
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.688

М. М. БЕЗРЯДИН, Г. И. ЛОЗГАЧЕВ

ПОСТРОЕНИЕ МОДАЛЬНОГО РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ ВОЗМУЩАЮЩИХ И ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Рассматривается проблема построения модального регулятора на основе критерия, обеспечивающего оптимальное соотношение между качеством управления системой и ее робастными свойствами.

Ключевые слова: алгоритм, модальный регулятор, робастность, качество.

Одна из наиболее актуальных задач современной теории автоматического управления — компенсация внешних возмущений, влияющих на работу системы управления объектами.

В работах [1—4] предложен алгоритм построения регулятора для свободного движения. В настоящей статье рассматривается метод построения модальных робастных регуляторов при наличии задающих и возмущающих воздействий, при этом предполагается, что задающее и возмущающее воздействие имеют волновую структуру [5]. Данный метод распространяется на системы любого порядка, но в отличие от методов, рассмотренных в работах [6, 7], его математический аппарат достаточно прост и сводится к элементарному делению полиномов.

Метод синтеза регулятора. Рассмотрим замкнутую систему автоматического управления, структурная схема которой представлена на рис. 1.

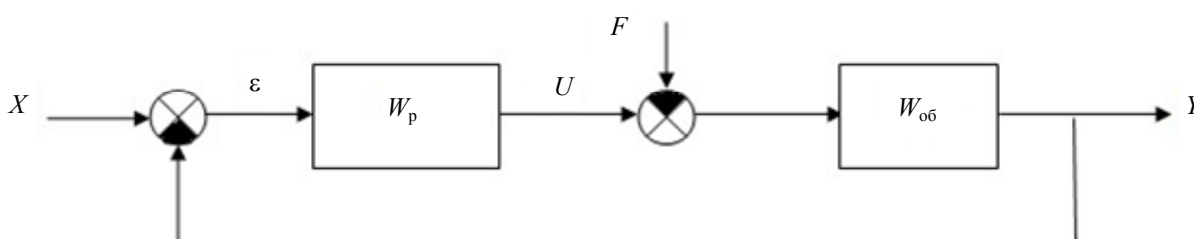


Рис. 1

Пусть задана передаточная функция объекта

$$W_{об}(p) = \frac{P_1(p)}{P_2(p)},$$

где $P_1(p)$ и $P_2(p)$ — полиномы степени m и n , $m \leq n$.

Задающее воздействие характеризуется следующим выражением:

$$X(p) = \frac{R_1(p)}{R_2(p)},$$

где $R_1(p)$ и $R_2(p)$ — полиномы степени q и r , а внешнее возмущение — выражением

$$F(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)},$$

где $G_1(p)$ и $G_2(p)$ — полиномы степени g_1 и g_2 .

Пусть задана передаточная функция замкнутой системы в виде частного двух полиномов $Q_1(p)$ и $Q_2(p)$:

$$W_{з.с}(p) = \frac{Q_1(p)}{Q_2(p)},$$

где $Q_1(p)$ и $Q_2(p)$ — полиномы степени l и k , $l \leq k$.

Полином $Q_2(p)$ будем считать требуемым. Полином $Q_1(p)$ задан с точностью до коэффициентов, которые определяются в процессе построения передаточной функции регулятора.

Ошибка управления может быть представлена выражением

$$\varepsilon(p) = X(p) - Y(p) = X(p) - (U(p) + F(p))W_{об}(p).$$

Введем в рассмотрение полиномы $L_1, L_2, N_{ост}, L_{ост}, T_1, T_{ост}, S_1, S_{ост}$:

$$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{P_2(p)} = L_2(p) + \frac{N_{ост}(p)}{P_2(p)};$$

$$\frac{Q_1(p)}{P_1(p)} = L_1(p) + \frac{L_{ост}(p)}{P_1(p)};$$

$$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{R_2(p)} = T_1(p) + \frac{T_{ост}(p)}{R_2(p)};$$

$$\frac{L_2(p)}{G_2(p)} = S_1(p) + \frac{S_{ост}(p)}{G_2(p)},$$

тогда

$$\varepsilon(p) = \frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_2(p)} X(p) - \frac{P_1(p)L_2(p)}{Q_2(p)} F(p).$$

Если исходная динамическая система является полностью управляемой и наблюдаемой, т.е. передаточная функция объекта $W_{об}(p)$ представляет собой несократимую дробь, и выполняется условие $k \geq (2n-1) + r + g_2$, то всегда найдутся коэффициенты полинома $Q_1(p)$, при которых происходит деление без остатка: $Q_2(p) - Q_1(p)$ на $P_2(p)$, $Q_2(p) - Q_1(p)$ на $R_2(p)$ и $Q_1(p)$ на $P_1(p)$. При этом существует передаточная функция регулятора, обеспечивающая воспроизведение задающего воздействия без остаточной ошибки и желаемое расположение корней характеристического полинома [1—3]:

$$W_p(p) = \frac{L_1(p)}{L_2(p)}.$$

Для построения регулятора сформируем критерий, обеспечивающий необходимое соотношение между качеством управления системой и ее робастными свойствами:

$$I = \beta_1 \int_0^{\infty} (\varepsilon(t)^2 + K\dot{\varepsilon}(t)^2) dt + \beta_2 \frac{1}{\rho}, \quad (1)$$

где K — некоторое число, ρ — мера робастности, β_1 и β_2 — весовые коэффициенты.

