

---

---

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

---

---

УДК 519.7

И. Б. ФУРТАТ

## УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЙ НА АМПЛИТУДУ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Синтезирован алгоритм управления объектами в условиях параметрической неопределенности, возмущений и ограничений на амплитуду входного сигнала. Предложен способ формирования сигнала, позволяющий обеспечить ограниченность функции управления в заданной полосе. Определены ограничительные условия для параметров объекта управления, эталонной модели и регулятора, при выполнении которых система управления будет работоспособной. Приведены результаты моделирования для линейного объекта.

*Ключевые слова:* управление в условиях неопределенности, ограничение на амплитуду сигнала управления, компенсация возмущений.

**Введение.** Одной из ключевых проблем в теории управления является регулирование объектов в условиях неопределенности, о чем свидетельствует множество публикаций. Однако в большинстве работ при синтезе системы управления не учитываются ограничения на входной сигнал, что в реальных условиях может привести к неработоспособности системы в целом. Более того, практически отсутствуют публикации, посвященные аналитическому построению системы управления в условиях неопределенности.

Так, в работе [1] впервые приведены ограничения на динамику ошибки слежения и эталонной модели, не имеющие, однако, строгого доказательства. Аналогичные результаты описаны в работе [2], где представлена методика задания параметров регулятора на этапе моделирования системы с учетом множества возможных значений параметров объекта. В работе [3] для решения задачи предлагается функцию насыщения амплитуды сигнала управления заменить на гиперболический тангенс от входного сигнала. Возможно также адаптивное управление объектами в условиях неопределенности, при котором для частичной компенсации ограничений на сигнал управления параллельно контуру ошибки слежения подключается контур с настраиваемым параметром [4].

В настоящей статье представлено решение задачи управления объектами в условиях неопределенности и ограничений на амплитуду входного сигнала. Предложен новый способ формирования функции управления, позволяющий обеспечить ее нахождение в заданной полосе. Определены условия для параметров объекта управления, эталонной модели и регулятора, при выполнении которых система управления будет работоспособной. Для компенсации неопределенности использовался изложенный в работе [5] подход, обобщенный для управления структурно неопределенными объектами и мультиагентными системами [6, 7].

Отметим, что для простоты изложения рассматривается линейный объект управления, в котором доступен измерению вектор состояния и его первая производная.\*

**Постановка задачи.** Рассмотрим объект управления, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bg(u) + Df(t), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где  $x(t) \in R^n$  — вектор состояния объекта;  $u(t) \in R$  — управляющее воздействие;  $f(t) \in R$  — неконтролируемое внешнее возмущение, причем  $|f(t)| \leq \bar{f}$ ,  $\bar{f}$  — известное положительное число; элементы матрицы  $A \in R^{n \times n}$  и коэффициенты векторов  $B \in R^n$ ,  $D \in R^n$  — неизвестные числа;  $x_0$  — неизвестные начальные условия;  $g(u) \in R$  — функция насыщения амплитуды сигнала управления  $u(t)$ , определяемая выражением

$$g(u) = \bar{u} \text{sat} \left( \frac{u(t)}{\bar{u}} \right) = \begin{cases} u(t), & |u(t)| \leq \bar{u}; \\ \bar{u} \text{sgn}(u(t)), & |u(t)| > \bar{u}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\bar{u} > 0$  — степень насыщения.

Зададим эталонную модель:

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t), \quad x_m(0) = 0, \quad (3)$$

здесь  $x_m(t) \in R^n$  — вектор состояния;  $r(t) \in R$  — задающее воздействие, причем  $|r(t)| \leq \bar{r}$ ; матрица

$A_m = \begin{bmatrix} 0 & & I_{n-1} \\ -a_0 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}$  — гурвицева, где  $I_{n-1}$  — единичная матрица порядка  $n-1$ ;

$B_m = [0, \dots, 0, b_m]^T$ ,  $b_m > 0$ .

**Предположение 1.** Неизвестные элементы матрицы  $A$  и векторов  $B$  и  $D$  зависят от вектора неизвестных параметров  $\vartheta \in \Xi$ , где  $\Xi$  — известное ограниченное множество. Пара  $(A, B)$  управляема.

