

В. И. БОЙКОВ, С. В. БЫСТРОВ, А. Ю. КОРОЛЁВ

## ДИНАМИКА ПЬЕЗОПРИВОДА С УПРАВЛЕНИЕМ ОТ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОГО МОДУЛЯТОРА С ТРЕМЯ СОСТОЯНИЯМИ\*

Приведена математическая модель динамики пьезоактюатора при питании от широтно-импульсного модулятора с тремя состояниями. Показано, что модуляция приводит к появлению нелинейности статической характеристики, а наличие в модуляторе третьего состояния порождает параметрическую нестационарность. Разработанная модель позволяет учесть указанные эффекты при синтезе систем управления.

**Ключевые слова:** пьезоактюатор, математическая модель, широтно-импульсное управление.

В современных системах управление исполнительными механизмами осуществляется с использованием широтно-импульсной модуляции (ШИМ). В этом случае выходные силовые транзисторы усилителей мощности работают в ключевом режиме, что позволяет существенно повысить КПД выходного каскада, снизить нагрев транзисторов и, как следствие, значительно уменьшить габаритные размеры усилителя. Последнее обстоятельство зачастую определяет необходимость применения широтно-импульсной модуляции в автоматических системах управления микроперемещением объектов с использованием пьезоактюаторов [1].

Пьезоактюатор можно представить эквивалентным конденсатором, емкость которого составляет единицы микрофард [2]. Устройство формирования управляющего напряжения на электродах пьезоактюатора при использовании ШИМ заменяется эквивалентной схемой (рис. 1).

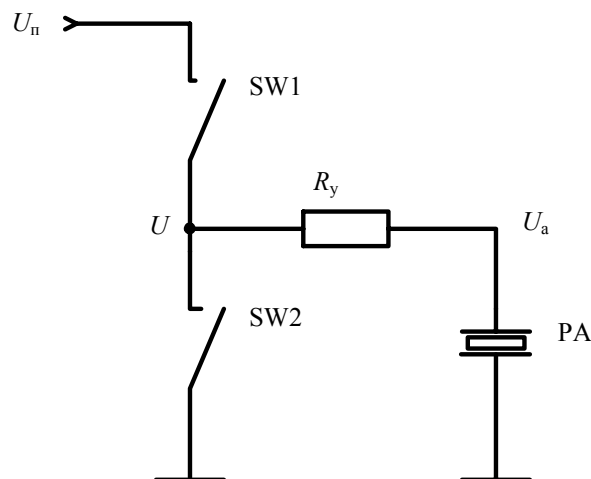


Рис. 1

Выходной каскад устройства представлен двумя последовательно включенными „идеальными“ ключами SW1 и SW2 (верхний и нижний силовые транзисторы, работающие в ключевом режиме). Значения остаточного сопротивления включенного ключа, внутреннего сопротивления источника питания и дополнительных токоограничивающих резисторов определяют значение внутреннего сопротивления устройства, эквивалентно представленного

\* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0421).

резистором  $R_y$ . Источник питания характеризуется постоянным напряжением  $U_n$ , а пьезоактюатор в такой схеме эквивалентно представляется конденсатором РА.

При использовании классической ШИМ с двумя состояниями значение управляющего сигнала  $U_a$  на электродах пьезоактюатора (см. рис. 1) варьируется за счет изменения интервалов времени противофазного включения/выключения ключей SW1 и SW2, которые характеризуются управляющим параметром  $\gamma \in [0,1)$ . Напряжение  $U$  в точке соединения ключей SW1 и SW2 — периодическое импульсное, оно определяется выражением

$$U = \begin{cases} U_n \leftarrow t \in [0, \gamma T), \\ 0 \leftarrow t \in [\gamma T, T), \end{cases}$$

где  $T$  — постоянный период сигнала широтно-импульсного модулятора,  $t$  — время на интервале  $[0, T)$ . В таком случае напряжение  $U_a$  на электродах пьезоактюатора будет иметь периодический пульсирующий компонент с периодом  $T$ , что приведет к нежелательным периодическим колебаниям объекта микроперемещения как в переходном, так и в установившемся режимах работы. Последнее обстоятельство вызывает снижение потребительских свойств пьезопривода.

