

А. С. МАЧИХИН, В. Э. ПОЖАР

ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕДАЧИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ

Рассмотрена задача передачи изображения, переносимого световым пучком, при коллинеарной дифракции последнего на акустической волне в кристалле. В общем виде (вне приближения малости двулучепреломления) получены закон трансформации изображения, передаточная функция и другие характеристики коллинеарных акустооптических фильтров.

Ключевые слова: акустооптический фильтр, коллинеарная дифракция, искажения изображения.

Введение. Коллинеарная дифракция представляет собой когерентное рассеяние света на объемной динамической дифракционной решетке, созданной ультразвуковой волной, при котором волновые векторы падающего \mathbf{k}_i и дифрагированного \mathbf{k}_d света и звука \mathbf{k}_s коллинеарны и связаны условием синхронизма

$$\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s = \mathbf{k}_d. \quad (1)$$

В случае если эти векторы направлены вдоль одной из осей симметрии кристалла (рис. 1), угловая ширина синхронизма может достигать значительной величины (несколько градусов по каждому направлению), а длина взаимодействия волн, ограниченная лишь размерами L кристалла кварца, может быть большой (до 20 см в SiO_2), что при прочих равных условиях обеспечивает повышение спектрального разрешения $\lambda/\Delta\lambda \sim L$ и снижение управляющей мощности ультразвука $P \sim L^{-2}$ [1]. Благодаря совокупности полезных качеств коллинеарные акустооптические (АО) фильтры находят широкое применение в задачах, связанных с передачей и обработкой изображений [2, 3].

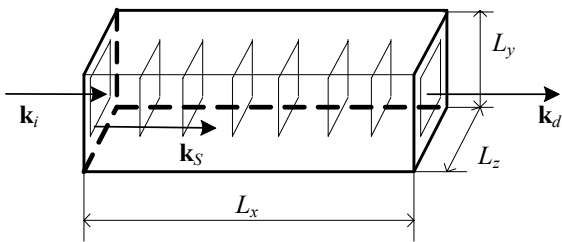


Рис. 1

Несмотря на то, что коллинеарный тип АО-дифракции достаточно хорошо изучен, а коллинеарные АО-фильтры для передачи изображений давно изготавливаются и эксплуатируются, в литературе коллинеарное АО-взаимодействие, как правило, рассматривают лишь в приближении малого двулучепреломления $\eta = |n_e - n_o|/n_o \ll 1$ и лишь в плоскостях симметрии кристалла [4]. Более того, вопрос аналитического описания пространственных деформаций (аббераций) изображения без указанных приближений до сих пор не решен.

Настоящая статья посвящена анализу процесса передачи изображений при коллинеарном АО-взаимодействии в наиболее общем случае, который необходимо рассмотреть для вывода закона трансформации изображения $\Delta\psi_1(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ и $\Delta\psi_2(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ и вычисления передаточной функции $T(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$, а также основных параметров — угловой апертуры $2\Delta\theta_{\max}$ и спектральной полосы пропускания $\Delta\lambda$. Здесь и далее $\Delta\theta$, $\Delta\psi$ — значения углов распространения падающей и дифрагированной волн, выраженные в виде отклонения от главного луча падающего пучка; индекс „1“ определяет угол в полярной плоскости, а индекс „2“ — в азимутальной.

Общее решение. Для исследования абберационных свойств акустооптической ячейки необходимо определить закономерности распространения неколлимированного пучка, переносящего изображение, т.е. получить в явном виде зависимости направления ψ_i распространения световой волны после дифракции и величины волновой расстройки $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s$ от углов падения света (θ_i) и распространения звука (γ_i) для любой длины волны звука (Λ) и для

каждой длины волны света (λ). Как показано в работах [4—6], эти зависимости позволяют определить соответственно пространственно-спектральные и амплитудные искажения.

Для вычисления данных зависимостей необходимо рассмотреть коллинеарную дифракцию расходящегося светового пучка на акустической волне в одноосном кристалле. На рис. 2 приведена волновая диаграмма коллинеарной геометрии АО-взаимодействия в полярной плоскости. Пусть падающая волна имеет необыкновенную поляризацию „e“, а дифрагированная — обыкновенную „o“ (см. рис. 2).