**Предположение 2.** Выполнены условия:  $A = A_m + B_m c_{01}^T$ ,  $B = B_m + B_m c_{02}$ ,  $D = B_m c_{03}$ , где  $c_{01} \in R^n$  — неизвестный вектор,  $c_{02} \in R$  и  $c_{02} > -1$ ,  $c_{03} \in R$  — неизвестные числа.

Цель управления — синтез непрерывного закона регулирования, обеспечивающего выполнение условия

$$|x(t) - x_m(t)| < \delta \quad \text{при } t > T, \quad (4)$$

где  $\delta > 0$  — заданное число;  $T > 0$  — время, по истечении которого должно быть выполнено неравенство (4).

**Структура закона управления.** В условиях ограничений на входной сигнал сформируем закон управления

$$u(t) = \frac{1}{1 + \sigma} \left[ u_c(t) + \sigma \tilde{u} \text{sat} \left( \frac{u_c(t)}{\tilde{u}} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\sigma > 0$ ,  $0 < \tilde{u} < \bar{u}$ ,  $u_c(t)$  — дополнительный сигнал управления, необходимый для компенсации неопределенности модели объекта (1).

**Синтез алгоритма управления.** Принимая во внимание предположение 2, составим уравнение для ошибки  $\varepsilon(t) = x(t) - x_m(t)$ :

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + B_m u(t) + B_m \varphi(t), \quad (6)$$

где  $\varphi(t) = g(u) - u(t) + c_{01}^T x(t) + c_{02} g(u) + c_{03} f(t) - r(t)$ .

В соответствии с работой [5] для выделения возмущений, действующих на объект управления, введем вспомогательный контур

\* Вариант реализации системы управления, в которой измерению доступен только выходной сигнал объекта управления, приведен в работах [5—7].

$$\dot{\varepsilon}_a(t) = A_m \varepsilon_a(t) + B_m u(t), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_a(t) \in R^n$ .

С учетом выражений (6) и (7) составим уравнение для рассогласования  $\zeta(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_a(t)$  в виде

$$\dot{\zeta}(t) = A_m \zeta(t) + B_m \varphi(t) \quad (8)$$

и выделим в системе (8) последнюю строку

$$\dot{\zeta}_n(t) = a_m \zeta(t) + b_m \varphi(t), \quad (9)$$

где  $\zeta_n(t)$  — последняя компонента вектора  $\zeta(t)$ ,  $a_m = [-a_0, \dots, -a_{n-1}]$ .

Тогда исходя из уравнения (9) сигнал управления  $u_c(t)$  можно определить как

$$u_c(t) = -\varphi(t) = -b_m^{-1} (\dot{\zeta}_n(t) - a_m \zeta(t)). \quad (10)$$

Выразив  $u(t)$  в выражении (5) в виде  $u(t) = u_c(t) + \sigma [\tilde{u} \text{sat}(\tilde{u}^{-1} u_c(t)) - u(t)]$ , с учетом формулы (10) перепишем уравнение (6) следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + \sigma B_m [\tilde{u} \text{sat}(\tilde{u}^{-1} u_c(t)) - u(t)]. \quad (11)$$

Введем, предваряя формулировку утверждения, следующие обозначения:

$$\bar{c}_{01} = \max(|c_{01}|), \quad \bar{c}_{02} = \max(|c_{02}|), \quad \bar{c}_{03} = \max(|c_{03}|), \quad \underline{c}_{02} = \min(|c_{02}|), \quad \bar{x}_m = \sup(|x_m(t)|),$$

$$R = Q - 2|PB_m| \bar{c}_{01} I - 2\mu^{-1} PB_m B_m^T P,$$

где матрица  $P = P^T > 0$  является решением уравнения Ляпунова  $A_m^T P + P A_m = -Q$ ,  $Q = Q^T > 0$ ;  $I$  — единичная матрица соответствующего порядка;  $\mu > 0$  — произвольное число.

