

В. А. ТЕРЕХОВ, К. А. МАЙКОВ, С. М. ЖИРЯКОВ

## ПОСТРОЕНИЕ СЕМАНТИЧЕСКИ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ПРАВИЛ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ В ЗАДАЧАХ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ РЕШЕНИЯ

Предлагается метод построения логико-лингвистической модели коррекции нечеткого вывода с учетом прецедентов принятия решения. На основе обобщения базисных функций Фабера — Шаудера разработана модификация алгоритма нечеткого вывода Суджено, позволяющая редуцировать ошибки решения в условиях неизменности семантики начальных определений.

*Ключевые слова:* логико-лингвистическая модель, алгоритм Суджено, функции Фабера — Шаудера.

**Введение.** В настоящее время одним из средств подготовки специалистов, ориентированных на решение сложных технических задач, являются интерактивные тренажеры, включающие в себя экспертную подсистему, содержащую понятия и слабо формализуемые правила (эвристики), применяемые экспертом-инструктором для проверки основных вариантов решения задачи, формируемых обучаемым. Сдерживающим фактором развития интерактивных тренажеров, позволяющих заменить присутствие инструктора в процессе тренировки, является необходимость удовлетворения противоречивых требований к применяемым методам поиска решения слабо формализуемых задач. С одной стороны, требуется обеспечить возможность уменьшения погрешности решения, возникающей, в частных случаях в области входных данных, вследствие слабой формализации правил его поиска. С другой стороны, необходимо не допускать модификации определений понятий и эвристик, формируемых экспертом-инструктором. Это требование обеспечивает компетентное интерактивное вмешательство системы в тренировочный процесс в целях информирующего или корректирующего воздействия.

**Модификация алгоритма нечеткого вывода Суджено.** Рассмотрим возможность модификации алгоритма нечеткого вывода Суджено [1] с учетом прецедентов частных решений.

Для представления функциональной зависимости вида  $f: R^N \rightarrow R^M$  в слабо формализуемой задаче без ограничения общности можно полагать, что логико-лингвистическая модель задачи содержит правила получения решений  $r_j$  с ядром  $\ker r_j = \langle A_j \rightarrow B_j \rangle$ ,  $A_j = \{(X_k^{j<}, T_{J(j,k)}) \mid k = \overline{1, N}, X_k^{j<} \in R^N\}$ ;  $B_j = (Z^{j>}, T_{J(j,k+1)})$ ,  $Z^{j>} \in R^M$ , где  $X_k^{j<}$  — определяющие лингвистические переменные,  $Z^{j>}$  — переменная вывода [2],  $T_{J(j,k)}$  — базовое терм-множество.

Этап логического вывода алгоритма Суджено характеризует значение переменной вывода  $Z$  как линейную комбинацию определяющих переменных [3]:

$$z(x_1, \dots, x_N) = k_0 + \sum_{i=1}^N k_i x_i. \quad (1)$$

В этом случае целевая поверхность отклика выводимой переменной аппроксимируется гиперплоскостью, что может приводить на этапе композиции к получению неприемлемой по величине погрешности [4]. Осуществим модификацию алгоритма Суджено, основываясь на возможности аппроксимации функции произвольного числа переменных суммой значений вкладов каждой определяющей переменной независимо друг от друга, что показано в работах Колмогорова о представлении непрерывных функций нескольких переменных. Тогда требуемая поверхность отклика выводимой переменной может быть представлена выражением [5]

$$z(x_1, \dots, x_N) = \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N \delta_{l,n}(x_n), \quad (2)$$

где  $l$  — порядок (уровень) приближения,  $\delta_{l,n}(x_n)$  — вклад переменной  $X_n$  в значение  $z$  на  $l$ -м уровне приближения.

Для обеспечения сходимости уравнения (2) необходимо использовать аналогию многомерного обобщения базисных функций системы Фабера — Шаудера [6] и осуществить разбиение пространства  $X_1 \times \dots \times X_N$  на зоны решения  $\Omega_d^l$ , так что

$$\Omega_d^l = \bigcup_i \Omega_i^{l+1}, \quad \Omega_i^{l+1} \cap \Omega_j^{l+1} = \emptyset \text{ при } i \neq j; \quad i, j = \overline{1, D_{l+1}}, \quad (3)$$

$$\forall L \in N \quad ((x_1, \dots, x_N) \in \Omega_d^L \rightarrow (\forall \Omega_i^L, i \neq d) (\delta_i^L = 0)),$$

где  $\delta_d^l(x_1, \dots, x_N) = \sum_{n=1}^N \delta_{l,n}(x_n)$  — общая поправка в зоне  $\Omega_d^l$ .

