УДК 531.717

В. А. Куликов, А. В. Куликов

ЦЕНА ДЕЛЕНИЯ И РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ШКАЛЫ

Рассматривается новое понятие разрешающей способности шкалы по отношению к распределению показаний при измерении. На этой основе решается вопрос о соотношении цены деления шкалы и систематической погрешности прибора, соотношении случайной и систематической составляющих погрешности и оценки погрешности измерения в целом.

Ключевые слова: *шкала, цена деления, разрешающая способность, случайная погрешность, систематическая погрешность, погрешность измерения.*

Повышение точности измерений и правильная оценка погрешности измерений позволяют уменьшить ошибки контроля деталей и тем самым снизить издержки производства и предотвратить ухудшение функциональных свойств соединений деталей в узлах. При оценке погрешности измерения и выборе средств измерения цена деления шкалы по существу не учитывается. Редкие суждения о соотношении цены деления шкалы и погрешности прибора носят характер предположений. Поправки Шеппарда уточняют моменты наблюдаемых распределений. Однако вопрос наблюдаемости случайных распределений показаний при измерении вообще не ставится. Между тем постановка этого вопроса представляет особый интерес, так как цена деления шкалы накладывает ограничение на точность отсчета и, следовательно, на наблюдаемость распределений показаний прибора.

В настоящей статье приведен математический анализ вопроса.

В соответствии с ГОСТ 8.207-76 [1] погрешность измерения Δ определяется в зависимости от отношения систематической погрешности Θ к выборочному среднему квадратическому отклонению результата измерения $s\left(\tilde{A}\right)$: $\dfrac{\Theta}{s\left(\tilde{A}\right)}$. Для оценки $s(\tilde{A})$ выполняется ряд измерений величины с показаниями $x_1, x_2, ..., x_n$.

Рассмотрим условия, при которых распределение показаний прибора будет наблюдаемым. Только в этом случае возможна оценка случайной составляющей погрешности и, в конечном счете, суммарной погрешности измерения в целом.

Распределение показаний 6σ со средним квадратическим отклонением (СКО) σ будет наблюдаемым, если в пределах размаха w выборки n „укладывается“ по меньшей мере два деления шкалы. Размах w — случайная величина, интегральное распределение $P(w)$ которой обусловливается, в свою очередь, распределением исходной совокупности $P(x)$ и объемом выборки n. Для выборок из нормальной совокупности с параметрами (ξ, σ) интегральная функция случайной величины в нормированном виде $W=w/\sigma$ обсчитана с большой точностью (до 4-го знака после запятой) и представлена в табличной форме (см. работу [2]). В этой же работе приведены значения коэффициента α_n в выражении для несмещенной оценки СКО σ в исходной совокупности:

$$\sigma = \alpha_n \mathbf{M}\{w\}. \tag{1}$$

Из уравнения (1) следует выражение для математического ожидания размаха:

$$\mathbf{M}\{w\} = \frac{1}{\alpha_n}\sigma \cdot \tag{2}$$

Границы доверительных интервалов размаха определяются по таблице $P_n(w)$, а для выборок объемом $n \le 12$ заданы непосредственно отдельной таблицей.

Приравнивая размах двум делениям шкалы, получаем выражение для разрешающей способности шкалы (РСШ), в делениях шкалы,

$$\Omega = \frac{6\sigma}{0,5w}, \tag{3}$$

понимаемой как минимальное значение зоны рассеяния показаний, случайное распределение которой может наблюдаться на шкале при измерениях.

Отсюда следует возможность оценки, в делениях шкалы, ненаблюдаемой случайной погрешности, СКО σ и погрешности измерения Δ в целом для любых шкал вне зависимости от результатов измерений для рассматриваемого случая, когда распределение находится на грани наблюдаемости.

При меньших значениях зоны рассеяния распределение не наблюдается и погрешность измерения принимается равной неисключенной систематической погрешности. Остается неопределенность в отношении случайной составляющей, значение которой может достигать половины значения Ω. Для того чтобы судить о возможной ошибке в оценке погрешности измерения, рассмотрим табл. 1 и 2.

Таблица 1

Параметр		Значение параметра при n		
		5	10	20
w	min	0,85σ	1,67σ	2,45σ
	max	4,2σ	4,79σ	4,8σ
	$\mathbf{M}\{w\}$	2,33σ	3,08σ	3,8σ
Ω, д.ш.	min	2,8	2,5	2,5
	max	14	7	5
	$\mathbf{M}\{\Omega\}$	5,15	4	—
ε, д.ш.	min	1,4	1,25	1,25
	max	7	3,5	2,5
	$\mathbf{M}\{\varepsilon\}$	2,57	2	—
σ, д.ш.	min	0,47	0,4	0,4
	max	2,33	1,16	0,8
	$\mathbf{M}\{\sigma\}$	0,86	0,65	—

