

В. В. ТИТОВ

## АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ПОДАТЛИВЫМ ДВИЖЕНИЕМ МАНИПУЛЯТОРА С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ В ШАРНИРНЫХ СОЧЛЕНЕНИЯХ

Рассматриваются подходы к управлению податливым движением манипуляторов с упругими элементами в шарнирных сочленениях. Приведен краткий анализ подходов и представлен вариант улучшения динамических показателей существующих регуляторов.

*Ключевые слова:* манипулятор, робот, силомоментное управление, шарнирные сочленения.

**Введение.** Одним из основных требований к манипуляционным операциям в робототехнике является успешное осуществление контактных взаимодействий с внешней средой. Необходимость выполнения подобных операций дала начало направлению в робототехнике, связанному с очувствлением по моментам и усилиям взаимодействия (или силомоментному управлению). Это направление активно развивалось последние 30—40 лет. В результате в робототехнике сформировались несколько подходов к выполнению силомоментных операций (см., например, [1]).

Для осуществления силомоментного управления требуется использовать датчики сил и моментов, расположенные в шарнирах манипулятора либо в запястье схвата (имеются и другие точки зрения: см., например, [2]). В основе измерения усилий, возникающих в датчиках момента, лежит измерение величины деформаций механических элементов конструкции датчика [3].

Использование датчиков момента в шарнирах манипуляторов, а также волновых редукторов обуславливает существенную упругость/податливость механических передач сочленений робота. Упругость механических передач приводит к значительному количеству негативных эффектов, сказывающихся на динамике манипулятора и усложнении процесса управления им. Наиболее податливыми элементами конструкции манипулятора являются шарнирные сочленения, кистевой датчик сил и моментов, а также звенья манипулятора.

Основными целями при управлении манипуляторами с упругими элементами в шарнирных сочленениях являются:

- минимизация дополнительных динамических эффектов, вызванных наличием упругого элемента между управляемым выходным валом сочленения и управляющим валом двигателя, развивающего момент;
- увеличение механической податливости манипулятора при сохранении точности отработки манипуляционных операций.

Отметим, что в области управления манипуляторами с упругими элементами в шарнирных сочленениях за последние 30 лет были достигнуты значительные успехи, некоторые из которых упомянуты в обзоре [4].

**Модель объекта управления.** Примем, для упрощения дальнейших выкладок, что все сочленения манипулятора являются вращательными парами (степенями подвижности). Кроме того, будем считать, что датчики моментов расположены в сочленениях манипулятора.

Уравнения динамики движения таких манипуляторов, построенные исходя из уравнения Лагранжа второго рода (см., например, [5]), получают сильносвязными и трудно анализируемыми. В этой связи в большинстве работ применяется упрощенная модель Спонга, получаемая введением ряда допущений и имеющая следующий вид [6]:

$$\left. \begin{aligned} B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) &= T + DK^{-1}\dot{T} + T_{\text{ext}}; \\ J_m\ddot{\alpha} + T + DK^{-1}\dot{T} &= T_m; \\ T &= -K\theta = K(\alpha - q), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\alpha$  — вектор углов поворота выходных валов двигателя до достижения валом упругого элемента,  $\ddot{\alpha} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ ;  $q$  — вектор углов поворота выходных валов, расположенных после упругого элемента,  $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$ ,  $\ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2}$ ,  $q_i = \theta_i + \alpha_i$ ;  $\theta$  — вектор угловых деформаций упругих элементов;  $B(q)$  —  $n \times n$ -матрица инерции манипулятора;  $C(q, \dot{q})$  — моменты кориолисовых и центробежных сил;  $g(q)$  — моменты силы тяжести;  $T$  — момент деформации упругих элементов,  $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$ ;  $T_m$  — развиваемый двигателем момент;  $T_{\text{ext}}$  — момент внешних сил;  $D$  —

диагональная матрица коэффициентов внутреннего вязкого трения в упругих элементах;  $K$  — диагональная матрица коэффициентов жесткости упругих элементов;  $J_m$  — диагональная матрица инерции роторов двигателей (приведенных к выходным валам).

