

В. Л. ТКАЛИЧ, Р. Я. ЛАБКОВСКАЯ, О. И. ПИРОЖНИКОВА

## АНАЛИЗ ПРИСОЕДИНЕННЫХ МАСС УПРУГИХ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РТУТНЫХ ГЕРКОНОВ

Представлен анализ конструктивных особенностей ртутных герконов и определены факторы, влияющие на значения присоединенных масс упругих чувствительных элементов. Предложена модель определения присоединенной массы таких элементов и получено аналитическое выражение для их амплитудно-частотных характеристик.

**Ключевые слова:** герконы, присоединенная масса, упругие чувствительные элементы.

Разработка жидкостных герконов требует глубокого исследования зависимости их частотных характеристик от свойств демпфирующей жидкости. В настоящей статье представлен анализ рассмотренных в работе [1] математических моделей динамики упругого чувствительного элемента (УЧЭ, далее — ЧЭ) ртутного геркона и приводится полученное аналитическое выражение для амплитудно-частотных характеристик (АЧЧ) данного типа элементов.

Примеры ртутных герконов приведены на рис. 1.

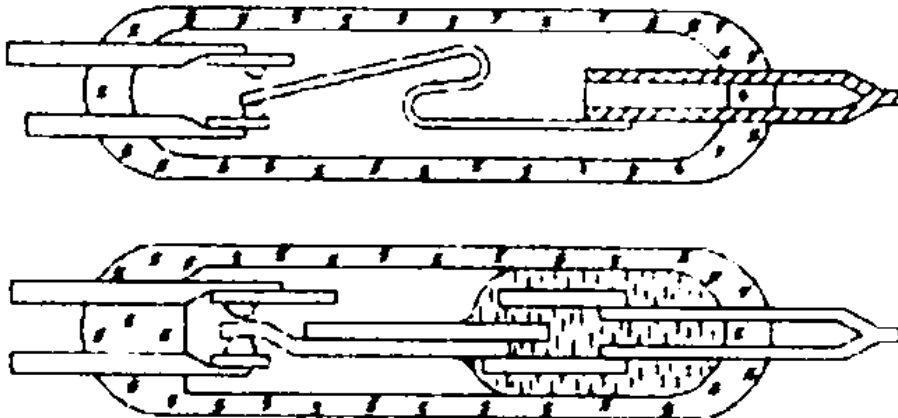


Рис. 1

В работе [2] в качестве модели динамики ЧЭ используется нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \mu\dot{y}|\dot{y}| + \omega_0^2 y = a_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где  $y$  — смещение ЧЭ геркона от положения равновесия;  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$  — скорость и ускорение смещения ЧЭ геркона соответственно;  $\omega_0$  — собственная частота колебаний геркона;  $n$  — коэффициент линейного трения;  $a_0$  — измеряемое ускорение;  $\mu$  — коэффициент нелинейного трения.

Для получения математической (уточненной) модели динамики ЧЭ ртутного геркона и выражения для его АЧЧ следует учитывать присоединенную массу ртути, поэтому вместо единичной массы  $m_0$  ЧЭ будем использовать суммарную массу  $m_{\Sigma}$  чувствительных элементов, состоящих из нескольких звеньев.

Установлено [3], что факторами, влияющими на значения присоединенных масс ЧЭ, являются:

- плотность ртути;
- геометрические размеры ЧЭ и герметизирующего баллона;

- конструктивные особенности баллона;
- способ крепления ЧЭ в баллоне;
- близости стенок баллона к ЧЭ.

Запишем выражение для присоединенной массы  $\Delta m$ : с условием обтекаемости элемента струей ртути

$$\Delta m = 0,4224\rho d^2 l \left(1 + \frac{dq}{2l}\right)^{-1} k_{\text{п}} K, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность ртути;  $d$  и  $l$  — ширина и длина ЧЭ;  $q$  — размер ЧЭ (для обобщенного случая);  $k_{\text{п}}$  — коэффициент, определяющий влияние наличия свободной поверхности ртути на величину  $\Delta m$ ,  $K$  — коэффициент, характеризующий форму ЧЭ и герметизирующего баллона, а также их взаимное положение относительно друг друга [4].

