

М. А. ГРАНКИН, Е. В. ПУСТОВАЛОВ, А. М. ТЮРЛИКОВ

## АНАЛИЗ ПРОЦЕДУРЫ ПОГАШЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ В OFDM-СИСТЕМЕ СО СЛУЧАЙНЫМ МНОЖЕСТВЕННЫМ ДОСТУПОМ

Рассматривается процедура погашения интерференции в централизованной сети, в которой на физическом уровне используется OFDM, а на уровне управления доступом к среде — случайный множественный доступ. Вычислена вероятность ошибки при погашении интерференции. Получена зависимость скорости алгоритмов множественного доступа от отношения сигнал/шум в канале.

**Ключевые слова:** OFDM, погашение интерференции, случайный множественный доступ.

**Введение.** Передача данных с ортогональным частотным разделением (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) [1] является одной из популярных технологий, используемых в современных системах связи, таких как IEEE 802.11, IEEE 802.16. В большинстве систем связи с OFDM используют частотно-временное разделение абонентов с динамическим расписанием. Тем не менее, в системах связи с большим числом абонентов и относительно небольшим трафиком, например, системах типа „машина-к-машина“ (Machine-Type Communications, МТС), более эффективно использование случайного множественного доступа (СМД) [2].

В системах с СМД возможно возникновение ситуации, при которой два и более абонентов одновременно используют одни и те же частотно-временные ресурсы канала. В этом случае сигналы пользователей интерферируют друг с другом, в результате ни одно из переданных сообщений не может быть успешно принято. Такое событие называется *конфликтом*. В традиционных алгоритмах СМД (АЛОХА [3], древовидные алгоритмы [4, 5] и др.) конфликт разрешается тем, что все его участники повторно посылают свои сообщения через случайный промежуток времени, определяемый алгоритмом. Однако в современных беспроводных сетях можно уменьшить количество повторных передач. Это достигается следующим образом. Сигнал, принятый во время конфликта, сохраняется в буфере на приемной стороне. После того как один из участников конфликта повторно передал свое сообщение, и оно было успешно принято, этот сигнал вычитается из суммы сигналов, хранящейся в буфере, после чего декодируется сообщение второго абонента. Данная процедура называется *последовательным погашением интерференции* (Successive Interference Cancellation, SIC). Использование процедуры SIC в современных беспроводных сетях требует определения способа ее реализации на физическом уровне сети. Кроме того, необходима разработка новых алгоритмов СМД с учетом процедуры SIC на физическом уровне. Последняя задача успешно решалась в ряде работ [6—9]. В частности, в [9] был предложен древовидный алгоритм с погашением интерференции, устойчивый к возможным ошибкам в процедуре SIC, и была найдена скорость алгоритма как функция от вероятности ошибки на физическом уровне. Тем не менее конкретная схема погашения интерференции на физическом уровне не была рассмотрена, и неясно, как предложенная вероятностная модель, используемая для расчета скорости алгоритма, связана с реальными характеристиками канала связи, такими как частотная селективность канала и дисперсия шума.

В настоящей работе рассматривается процедура погашения интерференции на физическом уровне централизованной системы связи с OFDM. Исследуется влияние характеристик канала связи на величину ошибки в процедуре погашения интерференции и соответственно — на характеристики алгоритма СМД с погашением интерференции.

**Модель системы.** Будем рассматривать централизованную систему множественного доступа, все абоненты которой передают свои сообщения единому получателю — центральной станции (ЦС). Время дискретно и разбито на кадры, равные времени передачи одного сообщения. В конце каждого кадра ЦС уведомляет абонентов о том, какие сообщения были успешно приняты в данном кадре. На основе этой информации абоненты принимают решения о повторной передаче своих сообщений.