Запись уравнений (1) относительно переменных состояния  $(q, \dot{q}, T, \dot{T})$ , являющихся, как правило, доступными для измерения, имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) &= T + DK^{-1}\dot{T} + T_{\text{ext}}, \\ J_m K^{-1}\ddot{T} + DK^{-1}\dot{T} + T &= T_m - J_m B^{-1}(q)(T + DK^{-1}\dot{T} + T_{\text{ext}} - C(q, \dot{q})\dot{q} - g(q)). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

**Алгоритмы управления.** В задачу системы управления силомоментно-очувствленными роботами входит как регулирование положения характерной точки манипулятора (например, схвата), так и регулирование усилия, развиваемого в этой точке.

Следуя методу, изложенному в работе [7], построим систему управления манипулятором с помощью точной линеаризации. Выражение для  $T_m$ , позволяющее точно линеаризовать системы уравнений (1), (2), имеет вид

$$T_m = J_m^{-1} D^{-1} (B(q)u + \dot{B}(q)\dot{q} + \dot{n}(q, \dot{q})) + J_m^{-1}\ddot{q} + T + (DK^{-1} - J_m^{-1}D^{-1})\dot{T}, \quad (3)$$

где  $n(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)$ ,  $u$  — сигнал управления.

При замыкании системы (1) с использованием выражения (3) для момента привода выполняется уравнение  $\ddot{q} = u$ .

Точная линеаризации не является самым простым способом управления, так как требует значительных вычислительных затрат, а именно: вычисления линеаризующей обратной связи (3) и вычисления двух производных по времени от  $q$ , а также первой производной от момента  $T$ .

В работе [8] управление роботом с упругими элементами в шарнирных сочленениях исследовалось с позиций теории сингулярных возмущений, согласно которой первые два уравнения системы (1) могут рассматриваться независимо, так как переходные процессы, описываемые вторым выражением, происходят намного быстрее, чем в первом. Поэтому предлагается использовать отдельные контуры управления: контур управления моментами упругих элементов (быстрый контур, с локальной линеаризацией) и контур управления положением по типу импедансного (медленный контур). Основным недостатком предложенного подхода является необходимость использования в быстром контуре управления данных, поставляемых медленным контуром управления. Для линеаризации в быстром контуре также требуется вы-

числение или изменение величин  $T_{\text{ext}}$  либо  $\ddot{q}$ , что вызывает дополнительные трудности и не всегда представляется возможным.

В более поздних исследованиях были предложены варианты управления манипулятором на основе свойства пассивности (passivity based control) динамических систем. Так, в работе [9] используется обратная связь по  $\alpha$  и  $\dot{\alpha}$ , за счет чего обеспечивается свойство пассивности самого контроллера. В этой работе рассматривается модель, аналогичная модели Спонга (1), а в качестве контура управления моментом предложен регулятор, описываемый выражением

$$T_m = J_m \tilde{J}_m^{-1} u + T + DK^{-1}\dot{T} - J_m \tilde{J}_m^{-1} (T + D_s K^{-1}\dot{T}), \quad (4)$$

где  $\tilde{J}_m$  — диагональная матрица требуемых моментов инерции роторов двигателей (приведенных к выходным валам),  $D_s$  — положительно-определенная диагональная матрица демпфирования.

Регулятор положения выходных валов, используемый совместно с регулятором (4), характеризуется выражением [9]

$$u = -K_\alpha (\alpha - \alpha_d) - D_\alpha \dot{\alpha} + g(q_d), \quad \alpha_d = q_d + K^{-1}g(q_d), \quad (5)$$

где  $\alpha_d$  и  $q_d$  — векторы желаемых углов поворота выходных валов до и после достижения упругого элемента;  $K_\alpha, D_\alpha$  — положительно-определенные матрицы жесткости и демпфирования.

Уравнения динамики робота после замыкания имеют вид

$$\left. \begin{aligned} B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) &= -K_\alpha (\alpha - \alpha_d) - D_\alpha \dot{\alpha} + g(q_d) - \tilde{J}_m \ddot{\alpha} + T_{\text{ext}}, \\ \tilde{J}_m \ddot{\alpha} + T + D_s K^{-1}\dot{T} &= -K_\alpha (\alpha - \alpha_d) - D_\alpha \dot{\alpha} + g(q_d). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Регулятор (5) реализует аналог импедансного управления. Однако следует отметить, что установившаяся ошибка отработки конечного положения выходных валов  $K_\alpha (\alpha - \alpha_d) = T_{\text{ext}}$  при  $\ddot{q} = \dot{q} = 0$  не гарантирует (и не может гарантировать) высокую точность отработки при движении. Основным недостатком регулятора (5) является значительная погрешность отработки положения при выполнении динамических манипуляционных операций с сохранением требуемых импедансных свойств. Интересным представляется закон управления выходным моментом (4), позволяющий виртуально уменьшить значение момента инерции ротора двигателя.

