev@hotmail.com

Рекомендована кафедрой
компьютерной теплофизики
и энергофизического мониторинга

Поступила в редакцию
18.05.10 г.