УДК 681.513.54:629.7.015

В. В. Малышев, Д. С. Кабанов

АЛГОРИТМ КОРРЕКЦИИ СТРУКТУРЫ УПРАВЛЕНИЯ АВТОМАТИЧЕСКИМ ПОДВОДНЫМ АППАРАТОМ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТИ ДОСТИЖИМОСТИ

Рассматривается алгоритм коррекции структуры управления автоматическим подводным аппаратом, полученной с использованием принципа максимума, для построения области достижимости. Приведены результаты численного моделирования и сравнительного анализа алгоритма с решением задачи методом Крылова — Черноусько.

Ключевые слова: *принцип максимума, прогнозирующая модель, область достижимости, автоматический подводный аппарат.*

При решении задач управления автоматическим подводным аппаратом в ряде случаев (например, при оценке его маневренных возможностей с учетом ограничений на перегрузки, расход топлива, скорость движения, а также при решении игровых задач о встрече движений) возникает проблема построения областей достижимости (ОД), исследованию которой посвящено множество работ (см. например, [1—3]). Построение ОД в темпе движения подводного аппарата затруднительно, так как необходимо обеспечить надежную сходимость решения двухточечных краевых задач. Для преодоления этих трудностей предлагается использовать алгоритм коррекции структуры управления [4], полученной с использованием принципа максимума [5, 6], с помощью которого вычисляются граничные точки ОД.

В настоящей статье рассматривается задача управления центром масс автоматического подводного аппарата (далее — ПА) на основе критерия, характеризующего удаление ПА на максимальное расстояние от точки старта в выбранном направлении с учетом ограничения на управление (выпуклая часть границы ОД). Полагается, что вектор состояния ПА точно известен в любой момент времени. При этом выявляется структура оптимального управления, использование которой предусматривает вычисление сигнала управления по различным формулам на соответствующих участках интервала оптимизации.

Требуется найти такую программу изменения нормальной перегрузки $n_y(t)$ [7, 8], которая позволит обеспечить за время t_f перевод ПА из начального положения в вертикальной плоскости в максимально удаленное от точки старта положение в выбранном направлении движения, заданном единичным вектором $\mathbf{b}$ и углом ξ его наклона относительно стартовой системы координат. На величину перегрузки n_y накладывается ограничение. Построение выпуклой части границы области достижимости автоматического ПА осуществляется путем изменения угла ξ [1, 3].

При такой формулировке требований к управляемому движению ПА становится возможным удерживать его в эксплуатационной области, которая формируется исходя из условий достижения максимальной дальности хода в выбранном направлении и обеспечения безопасности функционирования объекта управления при заданных конструктивных ограничениях на прочность ПА. В качестве управляющего воздействия (сигнала) выбирается перегрузка n_y.

Для упрощения описания алгоритма управления положим [4], что скорость ПА изменяется незначительно в процессе маневра. Уравнения движения центра масс ПА в вертикальной плоскости имеют следующий вид [7, 8]:

$$\dot{\theta} = \frac{g}{V}\left(n_y - \cos\theta\right); \quad \dot{x} = V\cos\theta; \; \dot{y} = V\sin\theta, \qquad (1)$$

где $\left(\theta \; x \; y\right)^T = \mathbf{X}$ — вектор состояния ПА; θ — угол наклона траектории ПА; x, y — продольная дальность движения и глубина погружения ПА соответственно; V — скорость ПА; g — ускорение свободного падения.

Граничные условия задачи: $\theta(0) = \theta_0$, $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, где θ_0, x_0, y_0 — заданные величины.

При построении выпуклой части границы ОД осуществляется минимизация критерия оптимальности, характеризующего точку касания границы ОД с прямой, перпендикулярной направлению вектора $\mathbf{b}$ [1, 3]:

$$J = F[\mathbf{X}(t_f)] = -\mathbf{b}^T\mathbf{X}(t_f) = -x(t_f)\cos\xi - y(t_f)\sin\xi, \qquad (2)$$

где $\mathbf{b}^T = [0 \quad \cos\xi \quad \sin\xi]$.

Для формирования структуры оптимального управления обратимся к необходимым условиям оптимальности [5, 6, 9, 10]. Запишем гамильтониан для системы (1) с критерием качества (2):

$$H = \psi_\theta \frac{g}{V}\left(n_y - \cos\theta\right) + \psi_x V\cos\theta + \psi_y V\sin\theta,$$

где $\left(\psi_\theta \; \psi_x \; \psi_y\right)^T = \mathbf{\Psi}$ — вектор сопряженных переменных [5].