Передача сообщений в системе ведется с помощью ортогонального частотного разделения с кодированием (COFDM) [1]. В начало каждого OFDM-пакета добавляется преамбула, состоящая из последовательности во временной области с хорошими автокорреляционными свойствами (служит для детектирования сигнала) и последовательности  $\mathbf{X}_{\text{пр}}$  в частотной области (служит для оценки канала). Будем также полагать, что каждое сообщение пользователя содержит контрольную сумму, которая при наличии ошибок в пакете на выходе декодера позволяет гарантированно их обнаружить.

Рассмотрим низкочастотную модель приема и передачи в OFDM, т.е. до цифроаналогового преобразования в передатчике и после аналого-цифрового преобразования в приемнике. Передатчик OFDM условно будем обозначать  $T_x$ ; стандартный OFDM-приемник —  $R_x$ . Будем полагать, что прохождение сигнала абонента через радиочасть передатчика, радиоканал и радиочасть приемника описывается эквивалентным низкочастотным линейным фильтром с откликом  $\mathbf{h}$  и частотной передаточной функцией  $\mathbf{H} = \text{ДПФ}(\mathbf{h})$ , где ДПФ — дискретное преобразование Фурье. Пусть в некотором кадре одновременно передаются сигналы от  $K$  абонентов. Обозначим через  $\mathbf{x}^{(i)}$  сигнал  $i$ -го абонента с выхода модуля  $T_x$ . Тогда входной сигнал OFDM-приемника представляется следующим выражением

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^K \mathbf{x}^{(i)} * \mathbf{h}^{(i)} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

где „\*“ обозначает операцию свертки;  $\mathbf{h}^{(i)}$  — отклик канала, через который проходит сигнал  $i$ -го абонента;  $\mathbf{n}$  — вектор комплексного аддитивного белого гауссова шума (АБГШ) с дисперсией  $\sigma^2$ . Каждый элемент  $n_k$  вектора  $\mathbf{n}$  является случайной комплексной величиной, действительная и мнимая части которой имеют гауссово распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2/2$  (такие величины будем называть комплексными гауссовыми величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$ ).

**Алгоритм оценки частотной передаточной функции канала.** Для выполнения процедуры погашения интерференции приемнику нужно иметь оценку передаточной функции канала, которую выполним по преамбуле. На вход алгоритма подается сигнал  $\mathbf{y}_{\text{пр}}$ , который соответствует принятой из канала преамбуле. После удаления циклического префикса и перевода в частотную область с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) получим вектор  $\mathbf{Y}_{\text{пр}}$  длиной  $N$  ( $N$  — длина преобразования Фурье). Оценка канала выполним, разделив каждый элемент вектора  $\mathbf{Y}_{\text{пр}}$  на известные значения вектора преамбулы  $\mathbf{X}_{\text{пр}}$

$$\hat{H}_k = \frac{Y_{\text{пр},k}}{X_{\text{пр},k}}, \quad \forall k = 0, \dots, N-1.$$

Введем в обозначение ошибку в оценке канала:

$$\varepsilon_k \triangleq \hat{H}_k - H_k. \quad (2)$$

Можно показать, что для рассмотренного алгоритма оценки канала параметр  $\epsilon_k$  является случайной комплексной гауссовой величиной с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$ .

Будем полагать, что приемнику известна максимально возможная длительность отклика канала  $L < N$ . Тогда точность оценки передаточной функции канала можно повысить благодаря следующей процедуре:

1) перевести вектор  $\hat{\mathbf{H}}'$  во временную область с помощью обратного БПФ. Получить вектор  $\hat{\mathbf{h}}'$ ;

2) построить вектор  $\hat{\mathbf{h}}$ , обнулив последние  $N - L$  элементов

$$\hat{h}_k = \begin{cases} \hat{h}'_k, & 0 < k \leq L - 1, \\ 0, & L \geq k < N; \end{cases}$$

3) получить окончательные значения вектора  $\hat{\mathbf{H}}$ , переведя вектор  $\hat{\mathbf{h}}$  в частотную область с помощью БПФ.