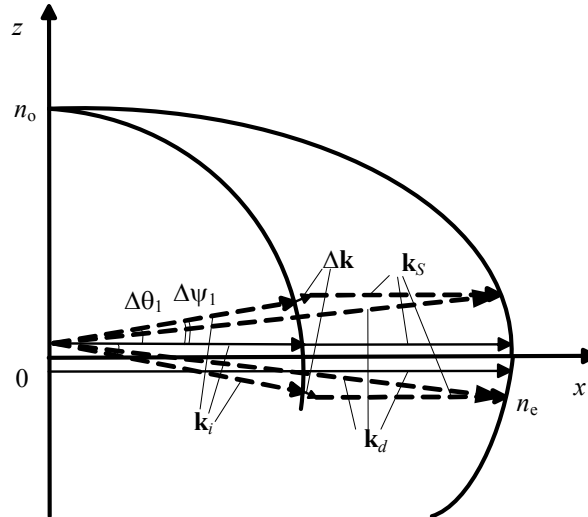


Рис. 2

Из решения системы уравнений синхронизма (1) в проекциях на оси x , y и z можно получить величины ψ и Δk как функции углов γ и θ [5]. Для случая коллинеарной осевой геометрии ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$) получим

$$\psi_1 = \arctg \left(\frac{\xi(\theta_1) \sin \theta_1}{\sqrt{(\xi(\theta_1) \cos \theta_1 - \eta)^2 + 2\eta \xi(\theta_1) \cos \theta_1 (1 - \cos \theta_2)}} \right); \quad (2a)$$

$$\psi_2 = \arctg \left(\frac{\xi(\theta_1) \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\xi(\theta_1) \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \eta} \right); \quad (2б)$$

$$\Delta k = kn_o \left(\sqrt{(\xi(\theta_1) - \eta)^2 + 2\eta \xi(\theta_1) (1 - \cos \theta_2)} - 1 \right), \quad (2в)$$

где $\xi(\theta_1) = n_e / \sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta_1 + n_e^2 \sin^2 \theta_1}$ — параметр, характеризующий угловую зависимость величины двулучепреломления кристалла.

Следует отметить, что в отличие от ранее полученных формул [4] выражения (2а)—(2в) описывают дифракцию в общем виде, а не только в полярной и азимутальной плоскостях. Эти выражения справедливы также для произвольной величины двулучепреломления η .

Пространственно-спектральные искажения изображения. Для анализа пространственно-спектральных искажений необходимо сравнить изображения, полученные на разных длинах волн λ , на входе и выходе системы фильтрации, содержащей АО-ячейку: см. рис. 3, где 1 — исследуемый объект; 2, 6 — входной и выходной объективы; 3, 5 — поляризаторы; 4 — АО-ячейка; 7 — изображение. Для этого необходимо найти для каждого спектрального компонента света λ отображение входного изображения $I_i(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ на выходное изображение $I_d(\Delta\psi_1, \Delta\psi_2)$. Углы $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_i^0$ и $\Delta\psi_i = \psi_i - \psi_i^0$ удобно отсчитывать от углов падения θ_i^0 и дифракции ψ_i^0 некоей волны, которой соответствуют центральные точки исследуемого объекта и его изображения и которая будет называться „центральной“. В случае коллинеарной

геометрии в качестве „центральной“ логично выбрать падающую волну, соответствующую условию коллинеарности $\theta_i^0 = \gamma_i$ и распространяющуюся после дифракции под тем же углом $\psi_i^0 = \gamma_i$. Если направление распространения совпадает с осью симметрии ($\gamma_i = 0$), такой выбор обеспечит симметричную картину искажений изображения.