Первое слагаемое в уравнении (1) представляет собой интегральный критерий качества, а второе слагаемое характеризует робастные свойства системы.

Зададим характеристический полином замкнутой системы с коэффициентами в виде параметров. Используя алгоритм, описанный в работе [8], можно получить регулятор, коэффициенты которого будут выражены через коэффициенты требуемого полинома. Минимизация критерия (1) позволяет найти значения коэффициентов характеристического полинома, обеспечивающие желаемое соотношение между робастными свойствами системы и качеством управления.

Для систем небольшой размерности, а также в случае если передаточная функция объекта имеет один параметр, критерий может быть выражен в явной форме. Иначе необходимо применить численные методы оптимизации.

Вычисление меры робастности системы. Пусть R_n — множество многочленов степени n над полем действительных чисел. Пусть передаточная функция объекта задана в виде

$$W_{об}^*(p) = \frac{P_1^*(p)}{P_2^*(p)}, \quad (2)$$

где $P_1^* \in R_m$, $P_2^* \in R_n$ и $m \leq n$; P_1^* и P_2^* содержат параметрическую неопределенность, заданную в виде

$$\underline{l}_i \leq q_i^* - q_i \leq \bar{l}_i,$$

где q_i — заданные номинальные значения параметров, q_i^* — реальные значения параметров, \underline{l}_i и \bar{l}_i — пределы возможных погрешностей определения i -го параметра, $i = \overline{1, s}$, $s \leq n + m$.

Необходимо найти передаточную функцию регулятора, обеспечивающего устойчивость замкнутой системы с передаточной функцией

$$W_{з.с}(p) = \frac{W_{об}^*(p)W_p(p)}{1 + W_{об}^*(p)W_p(p)}$$

при максимальном значении критерия робастности. В качестве такого критерия можно принять $\gamma = \min(\bar{l}_i - \underline{l}_i)$ или $\mu = \sum_{i=1}^s \delta_i(\bar{l}_i - \underline{l}_i)$, где δ_i — весовые коэффициенты, $i = \overline{1, s}$, $s \leq n + m$.

В качестве критерия робастности можно также выбрать объем (в общем случае n -мерный) области устойчивости системы.

Представим передаточную функцию объекта управления (2) в виде

$$W_{об}^*(p) = \frac{P_1^*(p) + \Delta P_1(p)}{P_2^*(p) + \Delta P_2(p)},$$

где $\Delta P_1(p)$ и $\Delta P_2(p)$ — полиномы, содержащие неопределенность.

В этом случае характеристический полином замкнутой системы

$$D(p) = Q_2(p) + \Delta P_1(p)L(p) + \Delta P_2(p)N(p). \quad (3)$$

Обозначим коэффициенты полинома $D(p)$ через $b_i, i = \overline{0, k}$, тогда

$$D(p) = b_0 p^k + b_1 p^{k-1} + \dots + b_{k-1} p + b_k.$$

Коэффициенты b_i представляют собой функции от коэффициентов $a_i, i = \overline{0, k}$, полинома Q_2 и параметров полиномов $\Delta P_1(p)$ и $\Delta P_2(p)$.

Обозначим через $u_j = (a_1^j, a_2^j, \dots, a_{k-1}^j, a_k^j)$ совокупность коэффициентов полинома Q_2 .

Используя численные методы, можно найти значения $a_1^j, a_2^j, \dots, a_{k-1}^j, a_k^j$, обеспечивающие максимальное или требуемое значение любого из перечисленных критериев. Например, для вычисления критерия $\gamma = \min(\bar{l}_i - \underline{l}_i)$ можно воспользоваться методом, предложенным в работе [9].

Пример. Пусть передаточная функция объекта задана в виде

$$W_{об}(p) = \frac{-Kp + 1}{Tp + 1}.$$

Внешнее воздействие представлено единичным скачком.

Зададим передаточную функцию замкнутой системы в виде

$$W_{з.с}(p) = \frac{Q_1(p)}{Q_2(p)} = \frac{d_0 p^2 + d_1 p + d_2}{p^2 + a_1 p + a_2}.$$

В качестве расчетных значений примем $K = 1, T = 1$. Используя программу, описанную в работе [8], получим выражения для передаточной функции регулятора, при котором характеристический полином замкнутой системы будет равен $Q_2(p)$:

$$W_p(p) = \frac{p(-1 + a_1 + a_2) + a_2}{p(1 + a_1 + a_2)}.$$

Квадратичный критерий качества, выраженный через коэффициенты a_i характеристического полинома, определяется как

$$I = \frac{(1 + a_1 + a_2)^2 ((1 + a_1)^2 - 2a_1 a_2 + a_2^3)}{8a_1 a_2}.$$

Зададим приращение параметрам объекта: $K = 1 + \Delta K, T = 1 + \Delta T$, при этом

$$W_{об}(p) = \frac{-p + 1 - \Delta K p}{p + 1 + \Delta T p}.$$

Согласно выражению (3) характеристический полином системы с обратной связью

$$D(p) = p^2 (1 + \Delta T (1 + a_1 + a_2) + \Delta K (-1 + a_1 + a_2)) + p(a_1 + \Delta K a_2) + a_2.$$