После выполнения этой процедуры дисперсия ошибки  $\epsilon_k$  уменьшится в  $L / N$  раз.

**Алгоритм работы центральной станции с погашением интерференции.** Схема приемника ЦС с погашением интерференции приведена на рис. 1. Сигнал  $y$  с выхода АЦП поступает на вход стандартного OFDM-приемника Rx, который осуществляет обнаружение сигнала, оценку отклика канала, демодуляцию и декодирование. Если детектор в модуле Rx не обнаружил преамбулу, то ЦС определяет событие как „пусто“ и на этом обработка сигнала  $y$  заканчивается. Если детектор обнаружил преамбулу, то проверяется контрольная сумма для двоичного вектора  $\hat{\mathbf{m}}^{(1)}$  на выходе блока Rx. Если контрольная сумма неверна, то ЦС обнаруживает конфликт и сигнал  $y$  записывается в буфер. Заметим, что если в буфере уже хранится некоторый сигнал, то буфер очищается, и на место старого сигнала записывается новый. Таким образом, для каждого кадра в буфере хранится не более одного цифрового сигнала, полученного с выхода АЦП. Наконец, если в векторе  $\hat{\mathbf{m}}^{(1)}$  оказалась верная контрольная сумма, то ЦС определяет событие „успех“. Если буфер не пуст, то ЦС запускает процедуру погашения интерференции.

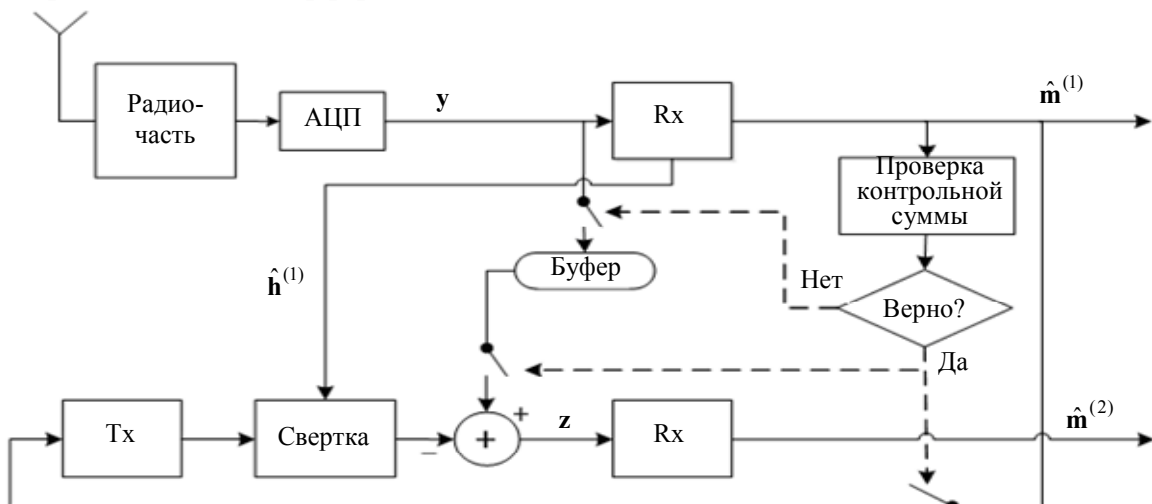


Рис. 1

Рассмотрим реализацию процедуры погашения интерференции. Сообщение  $\hat{\mathbf{m}}^{(1)}$  поступает на вход модуля Tx, выполняющего операции кодирования и модуляции, аналогичные тем, которые выполнялись абонентом на передающей стороне. На выходе модуля Tx получается цифровой сигнал  $\mathbf{x}^{(1)}$ . Далее сигнал  $\mathbf{x}^{(1)}$  поступает в цифровой

фильтр, который выполняет свертку входного сигнала с оценкой отклика канала  $\hat{\mathbf{h}}^{(1)}$ , полученной модулем Rx в текущем кадре. Результат свертки  $\mathbf{x}^{(1)}$  и  $\hat{\mathbf{h}}^{(1)}$  вычитается из сигнала  $\mathbf{y}_{\text{buf}}$ , хранящегося в буфере, и полученный сигнал  $\mathbf{z}$

$$\mathbf{z} = \mathbf{y}_{\text{buf}} - \mathbf{x}^{(1)} * \mathbf{h}^{(1)}$$

отправляется во второй модуль Rx.