Рассмотрим способ уменьшения нежелательных пульсаций за счет использования в управлении пьезоактюатором третьего состояния ШИМ. В этом состоянии оба ключа SW1 и SW2 разомкнуты, а управляющий сигнал  $U_a$  сохраняет постоянное значение за счет собственной емкости пьезоактюатора. Логика работы модулятора следующая. При положительном управляющем воздействии включается только SW1 на время  $\gamma T$  с последующим переходом в третье состояние, т.е.

$$U_1 = \begin{cases} U_n \leftarrow t \in [0, \gamma T), \\ U_a \leftarrow t \in [\gamma T, T). \end{cases}$$

При отрицательном управляющем воздействии включается только SW2 на время  $\gamma T$  с последующим переходом в третье состояние, т.е.

$$U_0 = \begin{cases} 0 \leftarrow t \in [0, \gamma T), \\ U_a \leftarrow t \in [\gamma T, T). \end{cases}$$

При одномассовом представлении перемещения объекта под действием приложенных сил вектор состояния  $X(t)$  пьезоактюатора представляется тремя компонентами:  $x_1(t)$  — перемещение,  $x_2(t)$  — скорость перемещения,  $x_3(t)$  — напряжение  $U_a$  [3]. Математическая модель пьезоактюатора представляется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t), \\ y(t) &= CX(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_y}{m} & -\frac{K_d}{m} & \frac{K_o}{m} \\ 0 & -\frac{K_p}{C_0} & -\frac{1}{R_y C_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{R_y C_0} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Здесь  $X(t)$  — вектор состояния;  $U(t)$  — управляющий входной сигнал;  $y(t)$  — выход (перемещение объекта);  $K_y$  и  $K_d$  — коэффициенты упругости и демпфирования

пьезоматериала;  $K_o$  и  $K_p$  — коэффициенты обратного и прямого пьезоэффектов;  $m$  — приведенная масса актюатора и нагрузки;  $C_0$  — собственная электрическая емкость актюатора;  $t$  — время.

При широтно-импульсном управлении с постоянным периодом следования импульсов  $T$  целесообразно рассматривать поведение объекта в дискретные моменты времени, соответствующие началу действия управляющих импульсов. В этом случае из (1) нетрудно получить дискретное описание изменения вектора состояния пьезоактюатора:

$$X((n+1)T) = e^{AT} X(nT) + \int_0^T e^{A\tau} BU(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $U(\tau)$  — управляющий сигнал;  $X(nT)$  — вектор состояния дискретной системы в начале  $n$ -го периода сигнала ШИМ;  $n=0,1,\dots$  — дискретное время.

При вычислении матричной экспоненты и интеграла в (2) следует учитывать, что в третьем состоянии усилителя из-за разрыва контура электрического тока структура матрицы  $A$  модели пьезоактюатора изменяется. Так, при подаче на актюатор сигнала  $U_1 = U_{\Pi}$  в течение времени  $\gamma T$  с последующим отключением управления получаем:

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma)T} \left( e^{A\gamma T} X(nT) + \int_0^{\gamma T} e^{A\tau} d\tau BU_{\Pi} \right)$$

или

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma)T} \left( e^{A\gamma T} X(nT) + A^{-1}(e^{A\gamma T} - I)BU_{\Pi} \right) \quad (3)$$

при подаче на пьезоактюатор сигнала  $U_0 = 0$  в течение времени  $\gamma T$  с последующим отключением управления:

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma)T} e^{A\gamma T} X(nT). \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) матрица  $A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_y}{m} & -\frac{K_d}{m} & \frac{K_o}{m} \\ 0 & -\frac{K_p}{C_0} & 0 \end{bmatrix}$ .

Следует также отметить, что при нахождении усилителя в третьем состоянии матрица

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объединив выражения (3) и (4) в общее уравнение движения объекта, получим дискретную нелинейную модель динамики объекта в виде:

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma(nT))T} \left( e^{A\gamma(nT)T} X(nT) + A^{-1}(e^{A\gamma(nT)T} - I)BU_{\Pi} \right), \quad (5)$$

$$U = \begin{cases} U_{\Pi} \Leftarrow x_3(nT) < V(nT), \\ 0 \Leftarrow x_3(nT) \geq V(nT), \end{cases}$$

где  $V(nT) = \gamma(nT)U_{\Pi}$  — сигнал управления.

Уравнение (5) позволяет рекуррентно вычислять переходную характеристику управляемого пьезоактюатора, выполнять синтез регуляторов и анализ динамики пьезоприводов.

На рис. 2, а приведены графики изменения во времени выходной координаты пьезоактюатора при управлении от классического ШИМ с двумя состояниями. Графики получены методом компьютерного моделирования с использованием уравнения (1) при  $m=0,048$  кг,  $K_y=1,55 \cdot 10^7$  Н/м,  $K_d=25$  Нс/м,  $K_o=2,37$  Н/В,  $K_p=2,37$  Кл/м,  $R_y = 500$  Ом,  $C_0 = 2,4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Принято, что перемещение начинается от нулевого начального значения, частота ШИМ равна 2500 Гц (частота механического резонанса пьезоактюатора — 2900 Гц) и на всем интервале времени моделирования значение управляющего параметра  $\gamma$  постоянно. Из приведенных графиков видно, что использование ШИМ с двумя состояниями приводит к повышенной амплитуде колебаний объекта перемещения.