В соответствии с принципом максимума сопряженные переменные определяются из уравнения $\dot{\mathbf{\Psi}} = -\left(\dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{X}}\right)^T$, или в поэлементном виде:

$$\dot{\psi}_\theta = -\psi_\theta \frac{g}{V}\sin\theta + \psi_x V\sin\theta - \psi_y V\cos\theta, \; \dot{\psi}_x = 0, \; \dot{\psi}_y = 0, \qquad (3)$$

с граничными условиями $\mathbf{\Psi}\left(t_f\right) = \left(\dfrac{\partial F[\mathbf{X}(t_f)]}{\partial \mathbf{X}}\right)^T$, а сигнал управления определяется из условия $\inf\limits_{n_y \in [-n_{y_m}, n_{y_m}]} H\left(\mathbf{X}, \mathbf{\Psi}, n_y, t\right) = H\left(\mathbf{X}, \mathbf{\Psi}, n_{y_{\text{ос}}}, t\right)$. При существовании конечного интервала времени, на котором $\psi_0 = 0$, требуется ввести „особое“ управление $n_{y_{\text{ос}}}$. Тогда

$$n_y = \begin{cases} -n_{y_m}\operatorname{sgn}(\psi_\theta) \text{ при } \psi_\theta \neq 0; \\ n_{y_{\text{ос}}} \text{ при } \psi_\theta = 0 \text{ для } t \in [\tau_1, \tau_2], \end{cases} \qquad (4)$$

а „особое“ управление $n_{y_{\text{ос}}}$ согласно условию $\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial n_y}\right)=0$ [10] характеризуется выражением

$$n_{y_{\text{ос}}}=\frac{g\psi_\theta - V^2\psi_x}{g\psi_\theta\cos\theta - V^2\psi_x\cos\theta - V^2\psi_y\sin\theta}.$$

Здесь n_{y_m} — предельное значение перегрузки, $\tau_1, \tau_2 \in [0, t_f]$ — моменты, ограничивающие интервал времени нахождения ПА на траектории, соответствующей предельным углам ее наклона.

„Особое“ управление возникает в случае, когда $\psi_\theta=0$ и $\dot\psi_\theta=0$ на интервале $[\tau_1, \tau_2]$. Тогда $\dot\psi_\theta=\psi_x V\sin\theta-\psi_y V\cos\theta$, и с учетом уравнений (3) при граничных условиях $\psi_x\left(t_f\right)=$ $=-\cos\xi$, $\psi_y\left(t_f\right)=-\sin\xi$ получаем $V(-\cos\xi)\sin\theta+V(\sin\xi)\cos\theta=0$, откуда $\sin(\xi-\theta)=0$, тогда $n_{y_{\text{ос}}}=\cos\xi$.

Решение краевой задачи (1), (3), (4) методом Ньютона [4, 11, 12] связано с вычислительными трудностями, обусловленными поиском начального приближения для сопряженного вектора $\boldsymbol{\Psi}(0)$ и обеспечением сходимости алгоритма при изменении граничных условий задачи оптимизации. Для преодоления этих трудностей рассмотрим следующую вспомогательную задачу оптимизации. Представим сигнал управления n_y в общем виде [4], когда возможно несколько переключений (например, два):

$$n_y=-n_{y_m}\operatorname{sgn}(\psi_{\theta_0})+\Delta n_{y_1} l(t,\tau_1)+\Delta n_{y_2} l(t,\tau_2),$$

где $\psi_{\theta_0}=\psi_\theta(0)$, $\Delta n_{y_1}=n_{y_m}\operatorname{sgn}\left(\psi_{\theta_0}\right)+n_{y_{\text{ос}}}$, $\Delta n_{y_2}=-n_{y_{\text{ос}}}+n_{y_m}\operatorname{sgn}\left(\psi_{\theta_0}\right)$, а $l(t,\tau_1)$, $l(t,\tau_2)$ — функции вида

$$l(t,t_1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\left(k\left(t-t_1\right)\right),$$

Здесь k — коэффициент, при неограниченном возрастании которого функция $l(t,t_1)$ приближается к единичной функции Хэвисайда (для задач с управлением релейного типа аналогичная структура рассмотрена в работах [5, 8, 9]).