По окончании обработки сигнала  $\mathbf{z}$  ЦС проверяет контрольную сумму в векторе  $\hat{\mathbf{m}}^{(2)}$  на выходе второго блока Rx. Если контрольная сумма верна, значит, в предыдущем кадре произошел конфликт кратности два и ЦС смогла успешно восстановить сообщение второго абонента в результате погашения интерференции. На находящийся выше уровень отправляются сообщения  $\mathbf{m}^{(1)}$  и  $\mathbf{m}^{(2)}$ , а по каналу обратной связи ЦС передает информацию об успешном приеме двух сообщений. Если контрольная сумма неверна, то либо в буфере хранился сигнал конфликта большей кратности, либо в результате погашения интерференции произошли ошибки, и сообщение второго абонента не было восстановлено. В этом случае на находящийся выше уровень перейдет только сообщение абонента  $\mathbf{m}^{(1)}$ , о чем ЦС сообщит абонентам по каналу обратной связи.

По окончании процедуры погашения интерференции буфер на ЦС, в котором хранится сигнал  $\mathbf{y}$ , очищается.

**Анализ реализации процедуры погашения интерференции.** Пусть в некотором кадре  $t$  один абонент передает свое сообщение  $\mathbf{m}^{(1)}$ . ЦС принимает в этом кадре сигнал  $\mathbf{y}_t$ :

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{x}^{(1)} * \mathbf{h}^{(1)} + \mathbf{n}_t$$

и отправляет его в блок обработки Rx, на выходе которого получается двоичный вектор  $\hat{\mathbf{m}}^{(1)}$ . Вероятность ошибки на сообщение первого пользователя  $p_1 \triangleq P\{\hat{\mathbf{m}}^{(1)} \neq \mathbf{m}^{(1)}\}$  зависит от параметров канала (профиль многолучевого распространения  $\mathbf{P}_h$  и дисперсия шума  $\sigma^2$ ), параметров помехоустойчивого кода и модуляции, а также от входного распределения символов в сообщении. Будем считать, что параметры кода и модуляции в системе зафиксированы, а сообщения всех пользователей имеют одинаковое равномерное входное распределение на множестве двоичных символов. Введем функцию ошибки  $p_e(\mathbf{P}_h, \sigma^2)$ , которая определяет вероятность ошибки на сообщение пользователя в зависимости от параметров канала, тогда

$$p_1 \triangleq P\{\hat{\mathbf{m}}^{(1)} \neq \mathbf{m}^{(1)}\} = p_e(\mathbf{P}_h, \sigma^2). \quad (3)$$

Заметим, что в рамках введенной системы обозначений  $p_1$  является вероятностью ложного конфликта.

Пусть теперь в кадре  $t$  передают два абонента, а в кадре  $t+1$  один из абонентов успешно передал свое сообщение  $\mathbf{m}^{(1)}$ . Будем полагать, что в процессе приема сигнала не возникло ошибок, и ЦС безошибочно декодировала  $\mathbf{m}^{(1)}$ . После успешного приема  $\mathbf{m}^{(1)}$  ЦС запустит процедуру погашения интерференции и попытается декодировать сообщение  $\mathbf{m}^{(2)}$  второго абонента. Найдем вероятность того, что ЦС не сможет успешно декодировать сообщение  $\mathbf{m}^{(2)}$  при условии, что  $\mathbf{m}^{(1)}$  успешно принято.