С учетом разбиения пространства  $X_1 \times \dots \times X_N$  на зоны и требований (3) значение выводимой переменной можно представить в виде

$$z(x_1, \dots, x_N) = \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=1}^L \sum_{d=1}^{D(l)} p_d^l(x_1, \dots, x_N) \delta_d^l(x_1, \dots, x_N), \quad (4)$$

где  $p_d^l(x_1, \dots, x_N) = \begin{cases} 1, & (x_1, \dots, x_N) \in \Omega_d^l, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$  — критерий необходимости учета поправки  $\delta_d^l$  в ито-

говом решении.

Для расчета величины  $\delta_d^l$  будем использовать преобразованное соотношение Суджено (1):

$$\delta_d^l = z(x_1, \dots, x_L) = z_{d,0}^l + K_d^l \sum_{i=1}^N (v_{d,i}^l \alpha_i(x_i)), \quad (5)$$

где  $K_d^l$  — общий коэффициент зоны  $\Omega_d^l$ ;  $v_{d,i}^l \in [0, 1]$  — коэффициент влияния переменной  $X_i$  в общем значении поправки;  $\alpha_i(x_i) \in [0, 1]$  — значение функции принадлежности терма, расположенного в левой части продукционного правила, вычисленное на этапе фаззификации алгоритма нечеткого вывода.

Окончательно для этапа логического вывода модифицированного алгоритма Суджено значение выводимой переменной определяется как

$$z(x_1, \dots, x_N) = z_0 + \sum_{i=1}^N k_i x_i + \frac{\sum_{d=1}^D p_d^l(x_1, \dots, x_N) \left( z_{d,0}^l + K_d^l \sum_{i=1}^N (v_{d,i}^l \alpha_i(x_i)) \right)}{\sum_{d=1}^D p_d^l(x_1, \dots, x_N)}. \quad (6)$$

**Модель редукции ошибок нечеткого вывода.** Для редукции ошибок решения в соответствии с выражением (6) осуществляется построение логико-лингвистической продукционной модели на основе данных о частных решениях задачи — модели редукции ошибок. Модель редукции ошибок состоит из продукционных правил четырех видов:

$$\text{если } (R_{x_1} = T_{l,d,k}^{R_{x_1}}) \text{ и } \dots \text{ и } (R_{x_N} = T_{l,d,k}^{R_{x_N}}), \text{ то } (G^k = T_{l,d}^{G^k}), \quad k = \overline{0, N}; \quad (7)$$

$$\text{если } (G^0 = T_{l,d}^{G^0}) \text{ и } \dots \text{ и } (G^N = T_{l,d}^{G^N}), \text{ то } (\Omega = T_{l,d}^{\Omega}); \quad (8)$$

$$\text{если } (\Omega = T_{l,d}^{\Omega}) \text{ и } (D_{x_1}^l = T_{l,d}^{D_{x_1}^l}) \text{ и } \dots \text{ и } (D_{x_N}^l = T_{l,d}^{D_{x_N}^l}), \text{ то } (D_l = T^{D_l}); \quad (9)$$

$$\text{если } (D_1 = T^{D_1}) \text{ и } \dots \text{ и } (D_L = T^{D_L}), \text{ то } (D = D_1 + \dots + D_L). \quad (10)$$

Правила (7), (8) используются для локализации области поправки, правило (9) — для вычисления величины поправки, правило (10) определяет суммарное значение поправки. Таким образом, повышение практической приемлемости решения обеспечивается не модификацией исходной экспертной модели, с помощью которой объясняется решение, а введением дополнительной модели редукции ошибок, построенной на основе обработки частных решений задачи.

Для определения параметров правил модели редукции используются алгоритмы обработки частных решений задачи, которые обеспечивают:

- разбиение пространства входных переменных  $X_1 \times \dots \times X_N$  на иерархию вложенных зон  $\Omega_d^l$ , удовлетворяющих условию (3);
- построение продукционных правил вывода;
- определение положения функций принадлежности термов;
- расчет значений  $z_{d,0}^l$ ,  $K_d^l$ ,  $v_{d,i}^l$  для продукционных правил вывода.