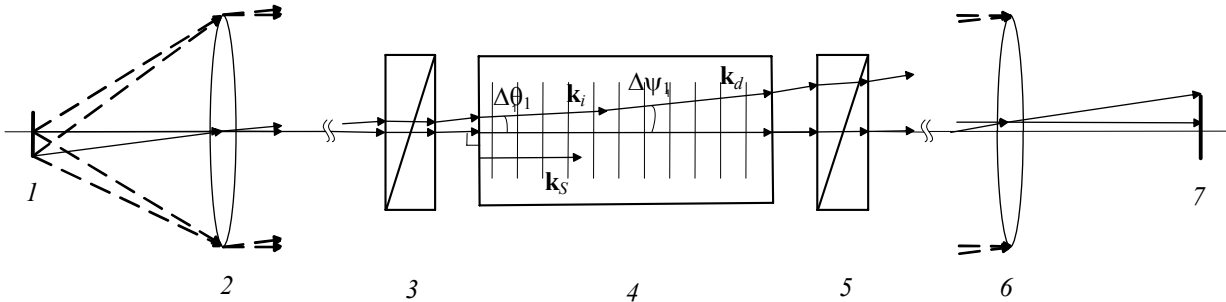


Рис. 3

Из выражений (2а) и (2б) следует, что закон трансформации изображения при коллинеарной АО-дифракции необыкновенно поляризованного света определяется следующим образом:

$$\Delta\psi_1(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2) = \text{arctg} \left(\frac{\xi(\Delta\theta_1) \sin\Delta\theta_1}{\sqrt{\xi^2(\Delta\theta_1) \cos^2\Delta\theta_1 + \eta^2 - 2\eta\xi(\Delta\theta_1) \cos\Delta\theta_1 \cos\Delta\theta_2}} \right), \quad (3а)$$

$$\Delta\psi_2(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2) = \text{arctg} \left(\frac{\xi(\Delta\theta_1) \cos\Delta\theta_1 \sin\Delta\theta_2}{\xi(\Delta\theta_1) \cos\Delta\theta_1 \cos\Delta\theta_2 - \eta} \right). \quad (3б)$$

Выражения (3а), (3б), полученные впервые, позволяют вычислять коэффициенты искажения изображения при коллинеарной АО-фильтрации (рис. 4) и выявлять причины искажений, что дает возможность оптимизировать характеристики АО-фильтров. На рис. 4, а представлена рассчитанная спектральная зависимость $\Delta\psi_1(\Delta\theta_1) - \Delta\theta_1$ для коллинеарного АО-фильтра из SiO₂ (при $\lambda=633$ нм, $\Delta\theta_2 = 5^\circ$). Отклонение от оси абсцисс показывает величину монохроматических aberrаций, а спектральная зависимость отклонения (наклон кривых) — наличие хроматических aberrаций. Зависимость $\Delta\psi_2(\Delta\theta_2) - \Delta\theta_2$ вследствие симметрии имеет идентичный вид. На рис. 4, б показан пример расчета (при $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 5^\circ$) для спектрального изображения объекта (выделен жирной линией), переданного через коллинеарный АО-фильтр.

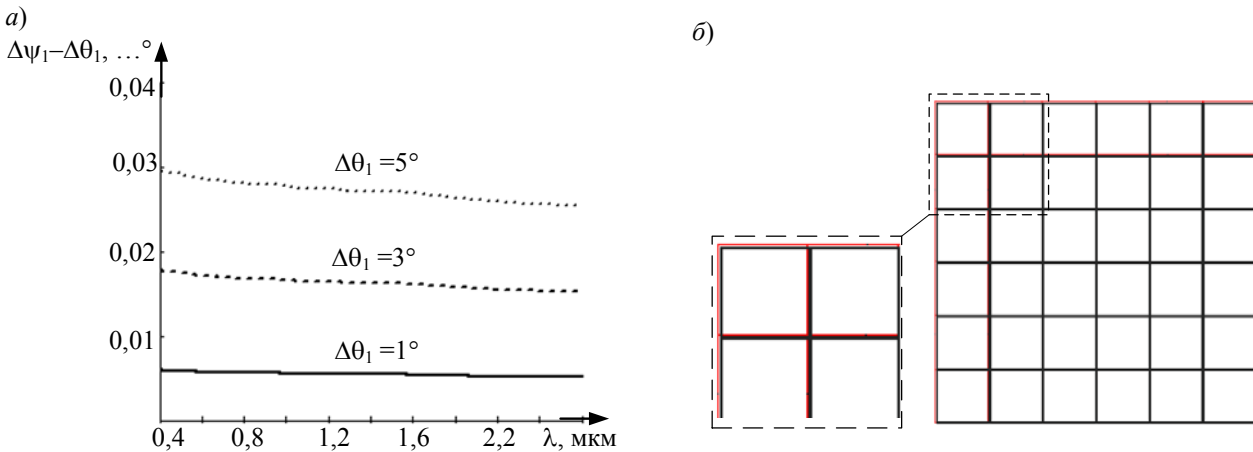


Рис. 4

Для приближенной количественной оценки пространственно-спектральных искажений, вносимых в изображение АО-фильтром, можно использовать разложение выражений (3а), (3б) по малым величинам отклонения $\Delta\theta_i$ от „центрального“ направления:

$$\Delta\psi_i(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2) = \Delta\theta_i + b_{i1}\Delta\theta_1 + b_{i2}\Delta\theta_2 + c_{i11}\Delta\theta_1^2 + c_{i12}\Delta\theta_1\Delta\theta_2 + c_{i22}\Delta\theta_2^2. \quad (4)$$

Коэффициенты разложения имеют следующий физический смысл: b_{ij} — относительное (линейное) изменение масштаба изображения и его поворот (b_{12} , b_{21}), c_{ijk} — нелинейные (квадратичные) искажения. Спектральная зависимость всех коэффициентов от η и ξ описывает хроматизм искажений.

Расчет этих коэффициентов путем разложения выражений (3а), (3б) был проведен для коллинеарной геометрии АО-взаимодействия. Конкретные параметры расчета коэффициентов деформации изображения при прохождении через коллинеарный АО-фильтр (SiO_2 , $\lambda = 0,4$ мкм, $\delta\theta_1 = \delta\theta_2 = 2^\circ$) представлены в табл. 1. Вычисленные коэффициенты по знаку и величине хорошо согласуются со значениями, полученными в работе [4] в приближении малого двулучепреломления $\eta \ll 1$: отличия не превышают $0,5\eta$. Однако величины перекрестных членов b_{12} , b_{21} и c_{i12} , необходимых для описания всего поля деформаций, в настоящей статье впервые вычислены аналитически в указанном приближении и численно.

Таблица 1

Расчет	Коэффициент деформации									
	в полярной плоскости					в азимутальной плоскости				
	b_{11}	b_{12}	c_{111}	c_{112}	c_{122}	b_{21}	b_{22}	c_{211}	c_{212}	c_{222}
Точный ($\eta = 6 \cdot 10^{-3}$)	$6 \cdot 10^{-3}$	$-8 \cdot 10^{-6}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$
Приближенный ($\eta \ll 1$)	η	$-0,01\eta$	$-0,1\eta$	$-0,1\eta$	$-0,1\eta$	$0,01\eta$	η	$0,1\eta$	$0,1\eta$	$-0,1\eta$

Как видно из табл. 1, коэффициенты деформации изображений прямо пропорциональны η . Таким образом, с точки зрения минимизации искажений передаваемых изображений предпочтительнее выбирать акустооптические ячейки, изготовленные из материала с малым двулучепреломлением.

Основные параметры. Важнейшими параметрами АО-фильтров для передачи изображений являются спектральное разрешение $\lambda/\Delta\lambda$ и угловая апертура $2\Delta\theta_{\max}$. Поскольку размеры области АО-взаимодействия в основном определяются размерами акустического пучка $L_x \times L_y \times L_z$, то допустимая волновая расстройка Δk по каждой из координат обратно пропорциональна соответствующему размеру: $\Delta k_j \approx \beta / L_j$ ($j = x, y, z$).

Спектральное разрешение $\lambda/\Delta\lambda$ определяется шириной интервала длин волн $\delta\lambda$, в пределах которого наблюдается эффективная дифракция света. Этот интервал определяется из условия

$$|\Delta k(\Delta\lambda)| \leq \Delta k_{0,5} \approx \alpha/L, \tag{5}$$

где $\alpha \approx 2,5 \dots 2,75$ — коэффициент, характеризующий функцию передачи по уровню 0,5 [7].