Используя условие устойчивости системы, получаем

$$\Delta K > -\frac{a_1}{a_2}, \quad \Delta T > -1 - \Delta K (-1 + a_1 + a_2).$$

Минимизируем функционал I . Для этого определим минимум интегрального критерия. При $a_1 \geq 0, a_2 \geq 0$ получим $a_1 = 0,66$ и $a_2 = 0,85$. Используя эти значения как начальные, можем производить настройку робастных свойств системы. Переходный процесс в системе при единичном воздействии и $a_1 = 0,66, a_2 = 0,85$ представлен на рис. 2.

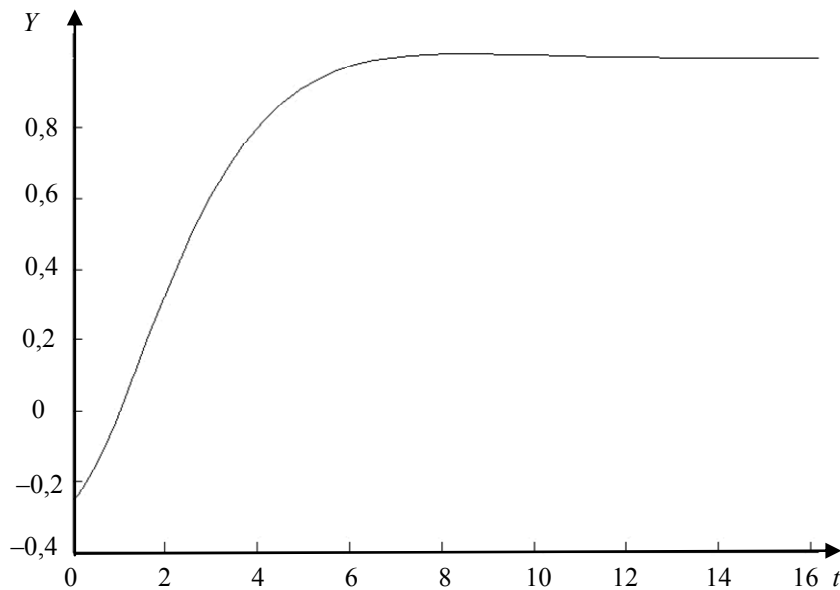


Рис 2.

Рассмотренный метод построения модального робастного регулятора благодаря алгоритмической простоте достаточно удобен для реализации на компьютере. К достоинствам этого метода можно также отнести возможность получения регулятора в общем виде, что позволяет производить оптимизацию характеристик системы непосредственно по коэффициентам характеристического полинома замкнутой системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лозгачев Г. И. Синтез модальных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы // *АиТ*. 1995. № 5. С. 49—55.
2. Лозгачев Г. И. Построение модальных регуляторов для одноконтурных и многосвязных систем // *АиТ*. 2000. № 12. С. 15—21.
3. Дылевский А. В., Лозгачев Г. И. Синтез линейных систем управления с заданным характеристическим полиномом // *Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления*. 2003. № 5. С. 17—20.
4. Лозгачев Г. И., Безрядин М. М. Проблема соотношения робастности и качества управления при построении модальных регуляторов // *Кибернетика и высокие технологии XXI века: XII Междунар. науч.-техн. конф.*, 11—12 мая 2011г. Воронеж, 2011. Т. 2. С. 412—416.
5. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К. Т. Леондеса. М.: Мир, 1980. 408 с.
6. Bhattacharyya S. P., Chapellat H., Keel L. Robust control: the parametric approach // Upper Saddle River. N. J.: Prentice Hall, 1995.
7. Coddard P. J., Clover K. Controller approximation approaches for preserving H^∞ performance // *IEEE Trans. Automat. Control*. 1998. Vol. 43, N 7. P. 858—871.
8. Лозгачев Г. И., Безрядин М. М. Программная реализация алгоритма построения модального робастного регулятора по передаточной функции замкнутой системы в случае наличия возмущающего воздействия // *Вестн. ВГУ. Системный анализ и информационные технологии*. 2010. № 2. С. 50—52.
9. Воронов А. А. Введение в динамику сложных управляемых систем. М.: Наука, 1985.

Сведения об авторах

Михаил Михайлович Безрядин

— аспирант; Воронежский государственный университет, кафедра технической кибернетики и автоматического регулирования;
E-mail: maickel@yandex.ru

Геннадий Иванович Лозгачев

— д-р техн. наук, профессор; Воронежский государственный университет, кафедра технической кибернетики и автоматического регулирования; E-mail: Prof-lozgachev@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
технической кибернетики и
автоматического регулирования

Поступила в редакцию
06.12.11 г.