Для разбиения пространства входных переменных  $X_1 \times \dots \times X_N$  на зоны  $\Omega_d^l$  используется алгоритм обработки точек частных решений  $P_Z = \{ \mathbf{p}_t(x_1, \dots, x_N, z) \mid t = \overline{1, T_Z} \}$ , задающих значение решения  $z^0$  при входных данных  $(x_1^0, \dots, x_N^0)$ . Зоной решения называется упорядоченная пара  $\Omega = \langle B, \mathbf{c} \rangle$ , где  $\mathbf{c} \in P_Z$  — радиус-вектор основания зоны,  $B = \{ \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_N \}$  — система из  $N$  линейно независимых векторов (базис зоны), причем  $\mathbf{b}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{c}$ .

В процессе построения базис зоны может включать в себя как векторы стандартного базиса, так и векторы, образованные с помощью частных решений. Обработка частных решений строится таким образом, чтобы, в первую очередь, в базисах зон осуществить замещение векторов стандартного базиса векторами, образованными с помощью частных решений. При невозможности дополнения базиса формируются дополнительные зоны, смежные с первоначальными.

Основание зоны  $\mathbf{c}$  и векторы ее базиса  $\{ \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_N \}$  задают положение гиперплоскости, определяющей признак  $p_d^l(x_1, \dots, x_N)$  учета поправки в итоговом решении и величину  $\delta_d^l(x_1, \dots, x_N)$  этой поправки.

Значения  $p_d^l$  и  $\delta_d^l$  рассчитываются следующим образом. Представив произвольный вектор  $\mathbf{x} \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N \times Z$  в виде суммы его ортогональных составляющих  $\mathbf{x}^0 \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N$  и  $\mathbf{x}^\perp \in Z$ , выразим поправку  $\delta_d^l$  для зоны  $\Omega_d^l$  путем разложения  $\mathbf{x}$  по базису зоны  $\Omega_d^l$ :

$$\delta_d^l = \mathbf{x}^\perp = \sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{b}_n^\perp + \mathbf{c}_{l,d}^\perp, \quad (11)$$

где  $\alpha_n$  — коэффициенты разложения вектора  $\mathbf{x}$  по базису зоны  $\Omega_d^l$ .

Обозначив  $B_{n \times n} = (b_{i,j})$ ,  $B_{n \times n}^{-1} = (b_{i,j}^{-1})$ , выражение (11) преобразуем к виду

$$\delta_d^l(x_1, \dots, x_N) = \sum_{n=1}^N k_{d,n}^l x_n^* + \tilde{\delta}_d^l, \quad (12)$$

где  $k_{d,n}^l = b_n^\perp \sum_{j=1}^N b_{j,n}^{-1}$ ,  $\tilde{\delta}_d^l = \mathbf{c}_{l,d}^\perp - \sum_{n=1}^N b_n^\perp c_{l,d,n} \sum_{j=1}^N b_{j,n}^{-1}$ .

Для расчета  $p_d^l$  требуется выполнение условий

$$(\mathbf{x}^0 - \mathbf{c}_{l,d}^0) \cdot \mathbf{h}_k^0 \geq 0 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}; \quad (\mathbf{x}^0 - \mathbf{c}_{l,d}^0 - \mathbf{b}_1^0) \cdot \mathbf{h}_0^0 \geq 0 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad (13)$$

что справедливо при

$$q^k(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N x_i q_i^k - \tilde{q}^k \geq 0 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad \text{и} \quad \delta(x_1, \dots, x_N) = \left[ \sum_{i=1}^N x_i s_i - \tilde{s} \right] \in [0, 1], \quad (14)$$

где

$$q_i^k = b_{k,i} - \sum_{j=1}^N \left( \sum_{m=1}^{N-1} \left( \sum_{p=1}^{N-1} g_{n,p}^k \tilde{g}_{p,m}^k \right) g_{j,m}^k \right) b_{k,j};$$

$$\tilde{q}^k = \sum_{i=1}^N c_{i,d}^{l,d} \left[ b_{k,i} - \sum_{j=1}^N \left( \sum_{m=1}^{N-1} \left( \sum_{p=1}^{N-1} g_{n,p}^k \tilde{g}_{p,m}^k \right) g_{j,m}^k \right) b_{k,j} \right];$$

$\tilde{g}_{p,m}^k$  — элемент матрицы  $(G_k^T G_k)^{-1}$ ;  $s_i = \sum_{j=1}^N b_{j,i}^{-1}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $\tilde{s} = \sum_{j=1}^N \left( \sum_{i=1}^N b_{i,j}^{-1} \right) c_j^{l,d}$ ;  $\mathbf{h}_k, k = \overline{0, N}$ , — ортогональное дополнение к системе базисных векторов граней  $G_k$ , причем  $\mathbf{h}_k \cdot \mathbf{b}_k \geq 0$  при  $k = \overline{1, N}$  и  $\mathbf{h}_0 \cdot \mathbf{b}_0 \leq 0$ .