Из уравнений (2в) и (5), полагая в этих выражениях $\lambda = \lambda + \Delta\lambda$, получаем

$$\Delta\lambda = \frac{\alpha}{\pi L} \frac{\lambda^2}{\Delta n(\lambda)}. \tag{6}$$

Аналогичным образом угловая апертура $2\Delta\theta_{\max}$ АО-фильтра определяется как угловой размер области, в которой

$$|\Delta k(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)| \leq \Delta k_{0,5}. \tag{7}$$

Эта величина позволяет оценить максимальное разрешение элементов изображения по обоим направлениям: $N_i = 2\Delta\theta_{\max}/\delta\theta_{ид}$, где $\delta\theta_{ид} = 1,22(\lambda/A)$ — дифракционная расходимость, определяемая диаметром входной апертуры A АО-фильтра. Из выражений (2в) и (7) получим

$$2\Delta\theta_{\max} = 2\arccos \left(1 - \frac{\left(\frac{\lambda}{2\pi L} \right)^2 + \frac{\lambda}{\pi L} n_o}{2n_e \Delta n} \right). \tag{8}$$

Полагая, как и в работе [7], $\alpha \approx 0,8\pi$ (значение, получаемое в упрощенных моделях), из уравнений (6) и (8) получаем выражения, совпадающие с хорошо известными формулами [8]:

$$\Delta\lambda = \frac{0,8}{L} \frac{\lambda^2}{\Delta n(\lambda)}, \quad (9)$$

$$2\Delta\theta_{\max} \approx 2 \arccos(1 - 0,8\lambda/(L\Delta n)). \quad (10)$$

На рис. 5, а—в соответственно представлены построенные на базе формулы (2в) графики $\Delta k(\lambda)$, $\Delta k(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ и изолинии функции $\Delta k(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$; также указано пороговое значение $0,8\pi/L$ для коллинеарного АО-фильтра из SiO_2 ($\lambda = 400$ нм, $L = 100$ мм, $\theta_1 = \theta_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 0$). Построенные графики позволяют уже на этапе проектирования оценить угловое поле $2\Delta\theta_{\max}$ и спектральное разрешение $\Delta\lambda$ коллинеарного АО-фильтра.

