

Д. Ю. ПОНОМАРЕВ

## ТЕНЗОРНАЯ МЕТОДОЛОГИЯ В ИНФОРМАЦИОННЫХ КОММУНИКАЦИЯХ

Предложен метод оценки вероятностно-временных характеристик сетей массового обслуживания с использованием математического аппарата тензорного исчисления, позволяющего исследовать указанные сети при их большой размерности.

*Ключевые слова:* информационно-коммуникационные сети, качество обслуживания, тензорный анализ, среднее время задержки пакета.

Одна из актуальных задач развития современных информационно-коммуникационных сетей — исследование вероятностно-временных характеристик IP-узлов, так как именно данные характеристики позволяют оценить качество обслуживания (QoS — Quality of Service) информационных потоков в этих сетях. Оцениваемыми параметрами при этом являются [1, 2] вероятность потери пакета, среднее время его задержки в системе, дисперсия времени задержки пакета. Однако проектирование рассматриваемых сетей может быть осложнено трудоемкостью расчетов параметров оборудования, позволяющего обеспечить необходимый уровень качества обслуживания, а также топологией сетей и использованием дополнительных протоколов обработки информационных потоков на различных уровнях модели взаимодействия открытых систем (ВОС) [3].

В настоящей статье для оценки вероятностно-временных характеристик (ВВХ) сетей связи предлагается применить математический аппарат преобразования координат (т.е. тензорный анализ сетей), при этом сети рассматриваются как геометрические объекты, проекции которых в различных системах координат различны, но физические свойства самих объектов не изменяются.

Основоположником тензорного анализа сетей является Г. Крон, который впервые использовал тензорный анализ и применительно к теории электрических сетей [4]. Дальнейшее развитие идеи тензорного анализа, в том числе и для информационных систем, получили в работах А. Е. Петрова, А. Е. Арменского, М. Н. Петрова и др. В теории Г. Крона основополагающими являются два постулата, смысл которых заключается в следующем: во-первых, объединение элементов не вносит никаких новых физических явлений, не наблюдаемых в примитивном элементе, а уравнение, описывающее поведение сложной системы, записывается аналогично уравнению состояния примитивного элемента, но в матричном виде; во-вторых, при изменении структуры сложной системы изменяются только элементы матричного уравнения, а переход к описанию новой структуры осуществляется с помощью матрицы перехода  $C$  (или  $A$ ) [4].

Для использования тензорного подхода в задачах информационных коммуникаций необходимо определить модели процессов и систем исследуемых сетей. В соответствии с работой [3] и общей моделью взаимодействия открытых систем можно определить следующие уровни, на которых необходимо исследовать схемы связи элементов сети: физический, канальный, сетевой. Следовательно, можно выделить несколько различных структур, которые в совокупности будут определять общую модель обработки информационных потоков в исследуемой сети.

Развитие технологий пакетной коммутации привело к тому, что основой для построения современных информационно-коммуникационных сетей является протокол IP, а концепция построения сетей следующего поколения получила название IMS (IP Multimedia Subsystem —

система обработки разнородных информационных потоков с использованием IP) [5]. В сети IMS основными элементами являются функциональные объекты (ФО) управления соединениями (CSCF — Call Session Control Function): прокси P-CSCF (Proху-CSCF), взаимодействия I-CSCF (Interrogating-CSCF) и обслуживания S-CSCF (Serving-CSCF); различные серверы (в том числе, HSS — Home Subscriber Server: сервер пользовательской базы данных); ФО распределения ресурсов среды (MRF — Media Resource Function). Взаимодействие ФО позволяет определить политику обработки информационных потоков и обеспечить заданное качество обслуживания.

Рассматривая интерфейсный уровень взаимодействия узлов, любое устройство IP-сети можно представить в виде сети массового обслуживания, каждая система которой будет моделировать отдельный физический интерфейс устройства передачи информации. Этот интерфейс, в свою очередь, можно представить в виде одноканальной системы массового обслуживания (СМО) с условными потерями. Пример модели такого устройства представлен на рис. 1, а.