На рис. 2—5 представлены графики подбора коэффициента  $K$  в зависимости от геометрии геркона:

- баллон и ЧЭ имеют прямоугольное сечение (рис. 2);
- баллон имеет круглое сечение, ЧЭ — прямоугольное (рис. 3);
- баллон и ЧЭ имеют сечение (рис. 4);
- баллон и ЧЭ имеют круглое сечение при ЧЭ, смещенном относительно оси баллона (рис. 5).

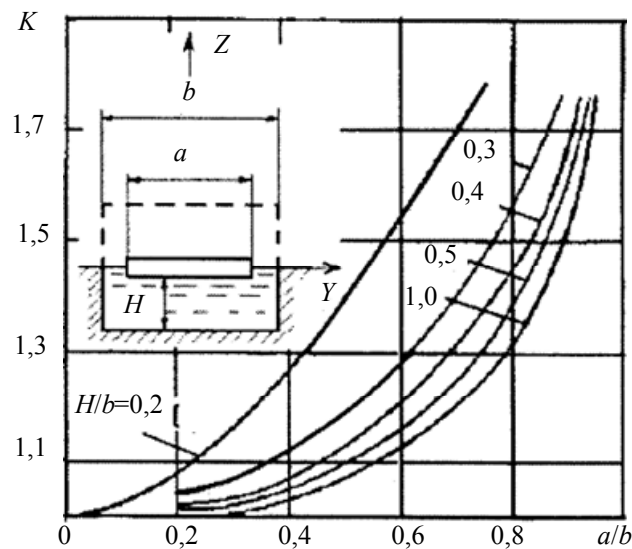


Рис. 2

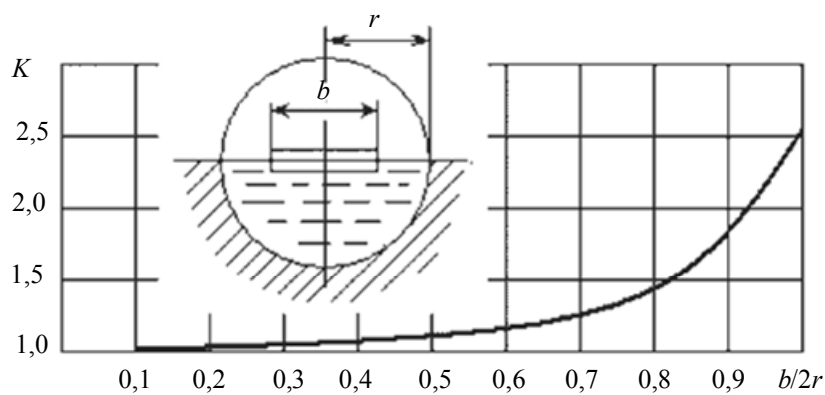


Рис. 3

Разработанная математическая модель (2) для определения присоединенных масс ртути упругих чувствительных элементов герконов позволит осуществлять надежное прогнозирование их частотных характеристик.

Используя полученную модель определения присоединенной массы  $\Delta m$ , с учетом того, что возмущающая сила, приводящая к колебанию ЧЭ, изменяется по закону  $F(t) = F_0 \cos \omega t$ , подставим выражение (2) в уравнение, описывающее динамику плоских ЧЭ газонаполненных и жидкостных герконов [3]. В результате получим математическую модель динамики ЧЭ геркона:

$$\ddot{y} + 2 \frac{n}{m_{\Sigma}} \dot{y} + \frac{\mu}{m_{\Sigma}} \dot{y} |\dot{y}| + p_k^2 y = (F_0/m_{\Sigma}) \cos \omega t, \quad (3)$$

где  $m_{\Sigma} = m_0 l + \Delta m$ ,  $\omega$  — частота внешнего воздействия.