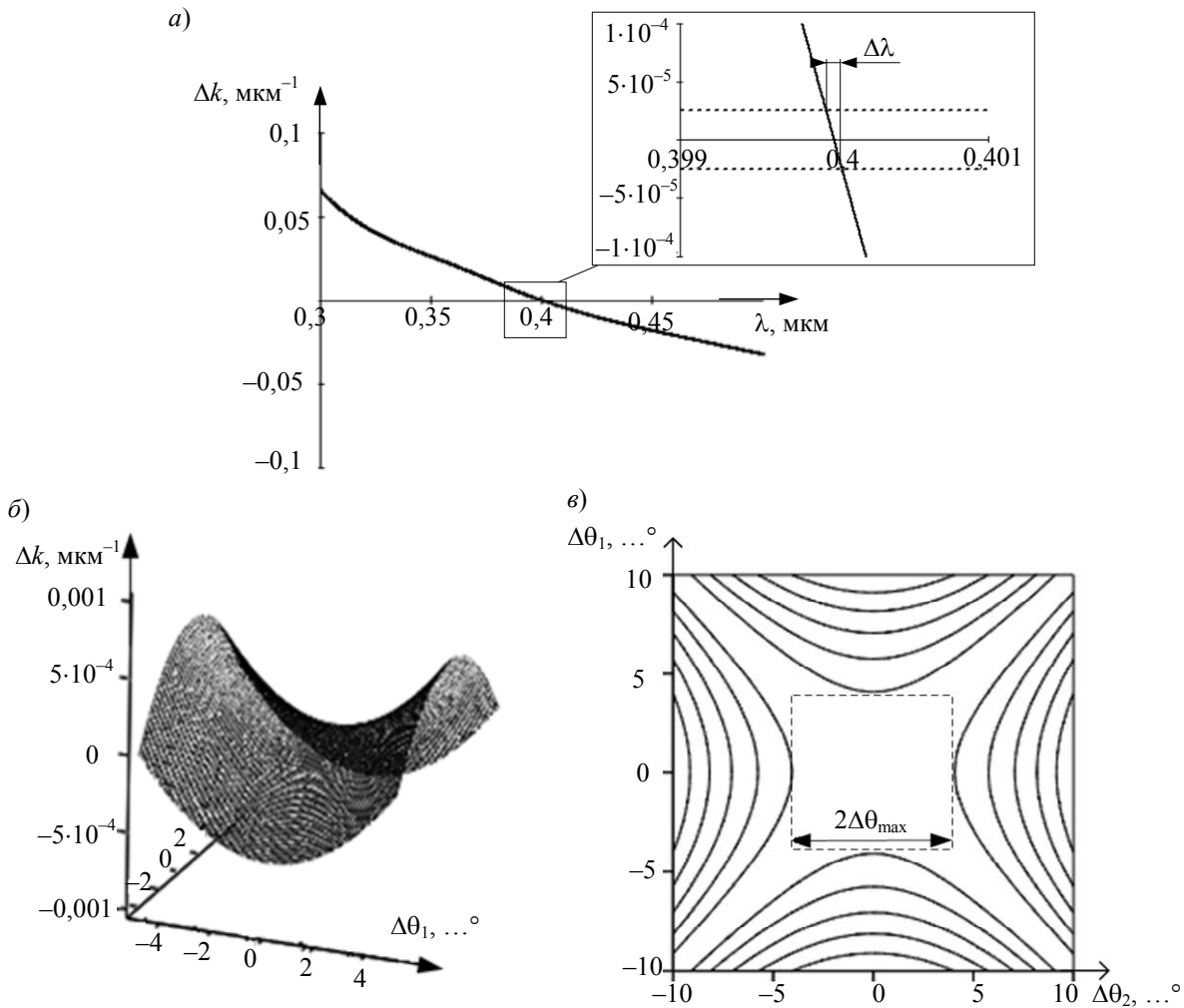


Рис. 5

На основе формул (6) и (8) был произведен расчет основных характеристик коллинеарных АО-фильтров. В табл. 2 приведены рассчитанные значения параметров для реального коллинеарного АО-фильтра, используемого на практике [9] (SiO_2 , $\lambda = 0,633$ мкм, $A = 6$ мм, $L = 180$ мм).

Таблица 2

Параметр	Расчет	Эксперимент
Угловая апертура в кристалле $2\Delta\theta_{\max}$, ...°	2,2	2
Угловая апертура в воздухе $2n_c\Delta\theta_{\max}$, ...°	3,4	3,1
Разрешение N	298	270
Ширина спектрального синхронизма $\Delta\lambda$, нм	0,22	0,20
Спектральное разрешение $(\lambda/\Delta\lambda)$	2900	3100

Передаточная функция. Выражение (2в), описывающее зависимость волновой расстройки Δk , позволяет построить передаточную функцию коллинеарного АО-фильтра (рис. 6) по интенсивности. Передаточная функция в одномерной модели дифракции определяется как [7]

$$T(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \lambda) = \Gamma^2 L^2 T_0 \text{sinc}^2 \left(L_x \sqrt{\Gamma^2 + (\Delta k(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \lambda)/2)^2} / \pi \right), \quad (11)$$

где $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$; $\Gamma \approx (1/4) k_i (\delta\varepsilon/\varepsilon)$; $\delta\varepsilon$ — амплитуда модуляции диэлектрической проницаемости ε .

На рис. 6 приведены построенные в соответствии с выражением (11) передаточные функции $T(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ коллинеарного АО-фильтра (SiO_2 , $\lambda = 633$ нм, $L = 100$ мм) при различных длинах волн Λ ультразвука. При точном ($\Lambda = \Lambda_s = 69,6$ мкм) выполнении условия синхронизма (1) передаточная функция имеет вид креста (рис. 6, а), а даже при небольших отклонениях ($\Lambda = 0,998 \Lambda_s$, $\Lambda = \Lambda_s = 1,002 \Lambda_s$) от этого условия — вид двух дуг (рис. 6, б, в).