На рис. 1 приведен график функции $l(t,t_1)$ при t_1 = 4, k = 10 000.

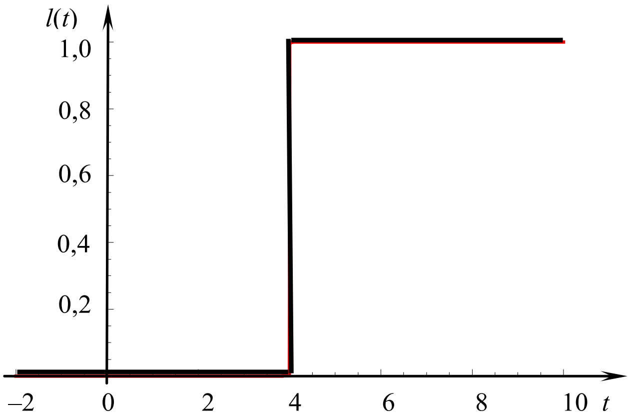

Рис. 1

Моменты переключения τ_1 и τ_2 функции $n_y(t)$ будем рассматривать в качестве компонент расширенного вектора состояния объекта, а в качестве сигналов управления выберем производные от τ_1 и τ_2 по времени. Тогда динамика объекта управления может быть представлена уравнениями

$$\dot{\theta}=\frac{g}{V}\left(-n_{y_m}\operatorname{sgn}\left(\psi_{\theta_0}\right)+\Delta n_{y_1}l\left(t,\tau_1\right)+\Delta n_{y_2}l\left(t,\tau_2\right)-\cos\theta\right), \qquad (5)$$

$$\dot{x}=V\cos\theta\ ,\ \dot{y}=V\sin\theta\ ,\ \dot{\tau}_1=w_1,\ \dot{\tau}_2=w_2 .$$

Здесь $\left(w_1\ w_2\right)^T=\mathbf{w}$ — вектор управления во вспомогательной задаче оптимизации. Таким образом, управление осуществляется косвенно — через вектор управления $\mathbf{w}$.

Для поиска оптимальной траектории движения автоматического ПА предлагается использовать алгоритм коррекции структуры управления с помощью прогнозирующей модели [5, 8, 9]. В отличие от указанных работ, в рассматриваемой в данной статье структуре управления имеется „особое“ управление $n_{y_{\text{ос}}}=\cos\xi$.

В соответствии с алгоритмом на основе прогнозирующей модели в качестве критерия оптимальности выберем функционал Красовского [5]:

$$J_1=F[\mathbf{X}(t_f)]+\frac{1}{2}\int_0^{t_f}\mathbf{w}^T\cdot\mathbf{k}_w^{-2}\cdot\mathbf{w}dt+\frac{1}{2}\int_0^{t_f}\mathbf{w}_{\text{опт}}^T\cdot\mathbf{k}_w^{-2}\cdot\mathbf{w}_{\text{опт}}dt , \qquad (6)$$

где $F[\mathbf{X}(t_f)]=-x\left(t_f\right)\cos\xi-y\left(t_f\right)\sin\xi$; $\mathbf{w}_{\text{опт}}$ — оптимальное значение вектора управления $\mathbf{w}$, $\mathbf{w}_{\text{опт}}=\left(w_{1\text{опт}}\ w_{2\text{опт}}\right)^T$, $\mathbf{k}_w^2=\operatorname{diag}\left(k_{w_1}^2,\,k_{w_2}^2\right)$, коэффициенты $k_{w_1}^2$ и $k_{w_2}^2$ определяются моделированием при отладке вычислительного алгоритма.

Введение слагаемых $\frac{1}{2}\int_0^{t_f}\mathbf{w}^T\cdot\mathbf{k}_w^{-2}\cdot\mathbf{w}dt$ и $\frac{1}{2}\int_0^{t_f}\mathbf{w}_{\text{опт}}^T\cdot\mathbf{k}_w^{-2}\cdot\mathbf{w}_{\text{опт}}dt$ в исходный критерий оптимальности фактически не меняет требований задачи, ибо по завершении переходных процессов переключения $\tau_1(t)$, $\tau_2(t)$ имеем $\dot{\tau}_1=0$, $\dot{\tau}_2=0$, что приводит к обнулению этих слагаемых.