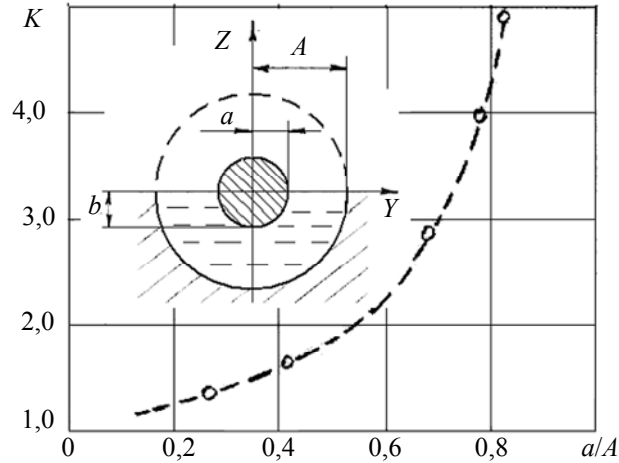


Рис. 4

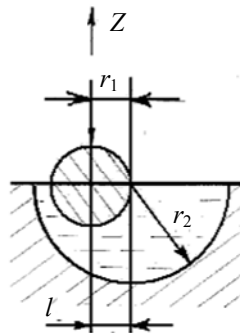
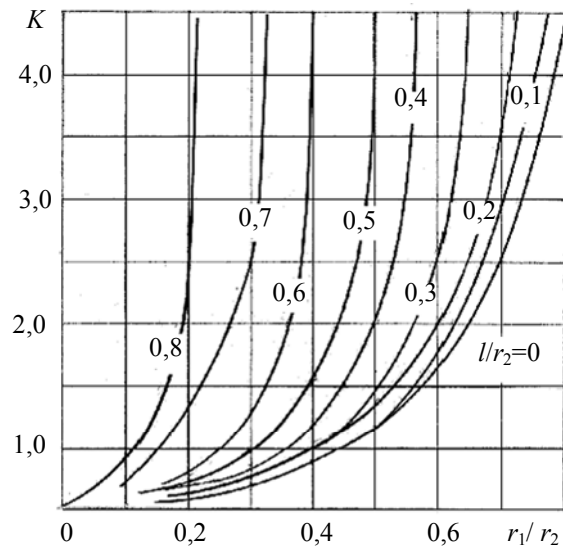


Рис. 5

С использованием метода комплексных амплитуд [5] получено аналитическое выражение для АЧХ упругих чувствительных элементов геркона:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{m_{\Sigma} \sqrt{\left( p_k^2 - \omega^2 \right)^2 + \left( 2 \frac{n}{m_{\Sigma}} \omega + \frac{\mu}{m_{\Sigma}} A(\omega) \omega^2 \right)^2}}. \quad (4)$$

В уравнениях (3) и (4)  $p_k = \lambda_k^2 \sqrt{\frac{EJ}{m_{\Sigma} l^3}}$  — собственная частота колебаний ЧЭ, здесь

$$\lambda_k = \frac{2k-1}{2} \pi, \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad E — \text{модуль упругости}; \quad J — \text{момент инерции}.$$

Таким образом, выведена модель определения присоединенных масс ЧЭ с учетом следующих факторов: плотности среды (ртути), наличия свободной поверхности среды, положения ЧЭ в пространстве и конкретной геометрии ЧЭ.

Полученное выражение (4) позволяет выявить влияние присоединенных масс упругих чувствительных элементов на их АЧХ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лабковская Р. Я., Нечаев В. А., Нечаева Н. В., Пирожникова О. И. Математические модели чувствительных элементов линейного акселерометра в динамическом режиме // Сб. тез. докл. VIII Всерос. межвуз. конф. молодых ученых. Вып. 1. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. С. 138—139.
2. Курзнер А. Б., Ибрагимов И. Х. Экспериментальное определение параметра модели акселерометра с нелинейным жидкостным демпфированием // Метрология. 1975. № 1. С. 37—42.
3. Ткалич В. Л. Надежность магнитоуправляемых контактов в системах управления. Монография. СПб: СПбГИТМО, 2000. С. 100.
4. Ткалич В. Л. Упругие чувствительные элементы систем управления (Принципы построения, анализ и математическое моделирование): Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. СПб: СПбГИТМО, 2001. С. 34.
5. Кокиаров Д. Н., Ткалич В. Л., Буданова А. Ю., Коробейникова М. А. Нелинейные дифференциальные уравнения движения упругих чувствительных элементов // Тр. конф. „Интеллектуальные системы“, „Интеллектуальные САПР“. М.: Физматлит, 2006. Т. 2. С. 145—153.

#### Сведения об авторах

- Вера Леонидовна Ткалич** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: Vera\_Leonidovna\_Tkalich@mail.ru
- Римма Яновна Лабковская** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: studsovet\_itmo@mail.ru
- Ольга Игоревна Пирожникова** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: studsovet\_itmo@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
проектирования и безопасности  
компьютерных систем

Поступила в редакцию  
15.11.11 г.