Наиболее предпочтительным способом построения системы управления манипулятором является, как и в рассмотренных выше случаях, разделение процессов управления моментами упругих элементов и управления положением валов. Данное разделение целесообразно проводить также и на физическом уровне, принимая во внимание пропускную способность каналов связи. Кроме того, желательна как можно более точная отработка траектории при сохранении свойств податливости манипулятора.

Воспользуемся моделью динамики манипулятора, описываемого системой уравнений (2), совместно с регулятором момента (4). Тогда выражения для динамики замкнутой системы примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) &= u + (D - D_s)K^{-1}\dot{T} - \tilde{J}_m \ddot{q} - \tilde{J}_m K^{-1}\dot{T} + T_{\text{ext}}, \\ \tilde{J}_m K^{-1}\dot{T} + T + D_s K^{-1}\dot{T} &= u - \tilde{J}_m \ddot{q}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Рассмотрим, далее, подход к линеаризации движения манипулятора при отсутствии упругости конструкции.

Следуя методике, изложенной в работе [1], введем закон управления

$$u = [B(q)\ddot{q}_d + K_D(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P(q_d - q)] + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q), \quad (8)$$

где  $\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d$  — желаемые программные ускорения, скорости и положения выходных валов;  $K_D, K_P$  — положительно-определенные матрицы, определяющие динамику изменения погрешности отработки в отсутствие внешнего момента ( $T_{\text{ext}} = 0$ ). При  $T_{\text{ext}} = 0$  движение манипулятора можно описать уравнением

$$B(q)(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + K_D(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P(q_d - q) = 0,$$

а при наличии внешнего момента  $T_{\text{ext}}$  — уравнением

$$B(q)(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + K_D(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P(q_d - q) = -T_{\text{ext}}.$$

Заметим, что полностью исключить взаимозависимость обобщенных координат манипулятора таким образом не удастся, так как остается составляющая  $B(q)$ . Однако удастся добиться взаимной независимости статических погрешностей отработки положений выходных валов:

$$K_P(q_d - q) = -T_{\text{ext}}.$$

**Результаты моделирования.** Компьютерное моделирование предложенного алгоритма (см. формулы (4), (8)) проводилось на модели двухстепенного пространственного робота-манипулятора. В качестве задающего воздействия на каждый из шарниров подавался косинусоидальный сигнал по положению единичной амплитуды (1 рад). В качестве контура управления моментом использовался регулятор (4) с одинаковой настройкой для всех экспериментов; настройки параметров сравниваемых регуляторов (5) и (8) были идентичны ( $K_\alpha = K_P$ ,  $D_\alpha = K_D$ ). На рис. 1 и 2 соответственно приведены результаты моделирования работы регулятора (5) и регулятора (8) с неполным задающим сигналом (т.е. при  $\ddot{q}_d = 0$ ,  $\dot{q}_d = 0$ ,  $q_d = q_d(t)$ ). Сравнительный анализ результатов показал, что регулятор (8) проявил себя лучше, имея практически только фазовое отставание от задающего сигнала.