*Утверждение.* Если для цифровой модуляции сигнала в частотной области используется двоичная фазовая манипуляция (Binary Phase Shift Keying, BPSK), то вероятность ошибки в погашении интерференции можно найти с помощью выражения

$$p_2 \triangleq P\{\hat{\mathbf{m}}^{(2)} \neq \mathbf{m}^{(2)} \mid \hat{\mathbf{m}}^{(1)} = \mathbf{m}^{(1)}\} = p_e\left(\mathbf{P}_h, \sigma^2 (1 + L/N)\right). \quad (4)$$

*Доказательство.* В кадре  $t+1$  на вход второго модуля Rx поступает вектор  $\mathbf{z}_{t+1}$ :

$$\mathbf{z}_{t+1} \triangleq \mathbf{y}_t - \mathbf{x}^{(1)} * \mathbf{h}^{(1)} = \mathbf{x}^{(2)} * \mathbf{h}^{(2)} - \mathbf{x}^{(1)} * (\hat{\mathbf{h}}^{(1)} - \mathbf{h}^{(1)}) + \mathbf{n}_t.$$

После удаления циклического префикса и перевода в частотную область получаем

$$Z_{t+1,k} = X_k^{(2)} H_k^{(2)} - X_k^{(1)} (\hat{H}_k^{(1)} - H_k^{(1)}) + \eta_{t,k}, \forall k = 0, \dots, N-1, \quad (5)$$

где  $k$  — номер поднесущей в дискретном преобразовании Фурье;  $\mathbf{z}_{t+1}$ ,  $\mathbf{X}^{(1)}$ ,  $\mathbf{X}^{(2)}$ ,  $\mathbf{H}^{(1)}$ ,  $\mathbf{H}^{(2)}$  и  $\mathbf{n}_{t+1}$  — соответствующие частотные аналоги векторов  $\mathbf{z}_{t+1}$ ,  $\mathbf{x}^{(1)}$ ,  $\mathbf{x}^{(2)}$ ,  $\mathbf{h}^{(1)}$ ,  $\mathbf{h}^{(2)}$  и  $\mathbf{n}_{t+1}$ . Подставив (2) в (5), получим

$$Z_{t+1,k} = X_k^{(2)} H_k^{(2)} - X_k^{(1)} \varepsilon_k^{(1)} + \eta_{t,k}, \forall k = 0, \dots, N-1.$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} \zeta_k &\triangleq X_k^{(1)} \varepsilon_k^{(1)}, \\ \gamma_k &\triangleq \eta_{t,k} - \zeta_k. \end{aligned} \quad (6)$$

Поскольку для модуляции сигнала в цифровой области используется двоичная фазовая манипуляция, а символы в сообщении имеют равномерное распределение, то  $X_k^{(1)}$  представляет собой случайную величину, имеющую равномерное распределение на множестве  $\{-1, +1\}$ . Вычислив плотность произведения случайных величин, получим, что  $\zeta_k$  — комплексная гауссова величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2 L / N$ . Согласно правилу сложения гауссовых величин,  $\gamma_k$  — комплексная гауссова величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией

$$D[\gamma_k] = \sigma^2 + \sigma^2 L / N = \sigma^2 (1 + L / N).$$

Таким образом, после погашения интерференции дисперсия шума в сигнале на входе второго модуля Rx повышается в  $(1 + L / N)$  раз. Справедливость (4) доказана.  $\square$

*Замечание.* Если для модуляции данных в частотной области используется модуляция, отличная от двоичной фазовой манипуляции, то распределение величины  $\zeta_k$  (см. выражение (6)) не является гауссовым. Однако при  $E[X_k^{(1)}] = 0$  и  $E[|X_k^{(1)}|^2] = 1$ , можно считать, что выражение (4) выполняется с высокой точностью.

Из (3) и (4) следует, что, зная функцию  $p_e(\mathbf{P}_h, \sigma^2)$ , можно найти вероятность ложного конфликта  $p_1$  и вероятность ошибки в погашении интерференции  $p_2$ .