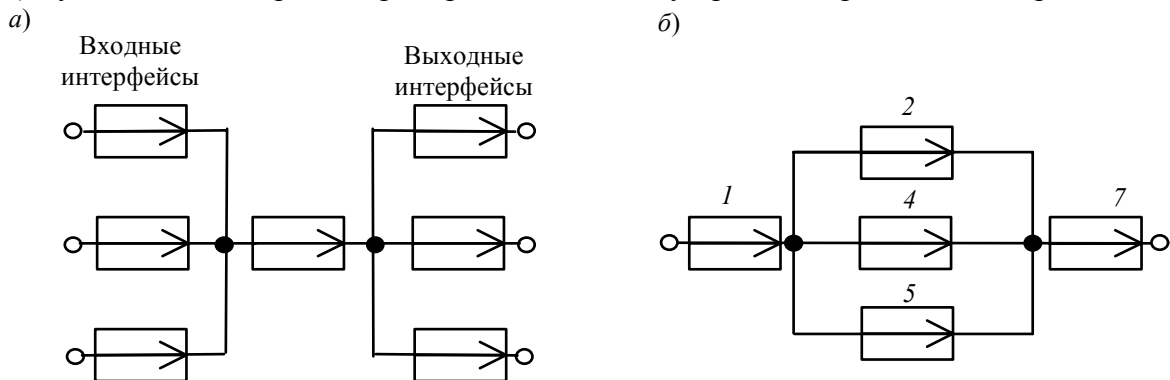


Рис. 1

На следующем уровне можно рассматривать уже не только физические соединения, существующие между узлами, а учитывать направления передачи информации к узлам сети. Каждое направление задается СМО, тип которой определяется дисциплиной обслуживания реальной системы обработки информационных потоков. Кроме того, необходимо отметить, что основные зависимости исследуемых показателей являются функциями от загрузки системы: вероятность потерь  $P_{\Pi} = f(\rho)$  и время задержки  $T_3 = \varphi(\rho)$ , т.е. достаточно знать загрузку системы для определения искомых ВВХ.

На рис. 1, б представлена модель обработки информационных потоков на сетевом уровне модели ВОС для сети IMS, где СМО 1 моделирует процесс обслуживания ФО P-CSCF; СМО 2, 4, 5 — ФО I-CSCF, S-CSCF и MRF соответственно, а СМО 7 — обработку запросов в сервере HSS.

Значения ВВХ можно использовать для определения показателей качества обслуживания на следующем уровне, так как в реальной сети распределение потоков по узлам подчиняется таблице маршрутизации. В целях расчета ВВХ для каждого маршрута можно записать:

$P_{\Pi} \approx \sum_{i=1}^m P_{\Pi,i}$  (при малых потерях);  $T_3 = \sum_{i=1}^m T_{3,i}$ , где  $m$  определяется числом систем, составляющих данный маршрут передачи информации.

Тензорный анализ ВВХ информационно-коммуникационных систем основан на следующих предположениях.

1. Поток вызовов с одной и той же интенсивностью ( $\lambda$ ) поступления определяет при неизменной интенсивности обслуживания одинаковую загрузку ( $\rho$ ) устройств при изменении структуры сети; таким образом, можно считать, что будет выполняться соотношение (инвариант) [6, 7]:

$$\rho\lambda = \rho'\lambda', \quad (1)$$

где переменные  $\rho\lambda$  соответствуют одной (исходной) структуре сети, а  $\rho'\lambda'$  — другой (примитивной).

2. Объединение систем в единую сеть не вызывает никаких изменений процесса обслуживания информационного потока, т.е. анализ любой сложной системы (сети) связан с определением простейшего элемента, его свойств и переносом алгоритма анализа на сложную систему (сеть) в целом.

3. Изменение структуры сети не предполагает качественного изменения основных соотношений между физическими величинами, описывающими простейший элемент, а определяет только их численное изменение [4, 6—8].