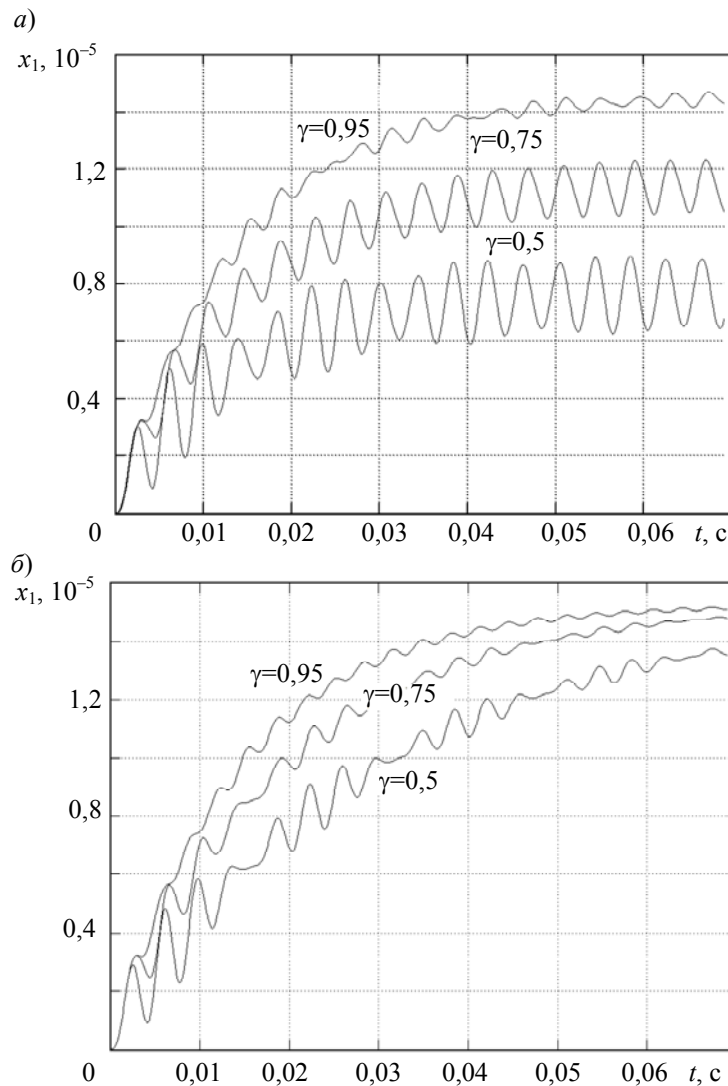


Рис. 2

На рис. 2, б приведены графики изменения во времени выходной координаты пьезоактюатора при управлении от ШИМ с тремя состояниями. Видно, что амплитуда колебаний объекта перемещения заметно уменьшилась, а значения  $x_1$  стремятся к постоянному —  $1,5 \cdot 10^{-5}$  м, что объясняется эффектом накопления заряда на емкости пьезоактюатора при управлении однознаковыми импульсами.

Таким образом, управление пьезоактюатором от ШИМ с тремя состояниями по сравнению с классическим управлением выгодно отличается тем, что:

- снижается колебательность процесса перемещения полезной нагрузки;

— у пьезоактюатора за счет накопления электрического заряда появляется астатическое свойство, т.е. управление осуществляется не величиной перемещения полезной нагрузки, а скоростью;

— дополнительный анализ условий коммутации ключей (см. рис. 1) показывает, что алгоритм работы ШИМ с тремя состояниями не допускает возможности возникновения сквозных токов в силовых ключах.

С другой стороны, ШИМ с тремя состояниями присущи следующие недостатки:

— управление перемещением полезной нагрузки из-за астатизма пьезоактюатора возможно только с применением замкнутой системы регулирования;

— синтез регулятора для системы управления перемещением полезной нагрузки необходимо выполнять с учетом нелинейности уравнения динамики объекта управления (5).

**Заключение.** Нелинейность уравнений (5) относительно управляющего параметра  $\gamma(nT)$  усложняет разработку пьезопривода. Однако использование в системе управления пьезоактюатором ШИМ с тремя состояниями позволяет существенно повысить потребительские свойства пьезопривода за счет снижения паразитной вибрации объекта перемещения и привнесения в систему свойства астатизма.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В., Обертон Д. Е. Пьезопривод на основе тонкопленочных пьезоактюаторов // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 1.
2. Обертон Д. Е., Быстров С. В. Разработка алгоритма управления пьезоэлектрическим приводом с целью компенсации его колебаний // Современные научные исследования и инновации [Электронный ресурс]: <<http://web.snauka.ru/issues/2011/07/1038>>.
3. Никольский А. А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.

#### Сведения об авторах

- Владимир Иванович Бойков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: viboikov@mail.ru
- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Андрей Юрьевич Королёв** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: koroliev@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
систем управления и информатики

Поступила в редакцию  
13.12.12 г.