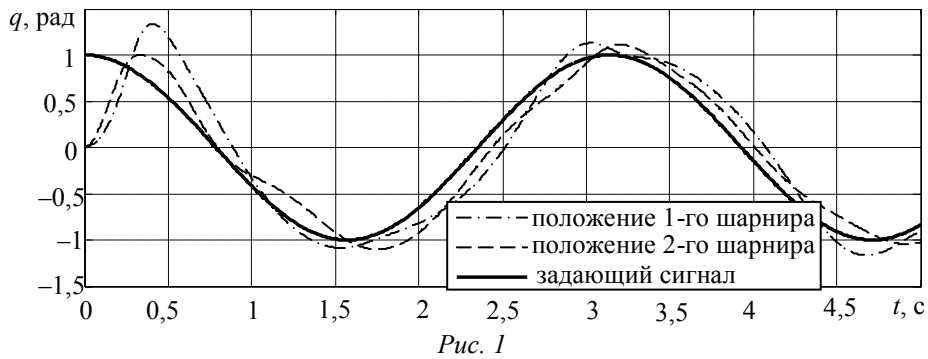


Рис. 1

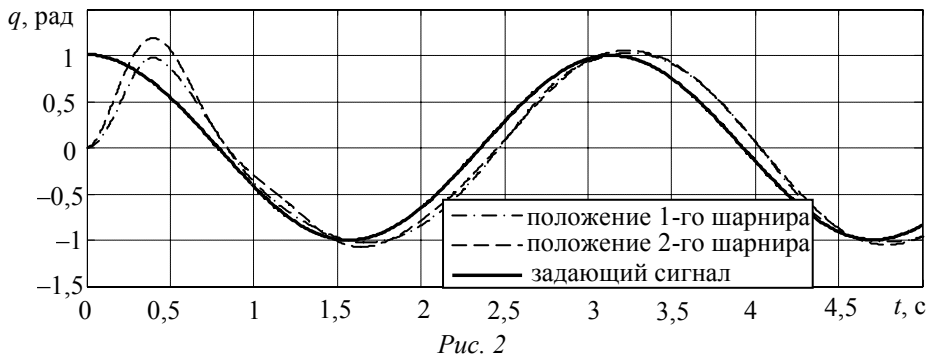
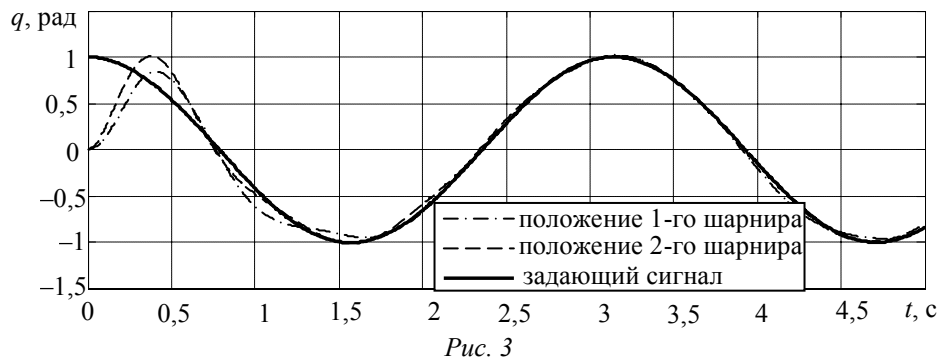


Рис. 2

Применение полного задающего сигнала ( $\ddot{q}_d = \ddot{q}_d(t)$ ,  $\dot{q}_d = \dot{q}_d(t)$ ,  $q_d = q_d(t)$ ) намного улучшает результат, как видно из рис. 3.



Предлагаемый регулятор (8) имеет, тем не менее, ряд недостатков: значительную зависимость качества управления от точности задания массоинерционных параметров модели робота, используемой в регуляторе; затрудненный анализ устойчивости вследствие большей связности по сравнению с регулятором (5).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Robotics: Modelling, Planning and Control / B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo. London: Springer, 2009.
2. Кулаков Ф. М. Активное силомоментное управление роботами без использования запястных силомоментных сенсоров // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2012. № 1. С. 149—170.
3. Гориневский Д. М., Формальский А. М., Шнейдер А. Ю. Управление манипуляционными системами на основании информации об усилиях / Под ред. В. С. Гурфинкеля и Е. А. Девятина. М.: Физматлит, 1994.
4. Ozgoli S., Taghirad H. D. A survey on the control of flexible joint robots // Asian J. of Control. 2006. Vol. 8, N 4. P. 1—15.
5. Козлов В. В., Макарычев В. П., Тимофеев А. В., Юревич Е. И. Динамика управления роботами. М.: Наука, 1984.
6. Spong M. Modeling and control of elastic joint robots // IEEE J. of Robotics and Automation. 1987. P. 291—300.
7. Дыда А. А. Адаптивное и нейросетевое управление сложными динамическими объектами. Владивосток: Дальнаука, 2006.
8. Ott C., Albu-Schaffer A., Kugi A., Hirzinger G. Decoupling based cartesian impedance control of flexible joint robots // Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2003. Vol. 3. P. 3101—3107.
9. Albu-Schaffer A., Ott C., Hirzinger G. A unified passivity-based control framework for position, torque and impedance control of flexible // The Intern. J. of Robotics Research. 2007. Vol. 26. P. 23—39.

#### Сведения об авторе

**Виктор Викторович Титов** — аспирант; СПИИРАН, лаборатория информационных технологий в управлении и робототехнике; E-mail: victortitov2005@mail.ru

Рекомендована СПИИРАН

Поступила в редакцию  
10.06.12 г.