Запишем гамильтониан вспомогательной задачи оптимизации:

$$H=\psi_\theta\frac{g}{V}\left(n_y-\cos\theta\right)+\psi_x V\cos\theta+\psi_y V\sin\theta+\psi_{\tau_1}w_1+\psi_{\tau_2}w_2+$$
$$+\frac{1}{2}\mathbf{w}^T\cdot\mathbf{k}_w^{-2}\cdot\mathbf{w}+\frac{1}{2}\mathbf{w}_{\text{опт}}^T\cdot\mathbf{k}_w^{-2}\cdot\mathbf{w}_{\text{опт}}.$$

Система канонических уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}\dot{\theta}=\frac{g}{V}\left(-n_{y_m}\operatorname{sgn}\left(\psi_{\theta_0}\right)+\Delta n_{y_1}l\left(t-\tau_1\right)+\Delta n_{y_2}l\left(t-\tau_2\right)-\cos\theta\right),\\ \dot{x}=V\cos\theta,\ \dot{y}=V\sin\theta,\ \dot{\tau}_1=0,\ \dot{\tau}_2=0,\\ \dot{\psi}_\theta=-\psi_\theta\frac{g}{V}\sin\theta+\psi_x V\sin\theta-\psi_y V\cos\theta,\\ \dot{\psi}_x=0,\ \dot{\psi}_y=0,\ \dot{\psi}_{\tau_1}=\psi_\theta\frac{g}{V}\Delta n_{y_1}\delta\left(t,\tau_1\right),\ \dot{\psi}_{\tau_2}=\psi_\theta\frac{g}{V}\Delta n_{y_2}\delta\left(t,\tau_2\right),\end{gathered} \qquad (7)$$

где $\delta\left(t,\tau_1\right)$, $\delta\left(t,\tau_2\right)$ — функции вида

$$\delta\left(t,t_1\right)=\frac{\partial l(t,t_1)}{\partial t_1}=\frac{k}{\pi\,(1+k^2\,(t-t_1)^2)}.$$

Из условия трансверсальности получаем

$$\mathbf{\Psi}^T\left(t_f\right)=\frac{\partial F[X(t_f)]}{\partial X(t_f)}$$

или в развернутом виде

$$\psi_\theta\left(t_f\right)=0,\ \psi_x\left(t_f\right)=-\cos\xi,\ \psi_y\left(t_f\right)=-\sin\xi,\ \psi_{\tau_1}\left(t_f\right)=0,\ \psi_{\tau_2}\left(t_f\right)=0. \qquad (8)$$

Составляющие вектора управления

$$w_1(t)=-k_{w_1}^2\psi_{\tau_1}(\tau_1),\ \ w_2(t)=-k_{w_2}^2\psi_{\tau_2}(\tau_2). \qquad (9)$$

Алгоритм вычисления сигнала управления с использованием прогнозирующей модели состоит из следующих действий.

1. Численное интегрирование системы уравнений (7) в прямом времени на интервале $[t, t_f]$ при начальных условиях $\mathbf{X}(t)$, $\mathbf{\Psi}(t)$ (на первом шаге $t=0$).

2. По найденным значениям $\mathbf{X}\left(t_f\right)$ определение граничных условий (8) для $\mathbf{\Psi}\left(t_f\right)$ при совместном решении в обратном времени системы уравнений (7) на интервале $[t, t_f]$ для нахождения $\mathbf{\Psi}(t)$.

3. Вычисление составляющих вектора управления (9).

4. Интегрирование системы уравнений (5) при выбранных сигналах управления на один шаг, определение нового значения $\mathbf{X}(t)$.

5. Повторение процесса вычислений начиная с п. 1 до достижения конечного момента времени t_f.

Как видно из алгоритма, для определения сигнала управления не требуется решать двухточечную краевую задачу. Вычисления сводятся к решению двух задач Коши, решаемых в прямом и обратном времени соответственно.

На рис. 2—4 приведены графики, полученные для начальных условий движения ПА: $\xi = 20°$, $V = 30$ м/с, $\theta_0 = 0$, $x_0 = 0$, $y_0 = -100$ м, $\tau_1 = 1$ с, $\tau_2 = 6$ с, $n_{y_m}=3$, $k_{w_1}^2=0{,}2$, $k_{w_2}^2=0{,}3$, $t_f = 8$ с, шаг интегрирования 0,01 с.

