ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

УДК 629.191

Н. Ф. Аверкиев, Д. А. Булекбаев

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЙОНОВ ПАДЕНИЯ ОТДЕЛЯЕМЫХ ЧАСТЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ИНФОРМАЦИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ

Рассматривается задача повышения точности прогнозирования районов падения отделяемых частей ракет-носителей. Представлен метод уточнения модели движения отделяемых частей с использованием результатов измерений технических средств, располагаемых вдоль трассы запуска космического аппарата.

Ключевые слова: *ракета-носитель, отделяемая часть, район падения, функционал, измерение.*

Обеспечение безопасности вдоль трасс запусков космических аппаратов и в районах падения отделяемых частей (ОЧ) ракет-носителей является важной задачей при осуществлении космической деятельности. От ее решения зависит возможность выполнения космодромами поставленных задач по формированию орбитальных группировок комических аппаратов.

Необходимость научного сопровождения и совершенствования методического обеспечения решения баллистических задач при проведении пусков ракет-носителей определяется объективными обстоятельствами. Случаи падения фрагментов ОЧ ракет-носителей вне отведенных районов — показатель недостаточной отработки расчетных моделей прогнозирования их движения [1, 2].

Преодолеть несоответствие математических моделей движения ОЧ реальным результатам пусков позволит использование информации от измерительных средств именно на конечном участке полета, когда ОЧ входят в плотные слои атмосферы и возможно их разрушение на фрагменты. В настоящее время прорабатываются вопросы размещения на этом участке полета различных типов технических средств измерений. Получаемая информация позволит уточнить модель движения ОЧ и данные о фактических точках падения ОЧ, а также сократить время работы поисковых групп по утилизации фрагментов конструкции ракет-носителей.

Рассмотрим метод уточнения параметров движения ОЧ на основе привлечения измерений. Пусть движение ОЧ ракет-носителей описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \tag{1}$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_{2,} ..., x_n)^T$ — вектор фазовых координат; $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ — n-мерная вектор-функция от $\mathbf{x}$ и времени $t \in [t_о, t_к]$; $t_о$ — время начала движения ОЧ на пассивном участке траектории; $t_к$ — время достижения ОЧ поверхности Земли.

Воздействие возмущающих факторов, не учтенных в системе (1), приводит к отклонению траектории движения ОЧ от расчетной. Запишем математическую модель движения ОЧ ракеты-носителя для возмущенного случая [3]

$$\dot{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t), \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_r)^T$ — вектор возмущающих факторов; $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ — функция, характеризующая влияние возмущающих факторов.

Тогда уравнения движения представим следующим образом:

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t), \qquad (3)$$

а для конкретной реализации $\boldsymbol{\xi}^*$:

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}^*, t). \qquad (4)$$

Отклонение возмущенной траектории от номинальной найдем из соотношения

$$\delta\mathbf{x} = \int_{t_o}^{t} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \tau) d\tau - \int_{t_o}^{t} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, \xi^*, t) d\tau = \boldsymbol{\omega}(t). \qquad (5)$$

Пусть на конечном участке траектории имеются оценки вектора фазовых координат $\hat{\mathbf{x}}(t_i)$ в моменты времени t_i ($i = \overline{1, N}$), подставив полученные значения в формулу (5), получим:

$$\int_{t_0}^{t_i} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \tau) d\tau - \hat{\mathbf{x}}(t_i) = \hat{\boldsymbol{\omega}}(t_i). \qquad (6)$$

При оценке отклонений $\hat{\boldsymbol{\omega}}(t_i)$ возникает методическая ошибка вследствие несоответствия математической модели реальному движению, а также из-за ошибок измерений. Исследуем отклонения в рамках линейного регрессионного анализа, для чего аппроксимируем каждую составляющую отклонения с помощью ортогональных многочленов Чебышева:

$$\omega_j(t) = \sum_{h=1}^{k_j} a_{jh} \psi_{jh}(t). \qquad (7)$$

Ортогональные многочлены Чебышева при $m \neq h$ удовлетворяют условиям

$$\sum_{i=1}^{N} \psi_{jm}(t_i) \psi_{jh}(t_i) = 0, \quad j = \overline{1, n}; \;\; m, h = \overline{1, k_j}, \qquad (8)$$

благодаря чему удобны для статистического анализа при использовании их с целью сглаживания дискретных измерений. Для них, в отличие от алгебраических многочленов, не требуется решать систему уравнений большой размерности, и появление новых измерений не требует пересчета всех коэффициентов.