Выражения (11), (12) для расчета поправки  $\delta_d^l$  и (13), (14) — для критерия  $p_d^l$  позволяют определить положение функций принадлежности термов в правилах модели редукции ошибок. В общем случае линейная комбинация  $z = k_0 + \sum_{i=1}^N k_i x_i$  в зоне  $\Omega$  с основанием  $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_{N+1})$  может быть выражена в виде

$$z = c_{N+1} + K \sum_{i=1}^N (v_i \alpha_i(x_i)),$$

где  $v_i = \frac{k_i |\Omega|_i}{K}$ ;  $K = \sqrt{\sum_{i=1}^N (k_i |\Omega|_i)^2}$ ;  $|\Omega|_i$  — протяженность зоны вдоль оси, заданной ортом стандартного базиса  $e_i$ ;  $\alpha_i(x_i)$  — функция принадлежности треугольного вида [7].

Таким образом, учет частных решений задачи в модели редукции ошибок обеспечивает локальную коррекцию результатов классического алгоритма нечеткого вывода Суджено и повышает практическую приемлемость решения без изменения начальной экспертной модели задачи.

**Заключение.** Рассмотренная модификация нечеткого вывода позволяет снизить влияние субъективного фактора, ухудшающего качество решения из-за неточностей, вносимых экспертом при описании системы. На практике в задачах управления и распознавания в области исходных данных при недостаточной информации о закономерностях работы системы известные алгоритмы нечеткого вывода приводят к ошибочным решениям. Предложенный подход позволяет добиться желаемого решения в любой области исходных данных, включая и те, где знания эксперта, выраженные в нечетком описании системы, оказываются неточными или ошибочными. Решение в этом случае достигается с помощью набора корректировочных данных. При этом корректировочные данные приводят не к модификации созданных экспертом правил или определений характеристических функций, а к дополнению существующего описания, что позволяет сохранить смысловое содержание нечеткого вывода решения в терминах, введенных экспертом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang L., Mendel J. M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning // IEEE Transact. Neural Networks. 1992. Vol. 3, N 5. P. 807—814.
2. Kosko B. Fuzzy systems as universal approximators // IEEE Transact. on Computers. 1994. Vol. 43, N 11. P. 1329—1333.
3. Castro J. L., Delgado M. Fuzzy systems with defuzzification are universal approximators // IEEE Transact. on System, Man, and Cybernetics. 1995. Vol. 25, N 4. P. 629—635.
4. Tsukamoto T. An approach to fuzzy reasoning method // Advances in Fuzzy Set Theory and Applications. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1979. P. 137—149.
5. Жиряков С. М., Майков К. А., Рогозин О. В. Адаптация нечеткого вывода к критическим зонам ошибок управления в задачах управления // Приборы. 2009. № 2. С. 22—29.
6. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identificaton of systems and its applications to modeling and control // IEEE Transact. on System, Man, and Cybernetics. 1985. Vol. 15, N 1. P. 116—132.
7. Круглов В. В., Дли М. И. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. М.: Физматлит, 2001. 224 с.

#### Сведения об авторах

- Владимир Анатольевич Терехов** — канд. техн. наук; Московский государственный технический университет „Московский институт радиоэлектроники и автоматики“, кафедра технической электродинамики и электроники; профессор
- Константин Анатольевич Майков** — д-р техн. наук, профессор; Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, кафедра программного обеспечения ЭВМ и информационных технологий;  
E-mail: maikov@mx.bmstu.ru
- Сергей Михайлович Жиряков** — канд. техн. наук; ОАО «Российская самолетостроительная корпорация „МиГ“», Инженерный центр „ОКБ им. А. И. Микояна“, Москва;  
E-mail: zs-mailbox@mail.ru

Рекомендована Московским институтом радиоэлектроники и автоматики

Поступила в редакцию  
28.06.12 г.