Исходя из уравнения (1) и применяя соотношение между интенсивностями исходной и примитивной сетей:  $\bar{\lambda}' = \bar{C}\bar{\lambda}$ , можно записать:  $\bar{\rho}'\bar{C}\bar{\lambda} = \bar{\rho}\bar{\lambda}$ , где  $C$  — матрица перехода.\* Далее, находим соотношение между нагрузками примитивной и исходной сетей как  $\bar{\rho} = \bar{C}^T \bar{\rho}'$  или  $\bar{\rho}' = (\bar{C}^T)^{-1} \bar{\rho}$ . Следовательно, подставив полученное соотношение в выражение  $\rho = \lambda T$ , получим  $(\bar{C}^T)^{-1} \bar{\rho} = \bar{T}' \bar{C} \bar{\lambda}$ . Таким образом, можно записать  $\bar{\rho} = \bar{C}^T \bar{T}' \bar{C} \bar{\lambda}$  и окончательно

$$\bar{C}^T \bar{\rho}' = (\bar{C}^T \bar{T}' \bar{C}) \bar{\lambda}. \quad (2)$$

Далее, решая полученное уравнение относительно  $\bar{\lambda}$ , находим коэффициенты использования устройств в исходной сети. Применительно к сетям связи, исходя из решения уравнения (2), можно найти как вероятность потерь пакетов и время их задержки (и его дисперсию), так и оценить пропускную способность сети в целом.

На рис. 2 представлена модель взаимодействия двух коммутаторов (физический уровень), при этом задержки канала связи не учитываются как величины, несоизмеримо малые относительно времени задержки в интерфейсах и в коммутационных элементах. На данном рисунке: СМО 1 и 5 (СМО 7 и 9) обозначают интерфейсы подключения внешних пользователей к исследуемой сети; СМО 3 и 8 являются моделями внутренних коммутационных элементов; СМО 2 и 4 образуют интерфейс подключения к одному коммутатору, а СМО 6 и 10 — к другому, при этом СМО 4 и 6 — входящие интерфейсы, а СМО 2 и 10 — исходящие. Пути передачи информации: 5-3-1 или 5-3-2-6-8-9, 7-8-9 или 7-8-10-4-3-1.

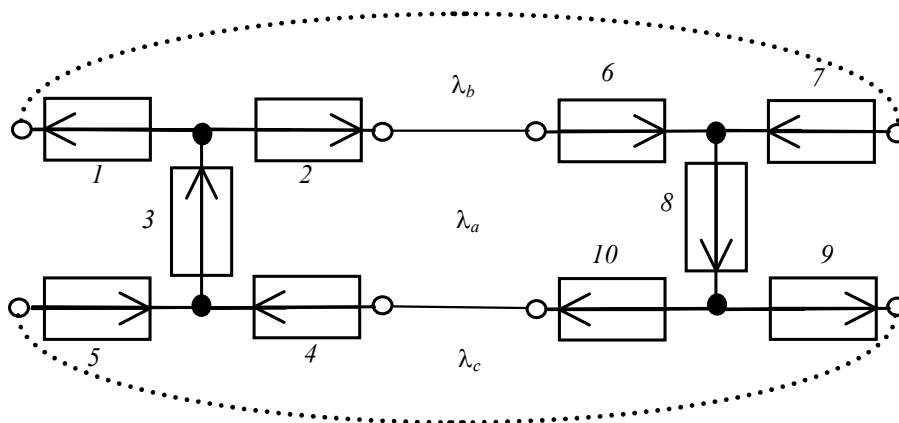


Рис. 2

Для применения контурного метода тензорного анализа ВВХ вводятся контурные интенсивности  $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$ , необходимые для определения связей между СМО в исследуемой сети. В данном случае, задавая направление контурных интенсивностей, определяем матрицу

\* Здесь и далее черта над символами означает матрицу.