На рис. 2 представлены траектория движения автоматического ПА и графики зависимости угла θ и сигнала управления n_y от времени t, полученные с использованием предлагаемого численного метода решения.

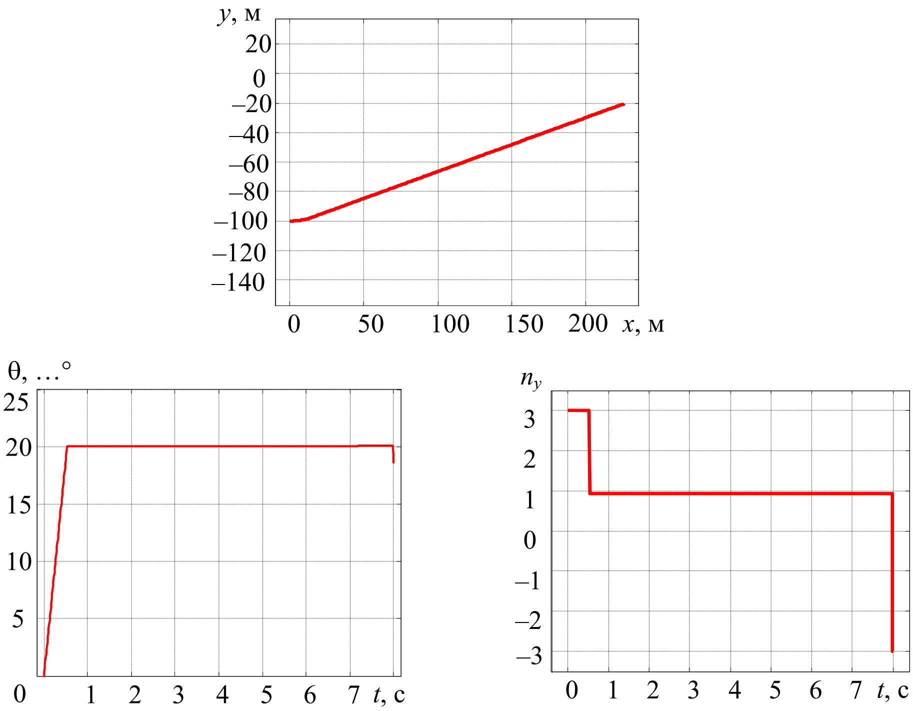

Рис. 2

На рис. 3 представлены графики зависимости управления моментами переключений τ_1 и τ_2 от времени, наглядно демонстрирующие, что момент τ_1 сходится к оптимальному значению, а τ_2 стремится к t_f, траектория как бы растягивается в прямую линию в целях достижения максимальной дальности.

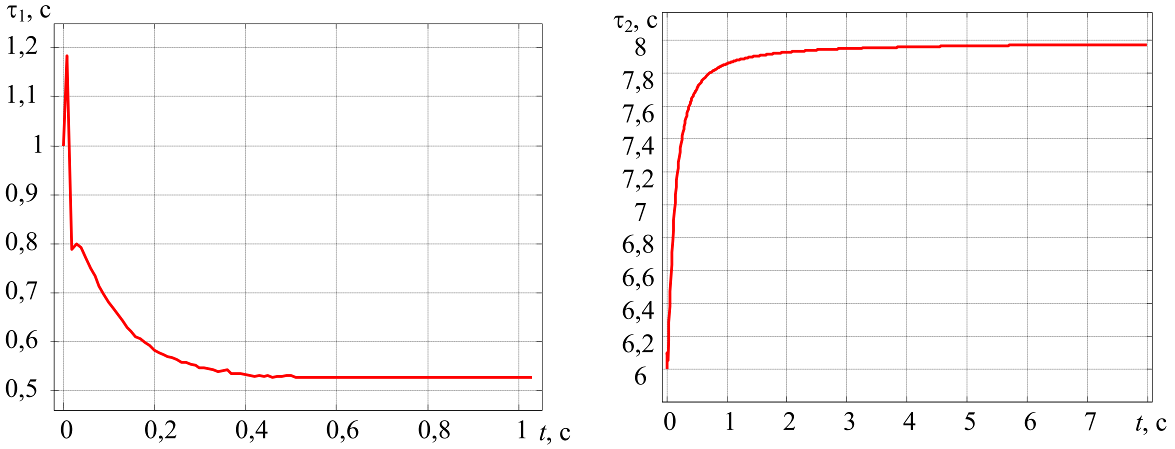

Рис. 3

Как видно из представленных графиков, фактически имеется только одно переключение τ_1, что подтверждается физической сутью задачи.