**Утверждение.** Пусть выполнены условия предположений 1, 2. Тогда при

$$\bar{c}_{03} \bar{f} + \bar{c}_{01} \bar{x}_m + \bar{r} < (1 + \underline{c}_{02}) \bar{u}; \quad (12)$$

$$|x(0)| < \bar{c}_{01}^{-1} [(1 + \underline{c}_{02}) \bar{u} - \bar{c}_{03} \bar{f} - \bar{c}_{01} \bar{x}_m - \bar{r}], \quad (13)$$

$$\sigma > \frac{\tilde{u} + \sigma^{-1} (1 + \sigma) \left[ (\sigma^{-1} (1 + \sigma) + 2 + \bar{c}_{02} + \underline{c}_{02}) \bar{u} + \bar{c}_{01} \bar{x}_m + 2\bar{c}_{03} \bar{f} + 2\bar{r} \right]}{\bar{u} - \tilde{u}} \quad (14)$$

система управления (5), (7), (10) обеспечивает выполнение целевого условия (4) и ограниченность входных сигналов в системе.

**Доказательство** утверждения приведено в Приложении.

*Замечание 1.* Из уравнения (5) очевидно, что при  $|u(t)| \leq \tilde{u}$  величина  $u(t) = u_c(t)$ , при

$|u(t)| > \tilde{u}$   $u(t) = \frac{1}{1 + \sigma} [u_c(t) + \sigma \tilde{u} \text{sgn}(u_c(t))]$ ; из последнего равенства следует, что при  $\sigma < \infty$  величина  $|u(t)|$  может принимать значения, принимающие  $\tilde{u}$ . Однако при  $\sigma \rightarrow \infty$  величина  $u(t) \rightarrow \tilde{u} \text{sat}\left(\frac{u_c(t)}{\tilde{u}}\right)$ . Следовательно, при достаточно больших значениях  $\sigma$  величина  $\tilde{u}$  может

быть достаточно близка к  $\bar{u}$ , так при  $\tilde{u} = \bar{u}$  и  $\sigma \rightarrow \infty$   $u(t) \rightarrow \bar{u} \text{sat}\left(\frac{u_c(t)}{\bar{u}}\right)$ .

*Замечание 2.* Из уравнения (5) следует, что коэффициент  $\sigma$  можно выбирать исходя из условия  $\sigma \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$ .

Для иллюстрации полученных результатов приведем следующий пример.

**Пример.** Рассмотрим модель объекта управления

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_0 & a_1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} g(u) + \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} f(t), \quad x(0) = x_0.$$

Множество возможных значений  $\Xi$  задано неравенствами  $|a_0| \leq 2$ ,  $|a_1| \leq 2$ ,  $1 \leq b \leq 3$ ,  $1 \leq d \leq 3$  и  $\bar{f} = 5$ . Ограничения на сигнал управления  $\bar{u} = 1$ .

Пусть эталонная модель задана уравнением

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 0,29 \sin 1,2t, \quad x_m(0) = 0.$$

Цель управления заключается в обеспечении целевого условия (4).

Сформируем систему управления, подчиняющуюся закону управления (5) и состоящую из вспомогательного контура

$$\dot{\varepsilon}_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \varepsilon_a(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

при наличии сигнала для компенсации возмущений

$$u_c(t) = -(\dot{\zeta}_n(t) - [-1 \quad -2]\zeta(t)).$$

Пусть параметры объекта управления следующие:  $a_0 = 2$ ,  $a_1 = 2$ ,  $b = 1$ ,  $d = 3$ ,  $f(t) = 0,01 + 0,1 \sin t$ ,  $x(0) = [0,12 \quad 0,12 \quad 0,12]^T$ . Очевидно, что условия (12) и (13) выполнены. Пусть  $\tilde{u} = 0,9$ , а из условия (14) выберем  $\sigma = 100$ .

Результаты моделирования переходного процесса по ошибке  $\varepsilon(t)$  и по сигналу управления  $u(t)$  представлены на рис. 1 и 2 соответственно.