**Анализ СМД с погашением интерференции.** Выше были рассмотрены алгоритмы физического уровня. На уровне управления доступом к среде (Media Access Control, MAC) каждого абонента работает алгоритм СМД, который, получая от ЦС в конце каждого кадра сигнал обратной связи  $\theta$ , определяет кадры, в которых абонент должен передавать (повторно передавать) свои сообщения. Сравним работу в рассмотренной выше системе связи трех алгоритмов СМД: простого древовидного, улучшенного древовидного [4] и устойчивого древовидного с погашением интерференции [9]. В качестве меры производительности алгоритмов СМД будем вычислять их скорость — максимальную интенсивность поступления сообщений в систему, при которой система остается стабильной (т.е. обеспечивается конечная задержка сообщений).

В [10] была введена модель СМД с ложными конфликтами и получена скорость простого и улучшенного древовидных алгоритмов как функция от вероятности ложного конфликта  $p_1$ . С использованием методики расчета скорости из [11] скорость алгоритма с погашением

интерференции может быть найдена как функция от вероятности ложного конфликта  $p_1$  и вероятности ошибки в процедуре погашения интерференции  $p_2$ .

Для нахождения вероятностей  $p_1$  и  $p_2$  найдем значения функции  $p_e(\mathbf{P}_h, \sigma^2)$  с помощью имитационного моделирования. Будем рассматривать систему с большим числом абонентов, которые передают на ЦС короткие сообщения, размером 200 бит. В качестве кодово-модуляционной схемы будем использовать сверточный код со скоростью 1/2 и BPSK модуляцию. Размер преобразования Фурье выберем 512, так что одно сообщение передается внутри одного блока OFDM. Профиль канала многолучевого распространения приведен в таблице.

Параметр	Номер луча					
	1	2	3	4	5	6
Задержка, мкс	0	0,15	2,22	3,05	5,86	5,93
Относительное ослабление, дБ	0	13,8	16,2	14,9	13,6	16,4

На рис. 2 приведены графики зависимости скорости  $R$  алгоритмов от отношения сигнал/шум (ОСШ) в канале (1 — простой древовидный алгоритм; 2 — улучшенный древовидный алгоритм; 3 — древовидный алгоритм с погашением интерференции). Видно, что при больших значениях ОСШ (когда вероятность ложного конфликта близка к нулю) скорость алгоритма с погашением интерференции на 13 % выше скорости улучшенного древовидного алгоритма и на 20 % — скорости простого древовидного алгоритма. С другой стороны, при ОСШ меньше 6 дБ алгоритм с погашением интерференции проигрывает простому древовидному алгоритму. Таким образом, оценив уровень ОСШ, центральная станция может принять решение, какой из алгоритмов СМД целесообразно применять в данном канале.