График области достижимости при изменении угла ξ от –70 до 20° при начальных условиях, обозначенных выше, приведен на рис. 4.

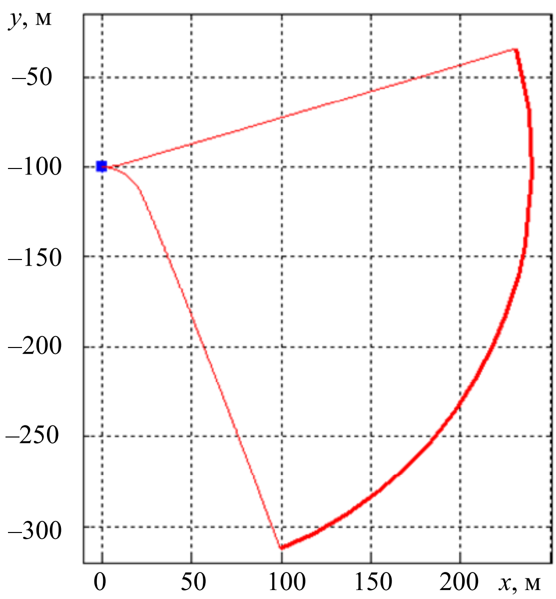

Рис. 4

Полученное решение можно использовать в качестве начального приближения для управления по методу Крылова — Черноусько, что сокращает число итераций при поиске оптимального управления. В рассматриваемых диапазонах изменения угла ξ использование такого начального приближения позволяет найти оптимальную программу для n_y за 1—2 итерации. Выбор начального приближения при $\tau_2 = t_f$ и неоптимальном значении τ_1, отличающемся от оптимального на 1 с, приводит к решению за 8 итераций. В отличие от этого разработанный алгоритм коррекции структуры управления обеспечивает решение при произвольном выборе значений параметров τ_1 и τ_2 из интервала оптимизации.

Проведенные исследования показали устойчивую работу предложенного алгоритма при изменении условий задачи и начальных значений параметров системы управления. Алгоритм может быть применен и для построения вогнутой части границы области достижимости, а также для построения ее границ в пространстве при изменении скорости автоматического подводного аппарата, когда „особые“ управления определяются по более сложным зависимостям [4]. При этом объем вычислений изменяется незначительно, что позволяет осуществлять построение границы ОД в процессе движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Черноусько Ф. Л.* Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988. 319 с.
2. *Красовский Н. Н.* Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. 420 с.
3. *Толпегин О. А.* Области достижимости летательных аппаратов. СПб: БГТУ, 2002. 106 с.
4. *Малышев В. В., Кабанов Д. С.* Оптимизация траектории движения материальной точки в пространстве с использованием алгоритма с заданной программой прогноза движения при ограничениях на управление // Тез. докл. 15-й Междунар. конф. „Системный анализ, управление и навигация“. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. С. 61—62.
5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. *А. А. Красовского*. М.: Наука, 1987. 712 с.
6. *Малышев В. В.* Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления: Учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
7. *Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С.* Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. Учеб. пособие. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.
8. *Буков В. Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. М.: Наука, 1987. 232 с.
9. *Кабанов С. А.* Управление системами на прогнозирующих моделях. СПб: Изд-во СПбГУ, 1997. 200 с.
10. *Горбатенко С. А., Макашов Э. М., Полушкин Ю. Ф., Шефтель Л. В.* Расчет и анализ движения летательных аппаратов: Инж. справочник. М.: Машиностроение, 1971. 352 с.
11. *Федоренко Р. П.* Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.
12. *Кабанов Д. С.* Оптимальное управление ядерным реактором с учетом случайных возмущений // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 5. С. 27—30.

Сведения об авторах

Вениамин Васильевич Малышев — д-р техн. наук, профессор; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), кафедра системного анализа и управления; E-mail: veniaminmalyshev@mail.ru

Дмитрий Сергеевич Кабанов — аспирант; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), кафедра системного анализа и управления; E-mail: kabanovds@mail.ru

Рекомендована кафедрой
системного анализа и управления

Поступила в редакцию
16.01.12 г.