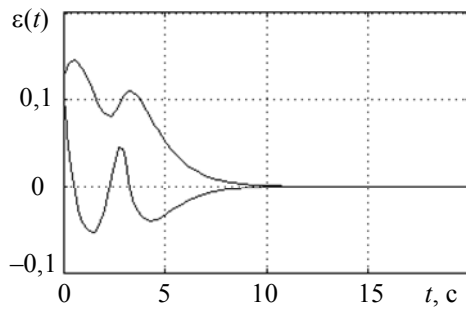


Рис. 1

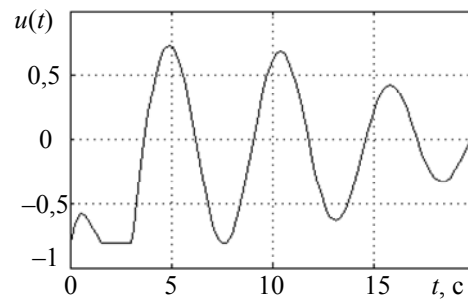


Рис. 2

**Заключение.** Синтезирована система управления в условиях неопределенности параметров объекта, внешней среды и ограничений на амплитуду сигнала управления. Определены условия, при выполнении которых система управления будет работоспособной при ограничениях на входной сигнал. Результаты компьютерного моделирования подтверждают аналитические расчеты, а именно: предложенная структура системы управления обеспечивает нахождение входного сигнала в заданной полосе, когда объект управления функционирует в условиях неопределенности.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

**Доказательство** утверждения. Выберем функцию Ляпунова  $V(t) = V(\varepsilon(t))$  в виде

$$V(t) = \varepsilon^T(t) P \varepsilon(t). \quad (15)$$

Для исследования системы (11) рассмотрим три варианта.

**Вариант 1:**  $|\varphi(t)| \leq \tilde{u}$ , что согласно уравнению (10) равносильно  $|u_c(t)| \leq \tilde{u}$ . Тогда исходя из (5)  $u(t) = u_c(t)$ , а значит, уравнение (11) примет вид  $\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t)$ . Так как матрица  $A_m$  гурвицева, то цель управления (4) будет достигнута.

**Вариант 2:**  $\tilde{u} < |\varphi(t)| \leq \bar{u}$ . Тогда исходя из (10)  $\tilde{u} < |u_c(t)| \leq \bar{u}$ , а исходя из (5)  $u(t) = (1 + \sigma)^{-1} [u_c(t) + \sigma \tilde{u} \operatorname{sgn}(u_c(t))]$ . С учетом последнего перепишем уравнение (11) как

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + \sigma (1 + \sigma)^{-1} B_m [\tilde{u} \operatorname{sgn}(u_c(t)) - u_c(t)]. \quad (16)$$

При  $\tilde{u} < |\varphi(t)| \leq \bar{u}$  разность  $\bar{u} - \tilde{u}$  характеризует максимальную амплитуду возмущения, а значит, перепишем уравнение (16) следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + \sigma(1 + \sigma)^{-1} B_m (\tilde{u} - \bar{u}) \operatorname{sgn}(u_c(t)). \quad (17)$$

Производная от функции (15) по времени вдоль траекторий системы (17) определяется как

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon^T(t) Q \varepsilon(t) + 2\sigma(1 + \sigma)^{-1} \varepsilon^T(t) P B_m (\tilde{u} - \bar{u}) \operatorname{sgn}(u_c(t)). \quad (18)$$

Воспользуемся оценкой

$$2\sigma(1 + \sigma)^{-1} \varepsilon^T(t) P B_m (\tilde{u} - \bar{u}) \operatorname{sgn}(u_c(t)) \leq 2\sigma(1 + \sigma)^{-1} \left[ \varepsilon^T(t) P B_m B_m^T P \varepsilon(t) + (\tilde{u} - \bar{u})^2 \right].$$

Тогда выражение (18) можно оценить как

$$\dot{V}(t) \leq -\varepsilon^T(t) \left[ Q - 2\sigma(1 + \sigma)^{-1} P B_m B_m^T P \right] \varepsilon(t) + 2\sigma(1 + \sigma)^{-1} (\tilde{u} - \bar{u})^2.$$

Очевидно, что всегда существует  $\sigma > 0$ , такое что  $Q - 2\sigma(1 + \sigma)^{-1} P B_m B_m^T P > 0$ . Таким образом, при  $\tilde{u} < |\varphi(t)| \leq \bar{u}$  цель управления (4) также будет достигнута.