Таблица 2

Параметр		Значение параметра при Θ, д.ш.											
		0,5			1,0			5			10		
n		5	10	20	5	10	20	5	10	20	5	10	20
$\frac{\Theta}{\sigma}$	max	>0,8	>0,8	>0,8	>0,8	>0,8	>0,8	>8	>8	>8	>8	>8	>8
	min	<0,8	<0,8	<0,8	<0,8	0,83	>0,8	<8	4,3	6,25	4,3	>8	>8
	$\mathbf{M}\left\{\frac{\Theta}{\sigma}\right\}$	<0,8	<0,8	—	>0,8	>0,8	—	5,8	7,7	—	>8	>8	—
Δ, д.ш., при	σ_{min}	1,4	1,25	1,25	1,6	1,6	1,6	5	5	5	10	10	10
	σ_{max}	7,0	3,5	2,5	7,0	3,5	2,5	8,4	6,4	6,0	12,8	10	10
	M{σ}	2,57	2,0		2,44	2,04	—	7,47	5	—	10	10	—
$\frac{\Delta}{\Theta}$	min	3,4	2,5	2,5	1,6	1,6	1,6	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	max	14,0	7,0	5,0	7,0	3,5	2,5	1,68	1,28	1,2	1,28	1,0	1,0
	$\mathbf{M}\left\{\frac{\Delta}{\Theta}\right\}$	5,14	4,0	—	2,44	2,04	—	1,49	1,0	—	1,0	1,0	1,0

В табл. 1 и 2 приведены следующие параметры:

— размах w_{min} и w_{max} в выборке объемом n, определенные как границы доверительного интервала с вероятностью 0,95 по таблицам Пирсона [2], и $\mathbf{M}\{w\}$ как математическое ожидание размаха по формуле (2);

— РСШ Ω по формуле (3), случайная погрешность ε =1/2Ω и СКО σ = 1/6Ω, в делениях шкалы (д.ш.);

— погрешность измерения Δ в целом по гос. стандарту, в делениях шкалы, с учетом возможной ненаблюдаемой случайной составляющей; СКО σ, определенное по размаху, и оценка $s\left(\tilde{A}\right)$ равноценны как несмещенные состоятельные оценки генерального среднего квадратического отклонения, поэтому, как и в ГОСТ [1], $\Delta = \varepsilon$ при $\dfrac{\Theta}{\sigma} \le 0{,}8$, $\Delta = \Theta$ при $\dfrac{\Theta}{\sigma} \ge 8$, $\Delta = K S_\Sigma$ при $0{,}8 < \dfrac{\Theta}{\sigma} < 8$;

— неисключаемая систематическая погрешность Θ (инструментальная погрешность), значения которой принимаются как Δ в соответствии с гос. стандартом без учета возможной ненаблюдаемой случайной погрешности измерения;

— $\dfrac{\Delta}{\Theta}$ — возможное превышение действительного значения погрешности измерения по сравнению с принимаемым по гос. стандарту без учета ограниченной наблюдаемости случайного распределения по шкале.

Итак, ограниченная ценой деления шкалы точность отсчета накладывает ограничение на наблюдаемость случайных распределений показаний прибора, если таковые есть, а анализ табл. 1 и 2 показывает следующее.

1. Минимальная ошибка в оценке погрешности или ее отсутствие может наблюдаться при использовании средств измерений с высокой, по сравнению с инструментальной погрешностью, точностью отсчета по шкале, когда цена деления шкалы в 5 и более раз меньше инструментальной погрешности (рычажные микрометры и рычажные скобы с ценой деления шкалы 0,002 мм и предельной погрешностью 26—30 мкм и более при измерении достаточно больших линейных размеров; универсально-измерительные микроскопы; приборы с индуктивными преобразователями с ценой деления шкалы 0,1 мкм и др. [3]).

2. При использовании средств измерения с погрешностью 0,5 деления шкалы действительное значение погрешности измерения в рассматриваемых условиях, т.е. при ненаблюдаемом распределении, может превышать принимаемое по гос. стандарту значение в среднем в 4—5 раз в зависимости от объема выборки.

3. Увеличение объема выборки позволяет уточнить верхнюю границу погрешности в сторону уменьшения; в среднем это уменьшение незначительно.

Устранить неопределенность в отношении ненаблюдаемой случайной составляющей погрешности можно одним из двух способов:

— путем использования средств измерения с достаточно малой по отношению к инструментальной погрешности ценой деления шкалы (до десятой части) или применения методов измерения с заданной точностью отсчета [4];

— посредством оценивания случайной составляющей погрешности измерения, а следовательно, и погрешности измерения в целом по максимально возможному значению разрешающей способности шкалы; в этом случае принимаемые по гос. стандарту значения погрешности необходимо увеличивать в $\dfrac{\Delta}{\Theta}$ раз в соответствии с табл. 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 8. 207-76 ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. Введ. 01.01.77. М.: Изд-во стандартов, 1976.

2. *Pearson E. S.* The Probability Integral of the Range in Samples of *n* Observations from a Normal Population [Электронный ресурс]: <http:/biomet.oxfordjournals.org/content/32/3 – 4.toc>.

3. Единая система допусков и посадок СЭВ в машиностроении и приборостроении. Контроль деталей: Справочник. М.: Изд-во стандартов, 1987.

4. *Куликов В. А.* Исследование метода суммирования в измерениях линейных размеров // Тез. докл. Первой науч.-техн. конф. „Состояние и проблемы технических измерений“. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1994.

Сведения об авторах

Валентин Александрович Куликов — канд. техн. наук, доцент; Государственный университет морского и речного флота им. адм. С. О. Макарова, кафедра технологии судоремонта, Санкт-Петербург; E-mail: valekulikov@yandex.ru

Александр Валентинович Куликов — ООО НПП „Центрсервисинформ“, Санкт-Петербург; вед. инженер; E-mail: 21412@bk.ru

Рекомендована кафедрой
технологии судоремонта

Поступила в редакцию
24.01.12 г.