перехода  $\bar{C}$  как соотношение между контурными интенсивностями и интенсивностями в ветвях. Тогда, используя выражение (2), можно записать матричное уравнение, позволяющее определить распределение интенсивностей потоков в сети:

$$\begin{pmatrix} \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 + \rho_6 + \rho_8 + \rho_{10} \\ \rho_1 - \rho_2 - \rho_6 + \rho_7 \\ -\rho_4 + \rho_5 + \rho_9 - \rho_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_g & -T_2 - T_6 & -T_4 - T_{10} \\ -T_2 - T_6 & T_1 + T_2 + T_6 + T_7 & 0 \\ -T_4 - T_{10} & 0 & T_4 + T_5 + T_9 + T_{10} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{pmatrix},$$

где  $T_g = T_2 + T_3 + T_4 + T_6 + T_8 + T_{10}$ .

Таким образом, определив временные параметры  $T_i$ ,  $i = 1 \dots 10$ , и предварительное распределение загрузок  $\rho_i$ ,  $i = 1 \dots 10$ , находим одно из возможных распределений интенсивностей в сети как интенсивность ветви:  $\bar{\lambda}_B = \bar{C}\bar{\lambda}$ , где  $\bar{\lambda}^T = (\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c)$ . В данном случае для размерности множества контурных интенсивностей, равной трем, тензорный подход позволяет получить множество решений, характеризуемых различным распределением загрузки узлов. Далее, используя известные дисциплины обслуживания (M/M/1, M/D/1, M/M/s/N, M/D/1/N и т.д.), можно найти ВВХ отдельной СМО, а следовательно, и вышеуказанных маршрутов передачи информации в целом.

Для решения задачи обеспечения качества обслуживания и управления распределением потоков рассмотрим на примере сети IMS узловой метод тензорного анализа информационно-коммуникационных сетей, основанный на условии  $\lambda = \mu\rho$  (где  $\mu$  — интенсивность обслуживания пакетов в СМО). Ранее [6] было показано, что, определяя соответствие между загрузками исходной ( $\bar{\rho}$ ) и примитивной ( $\bar{\rho}'$ ) сетей через матрицу перехода  $\bar{A}$  как  $\bar{\rho}' = \bar{A}\bar{\rho}$  и используя выражение (1), можно записать:  $\bar{\lambda}'\bar{A}\bar{\rho} = \bar{\lambda}\bar{\rho}$ . Далее, находим соотношение между интенсивностями примитивной ( $\bar{\lambda}'$ ) и исходной ( $\bar{\lambda}$ ) сетей как  $\bar{\lambda}' = (\bar{A}^T)^{-1}\bar{\lambda}$ . Следовательно, вектор интенсивностей поступления вызовов в примитивной сети можно определить как  $(\bar{A}^T)^{-1}\bar{\lambda} = \bar{\mu}'\bar{A}\bar{\rho}$ . Окончательно уравнение для узлового метода будет иметь вид

$$\bar{A}^T\bar{\lambda}' = (\bar{A}^T\bar{\mu}'\bar{A})\bar{\rho}. \quad (3)$$

Решая полученное уравнение относительно  $\bar{\rho}$ , находим коэффициенты использования узлов в сети (при загрузке ветвей  $\bar{\rho}_B = \bar{A}\bar{\rho}$ ), что позволяет определить качественные показатели (например, время задержки для маршрута) и распределение интенсивностей потоков по узлам сети как  $\bar{\lambda}_B = \bar{\mu}_B\bar{\rho}_B$ .