Многочлены Чебышева $\psi_{jm}(t)$ могут быть представлены следующим образом [4, 5]:

$$\psi_{jm}(t) = t^m - \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i^m \psi_{j(m-1)}(t_i)}{\sum_{i=1}^{N} \psi_{j(m-1)}^2(t_i)} \psi_{j(m-1)}(t) - \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i^m \psi_{j(m-2)}(t_i)}{\sum_{i=1}^{N} \psi_{j(m-2)}^2(t_i)} - ... - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_i^m. \qquad (9)$$

Оценочные значения коэффициентов $\hat{a}_{jm}$ многочленов (7) получаются методом наименьших квадратов. Предположим, что измерения фазовых координат равноточные и некоррелированные, и получим для каждого j соответствующую сумму квадратов отклонений значений многочленов $\omega_j(t)$ в точках $t_1, t_2, ..., t_N$:

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^{N}\left[\sum_{m=1}^{k_j} a_{jm}\psi_{jm}(t_i) - \hat{\omega}_j(t_i)\right]^2 . \qquad (10)$$

Вычислив частные производные от сумм σ_j по всем параметрам $a_{jk_1}, a_{jk_2}, ..., a_{jk_j}$ и приравняв их к нулю, из получаемых систем уравнений найдем оценки искомых коэффициентов:

$$\hat{a}_{jm} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\hat{\omega}_j(t_i)\psi_{jm}(t_i)}{\sum_{i=1}^{N}\psi_{jm}^2(t_i)}, \quad j=\overline{1,n};\ m=\overline{1,k_j} . \qquad (11)$$

В итоге получим вектор $\boldsymbol{\omega}(t) = (\omega_1(t), \omega_2(t), ..., \omega_n(t))^T$, составленный из многочленов $\omega_j(t)$ ($j=\overline{1,n}$). Используем многочлены $\boldsymbol{\omega}(t)$ для описания движения ОЧ на конечном участке полета:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathrm{t}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) . \qquad (12)$$

Уточненная модель движения получена для определенного состава измерительных средств и соответствующих измерений. В этой связи важным направлением исследований является разработка алгоритмов оптимального расположения измерительных средств, плана проведения измерений и соответствующих методов обработки измерительной информации. При решении данной задачи будем исходить из оценки затрат при эксплуатации районов падения (РП) ОЧ ракет-носителей.

Пусть имеется множество технических средств измерений $X = \{X_1, X_2, ..., X_L\}$ ($l=\overline{1,L}$). Предположим, что от l-го средства поступают данные измерений вектора фазовых координат $\mathbf{x}$ в моменты времени $t_{jl} \in [t_i', t_i'']$ ($j=\overline{1,M}$, $l=\overline{1,L}$, $i=\overline{1,N}$), получаемые с соответствующей точностью $\boldsymbol{\sigma}_l$. Здесь $[t_i', t_i'']$ — i-й мерный участок, N — количество мерных участков, M — число измерений на каждом участке. После совместной обработки на каждом участке измерений от L средств получим оценки вектора координат $\hat{\mathbf{x}}_1$, $\hat{\mathbf{x}}_2$, ..., $\hat{\mathbf{x}}_N$. Согласно рассмотренной выше методике можно найти многочлены $\boldsymbol{\omega}(t)$, уточнить модель движения ОЧ и получить прогнозируемые значения координат точек падения ОЧ и их фрагментов на поверхности Земли.

Рассмотрим параметр $C_{\text{ст}}$, характеризующий стоимость работ поисковых групп в РП по утилизации фрагментов конструкции ракет-носителей. Стоимость работ является функцией от площади S рассеивания фрагментов в РП ОЧ и зависит от получаемых измерений координат, точности, числа измерений на мерном участке и количества самих участков. Из всех поступающих измерений необходимо выбрать такой вектор фазовых координат, при котором достигается минимум функционала

$$J = C_{\text{ст}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}_l, M, N) \to \min_{\substack{\mathbf{x}(t_{jl})\in X_l, \boldsymbol{\sigma}_l, M, N, t_{jl}\in[t_i', t_i''], \\ j=\overline{1,M}, l=\overline{1,L}, i=\overline{1,N}}} . \qquad (13)$$

Таким образом, сформулирована новая постановка задачи прогнозирования районов падения ОЧ. Предложен метод уточнения координат фактических точек падения ОЧ ракет-носителей и их фрагментов на основе привлечения измерительной информации о параметрах их движения на пассивном участке траектории. Метод позволяет повысить степень соответствия известных моделей движения ОЧ ракет-носителей реальным результатам пусков, получить достоверную информацию о характеристиках районов падения, а также сократить время работы поисковых групп.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куреев В. Д.* Введение в теорию синтеза траекторий безопасного выведения космических аппаратов на орбиты. СПб: ВИКУ им. А. Ф. Можайского, 1999. 111 с.

2. *Аверкиев Н. Ф., Булекбаев Д. А.* Задача синтеза экономичных трасс запусков космических аппаратов // Вооружение и экономика. 2012. № 5(21). С. 60—64.

3. *Аверкиев Н. Ф., Яфраков М. Ф.* Повышение качества управления путем настройки систем управления на действующие возмущения // „Вопросы анализа и синтеза алгоритмического и аппаратного обеспечения систем управления“: Сб. матер. науч.-техн. семинаров. МО СССР, 1983. Вып. 2. С. 93—97.

4. *Жданюк Б. Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. радио, 1978. 384 с.

5. *Брандин В. Н., Разоренов Г. Н.* Определение траекторий космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 216 с.

Сведения об авторах

Николай Федорович Аверкиев — д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полетов летательных аппаратов, Санкт-Петербург; E-mail: averkievnf@yandex.ru

Дастанбек Абдыкалыкович Булекбаев — канд. техн. наук, доцент; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра высшей математики, Санкт-Петербург; E-mail: atiman@mail.ru

Рекомендована кафедрой навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полета летательных аппаратов

Поступила в редакцию 16.02.13 г.