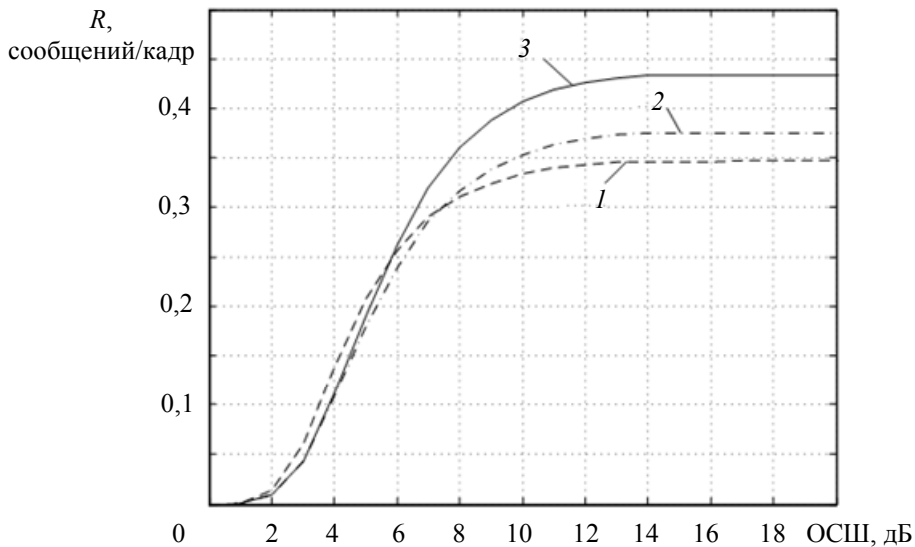


Рис. 2

**Заключение.** В работе рассмотрена реализация процедуры погашения интерференции на физическом уровне OFDM-системы и получена оценка вероятности ошибки в такой системе. Показано, что, используя полученную вероятность ошибки в расчете скорости древовидных алгоритмов, можно определить, какой из алгоритмов СМД целесообразнее использовать в конкретном канале.

Заметим, что полученные результаты применимы и в других, близких к OFDM, системах, например, в системе с модуляцией SC-FDMA (Single Carrier Frequency Division Multiple Access), которая используется в восходящем канале стандарта LTE.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prasad R. OFDM for Wireless Communications Systems. Artech House, 2004. 272 p.
2. Cheng M., Lin G., Wei H., Hsu A. Overload control for machine-type-communications in LTE-advanced system // IEEE Communications Magazine. 2012. Vol. 50, N 6. P. 38—45.
3. Abramson N. The ALOHA system — another alternative for computer communications // Proc. AFIPS Conf. 1970. Vol. 36. P. 295—298.
4. Цыбаков Б. С., Михайлов В. А. Свободный синхронный доступ пакетов в широкополосный канал с обратной связью // Проблемы передачи информации. 1978. Т. 14, № 4. С. 32—59.
5. Carpanakis J. Tree algorithms for packet broadcast channels // IEEE Transact. on Information Theory. 1979. Vol. 25, N 4. P. 505—515.
6. Винель А. В., Тюрликов А. М., Федоров К. А. Использование последовательного погашения интерференции при организации случайного множественного доступа в централизованных сетях // ИУС. 2009. № 2(39). С. 46—55.
7. Yu Y., Giannakis G. B. High-throughput random access using successive interference cancellation in a tree algorithm // IEEE Transact. on Information Theory. 2007. Vol. 53, N 12. P. 4628—4639.
8. Houdt B. V., Peeters G. FCFS tree algorithms with interference cancellation and single signal memory requirements // Proc. of Intern. Conf. on Telecommunications ICT'08. 2008. P. 1—6.
9. Андреев С. Д., Пустовалов Е. В., Тюрликов А. М. Древоподобный алгоритм разрешения конфликта, устойчивый к неполному погашению интерференции // Автоматика и телемеханика. 2009. Т. 70, № 3. С. 78—96.
10. Евсеев Г. С., Ермолаев Н. Г. Оценки характеристик разрешения конфликтов в канале со свободным доступом и шумом // Проблемы передачи информации. 1982. Т. 18, № 2. С. 101—105.
11. Евсеев Г. С., Тюрликов А. М. Взаимосвязь характеристик блокированных стек-алгоритмов случайного множественного доступа // Проблемы передачи информации. 2007. Т. 43, № 4. С. 83—92.

*Сведения об авторах*

- Максим Андреевич Гранкин** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра инфокоммуникационных систем; E-mail: m.grankin@vu.spb.ru
- Евгений Васильевич Пустовалов** — Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Институт компьютерной безопасности вычислительных систем и сетей; научный сотрудник; E-mail: eugeny@vu.spb.ru
- Андрей Михайлович Тюрликов** — д-р техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра инфокоммуникационных систем; E-mail: turlikov@vu.spb.ru

Рекомендована кафедрой  
№ 51 безопасности информационных систем

Поступила в редакцию  
01.02.13 г.