Преобразуем модель, представленную на рис. 1, б, к узловому виду (рис. 3): в местах образования контуров произведем „размыкание“ связей между СМО, но в дальнейшем необходимо учитывать равенство интенсивностей поступления вызовов в соответствующих ветвях, для чего введены мнимые СМО 3 и б; зададим „узловые загрузки“. Узловые загрузки  $\rho_a \dots \rho_g$ , представленные на рис. 3, являются элементами вектора  $\bar{\rho}$ , относительно которого решается уравнение (3). Связь загрузок  $\rho_i$ ,  $i = 1 \dots 10$ , и узловых загрузок  $\rho_a \dots \rho_g$  устанавливается матрицей перехода  $\bar{A}$ . Находя соответствие между загрузками в исходной и примитивной сетях, определяем матрицу  $A$  согласно [9] (ввиду большой размерности здесь не приводится). При этом левая часть уравнения (3) преобразуется к виду (с учетом  $\lambda_1 = \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5$ ,  $\lambda_7 = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_6$  и  $\lambda_2 = \lambda_3$ ,  $\lambda_5 = \lambda_6$ )

$$A^T \bar{\lambda}' = (0 \quad \lambda_2 \quad -\lambda_2 \quad 0 \quad \lambda_5 \quad -\lambda_5 \quad \lambda_7)^T.$$

Кроме того, так как генератором трафика является СМО 1, то все интенсивности поступления вызовов в остальные СМО могут быть определены через  $\lambda_1$ . С этой целью в уравнение вводятся коэффициенты  $p_i$ , определяющие долю трафика, поступающего на  $i$  СМО. При этом, исходя из структуры модели сети, необходимо учитывать, что  $p_2 + p_4 + p_5 = 1$ . Используя вектор управления, содержащий вероятности разделения нагрузки по узлам  $(p_2 \quad p_4 \quad p_5)$ , можно управлять распределением трафика по узлам сети в целях обеспечения определенного значения среднего времени задержки по заданному маршруту при установленном значении интенсивности потоков. Например, при заданном  $\lambda_1$ , определенных значениях интенсивности обслуживания в каждой системе и использовании интерфейса системы массового обслуживания вида М/М/1 в качестве модели можно, изменяя значения коэффициентов  $p_2$ ,  $p_4$  и  $p_5$ , определить общее среднее время задержки в сети как  $T_3 = \sum_{i=1}^7 \frac{1/\mu_i}{1-\rho_i}$  (без учета мнимых ветвей);  $\rho_i$  определяется как нагрузка узлов  $\bar{\rho}_y = \bar{A}\bar{\rho}$  согласно решению уравнения (3) относительно  $\bar{\rho}$ . Следует отметить, что зависимость распределения загрузки от  $\lambda_1$  можно получить выбором другого базиса (набора других „узловых загрузок“).