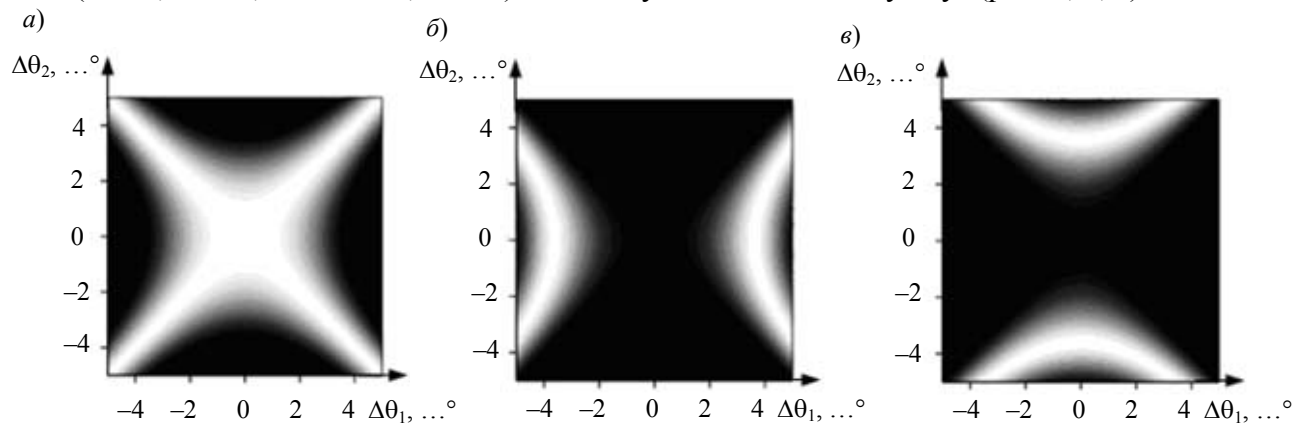


Рис. 6

Вид зависимостей $T(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$, а также полученных выражений для угловой апертуры $2\Delta\theta_{\max}$ и спектральной ширины $\Delta\lambda$ синхронизма коллинеарного АО-фильтра в приближении $\eta \ll 1$ и малости углов $\Delta\theta_1$ и $\Delta\theta_2$ подтверждается расчетами и экспериментами других исследователей [3, 8].

Заключение. Полученные в настоящей статье формулы (3а) и (3б) позволяют в общем виде анализировать искажения, вносимые в изображение при коллинеарном АО-взаимодействии, а формулы (6) и (8) — оптимизировать параметры коллинеарных АО-фильтров. Следует отметить, что хотя все выражения и выводы получены для положительных одноосных кристаллов, они справедливы также и для отрицательных. Случай дифракции „о“-поляризованной световой волны может быть рассмотрен аналогичным изложенному в данной статье образом [10].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 09-02-12405.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Harris S. E., Wallace S. W. Acousto-optic tunable filter // J. Opt. Soc. Amer. 1969. Vol. 59, N 6. P. 744—747.
2. Визен Ф. Л., Калинин Ю. К., Микаэлян Р. С. АО перестраиваемый фильтр на кристалле кварца // Тез. координац. совещания по акустооптике. М.: ВНИИФТРИ, 1975. С. 42—45.
3. Balakshy V., Kostyuk D. Acousto-optic image processing // Appl. Optics. 2009. Vol. 48, N 7/1. P. 24—32.
4. Pozhar V. E., Pustovoit V. I. Main features of image transmission through acousto-optical filter // Photonics and Optoelectronics. 1997. Vol. 4, N 2. P. 67—77.
5. Pozhar V. E., Machihin A. S. Computation of image distortion caused by wide angular acousto-optic interaction // Proc. of the X Intern. Conf. for Young Researchers WECOMF-2010. St. Petersburg, 2010. P. 23.
6. Мачихин А. С., Пожар В. Э. Передача изображений при широкоугольном акустооптическом взаимодействии // Квантовая электроника. 2010. № 40. С. 837—841.

7. Ананьев Е. Г., Пожар В. Э., Пустовойт В. И. Акустооптические методы измерения спектров оптического излучения // Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 62. С. 159—165.
8. Балакиши В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 279 с.
9. Ананьев Е. Г. О влиянии расходимости акустического пучка на характеристики коллинеарного акустооптического фильтра // Точные измерения в акустооптике и акустоэлектронике: Сб. науч. трудов. М.: ВНИИФТРИ, 1985. С. 31—35.
10. Мачихин А. С., Пожар В. Э. Влияние направления поляризации света на искажения изображений при акустооптической фильтрации // Сб. трудов 9-й Междунар. конф. „Прикладная оптика“. СПб, 2008. Т. 1, ч. 1. С. 232—235.

Сведения об авторах

- Александр Сергеевич Мачихин** — канд. физ.-мат. наук; Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, лаборатория акустооптической спектроскопии, Москва; E-mail: aalexander@mail.ru
- Витольд Эдуардович Пожар** — д-р физ.-мат. наук, профессор; Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, кафедра оптико-электронных приборов научных исследований; E-mail: v_pozhar@rambler.ru

Рекомендована
НТЦ уникального приборостроения

Поступила в редакцию
01.02.11 г.