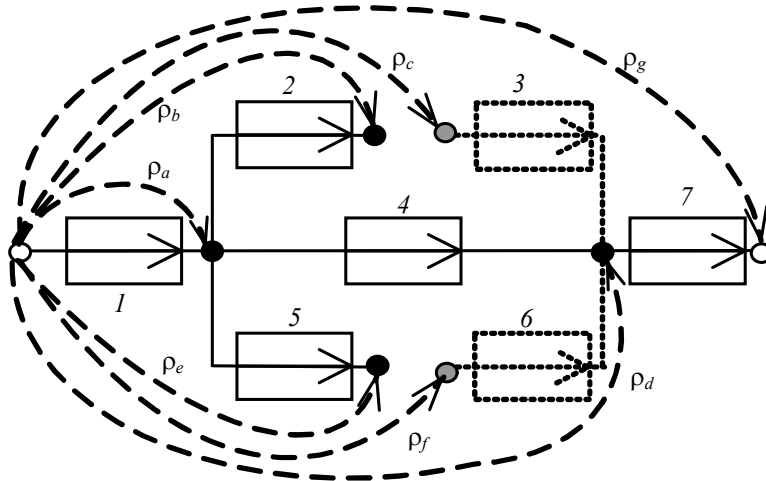


Рис. 3

В качестве преимущества тензорного анализа необходимо также отметить невысокую сложность вычислительного алгоритма. В соответствии с [8] мощность пространства состояний для однородных замкнутых сетей составляет  $Q_{N+M-1}^{M-1}$  ( $M$  — число центров обслуживания,  $N$  — количество требований в сети), что естественно приводит к резкому увеличению сложности расчетов показателей работы информационно-коммуникационных сетей, особенно при современном уровне глобализации. Использование вычислительных алгоритмов позволяет снизить сложность определения исследуемых параметров. Например, в работе [8] оценка сложности итерационного алгоритма представлена как  $2NM(N+1)$  арифметических операций для определения нормализующей константы, с помощью которой находятся остальные параметры: средняя очередь, среднее время задержки, стационарные вероятности. При определении вероятностно-временных характеристик сети с применением тензорного анализа вычислительная сложность алгоритма обуславливается только количеством узлов и связана с перемножением матриц в соответствии с выражением (2) или (3) в зависимости от метода. Например, при использовании контурного метода количество операций можно оце-

нить как  $(M - k)(2M^2 + M - 1)$ , где  $k$  — количество контуров. Однако в отличие от вычислительных методов тензорный подход сохраняет возможность аналитического исследования информационно-коммуникационной сети и позволяет использовать полученные результаты для оптимизации сети и управления качеством обслуживания информационных потоков без ограничения на классы потоков и дисциплин обслуживания [9].

В заключение можно сделать следующий вывод: в связи с необходимостью управления большим количеством устройств и обработки множества информационных потоков с заданным качеством обслуживания решение задачи эффективного управления ресурсами сети значительно усложняется. Тензорный анализ сетей — как метод, обладающий возможностями учета взаимодействия процессов и структур и гибкостью применения, — позволяет снизить вычислительные затраты на решение задачи, уменьшить задержки при динамическом управлении информационно-коммуникационными системами и обеспечить хорошую масштабируемость сети как при внедрении новых услуг, так и при изменении структуры и технологий сети. Кроме того, тензорный анализ позволяет достаточно просто формализовать проектные процедуры в целях автоматизации процесса проектирования сетей IMS [10], что обеспечивает повышение качества обслуживания информационных потоков в сетях, работающих на базе стека протоколов TCP/IP, равномерную загрузку устройств сети и снижение времени задержки, обусловленной сетевыми приложениями в транзитных и оконечных узлах сети связи.

Работа выполнена при поддержке Президента Российской Федерации, грант МК-2070.2008.9.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клейнрок Л. Коммуникационные сети. М.: Наука, 1970.
2. Яновский Г. Г. Качество обслуживания в IP сетях // Вестник связи. 2008. № 1. С. 65—74.
3. Braun T., Diaz M., Gabeiras J., Staub T. End-to-End Quality of Service over Heterogeneous Networks. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
4. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978.
5. Гольдштейн А. Б., Гольдштейн Б. С. SOFTSWITCH. СПб: БХВ, 2006.
6. Пономарев Д. Ю. Тензорная методология в телекоммуникациях // Системы управления и информационные технологии. 2006. 1.1(23). С. 161—165.
7. Пономарев Д. Ю. Исследование возможностей тензорного анализа сетей массового обслуживания // Имитационное моделирование. Теория и практика / ИММОД—2007: Сб. докл. Третьей Всерос. науч.-практ. конф. по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности. СПб: ЦНИИТС, 2007. Т. 1. С. 205—209.
8. Вишневецкий В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003.
9. Пономарев Д. Ю. Исследование возможности использования тензорного анализа сетей к управлению качеством обслуживания в сети IMS // Тр. Третьей Междунар. конф. „Системный анализ и информационные технологии“, САИТ – 2009. М.: ИСА РАН, 2009. С. 722—728.
10. Пономарев Д. Ю. Исследование характеристик пакетных сетей узловым методом тензорного анализа // Программные продукты и системы. 2009. № 4. С. 65—69.

#### Сведения об авторе

**Дмитрий Юрьевич Пономарев**

— канд. техн. наук, доцент; Институт инженерной физики и радиоэлектроники Сибирского федерального университета, кафедра инфокоммуникаций, Красноярск; E-mail: DPonomarev@sfu-kras.ru

Рекомендована кафедрой  
инфокоммуникаций

Поступила в редакцию  
19.03.10 г.