*Вариант 3:*  $|\varphi(t)| > \bar{u}$ . Принимая во внимание структуру функции  $\varphi(t)$ , перепишем уравнение (6):

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + B_m c_{01}^T \varepsilon(t) + (1 + c_{02}) B_m g(u) + B_m \left( c_{03} f(t) - r(t) - c_{01}^T x_m(t) \right). \quad (19)$$

Найдем производную от функции (15) вдоль траекторий системы (19):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\varepsilon^T(t) Q \varepsilon(t) + 2\varepsilon^T(t) P B_m c_{01}^T \varepsilon(t) + 2\varepsilon^T(t) P B_m (1 + c_{02}) g(u) + \\ & + 2\varepsilon^T(t) P B_m \left( c_{03} f(t) - r(t) - c_{01}^T x_m(t) \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Рассмотрим вначале случай, когда  $\operatorname{sgn}(g(u)) = -\operatorname{sgn}(\varepsilon^T(t) P B_m)$ . С учетом этого оценим выражение (20):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\lambda_{\min}(Q) |\varepsilon(t)|^2 + 2\bar{c}_{01} \left| \varepsilon^T(t) P B_m \right| \cdot |\varepsilon(t)| - 2 \left| \varepsilon^T(t) P B_m \right| (1 + c_{02}) \bar{u} + \\ & + 2 \left| \varepsilon^T(t) P B_m \right| \left( \bar{c}_{03} \bar{f} + \bar{c}_{01} \bar{x}_m + \bar{r} \right), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\lambda_{\min}$  — наименьшее собственное число матрицы  $Q$ .

Если

$$|\varepsilon(t)| < \bar{c}_{01}^{-1} \left[ (1 + c_{02}) \bar{u} - \bar{c}_{03} \bar{f} - \bar{c}_{01} \bar{x}_m - \bar{r} \right], \quad (22)$$

то  $\dot{V}(t) < 0$ , откуда следуют оценки (12) и (13).

Рассмотрим теперь случай, когда  $\operatorname{sgn}(g(u)) = \operatorname{sgn}(\varepsilon^T(t) P B_m)$ . Перепишем второе слагаемое системы (11) в виде

$$\tilde{u} \operatorname{sat}(\tilde{u}^{-1} u_c(t)) - u(t) = (1 + \sigma)^{-1} \left[ \tilde{u} \operatorname{sat}(\tilde{u}^{-1} u_c(t)) - u_c(t) \right]. \quad (23)$$

С учетом выражения (23) и  $u_c(t) = -\varphi(t)$  перепишем систему (11) следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_m \varepsilon(t) + \sigma(1 + \sigma)^{-1} B_m \left[ \tilde{u} \operatorname{sat}(\tilde{u}^{-1} u_c(t)) + \varphi(t) \right]. \quad (24)$$

Найдем производную от функции (15) вдоль траекторий системы (24):

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon^T(t)Q\varepsilon(t) + 2\sigma(1+\sigma)^{-1}\varepsilon^T(t)PB_m \left[ \tilde{u}\text{sat}\left(\tilde{u}^{-1}u_c(t)\right) + \varphi(t) \right]. \quad (25)$$

С учетом уравнения (5) перепишем выражение для функции  $\varphi(t)$  в виде

$$\varphi(t) = (1+c_{02})g(u) - (1+\sigma)^{-1} \left[ -\varphi(t) + \sigma\tilde{u}\text{sat}\left(\tilde{u}^{-1}u_c(t)\right) \right] + c_{01}^T x(t) + c_{03}f(t) - r(t). \quad (26)$$

Решим (26) относительно  $\varphi(t)$  и подставим  $\varphi(t)$  в выражение (25):

$$\dot{V}(t) \leq -\varepsilon^T(t)Q\varepsilon(t) + 2\varepsilon^T(t)PB_m \left( (1+\bar{c}_{02})\bar{u} + \bar{c}_{03}\bar{f} + \bar{c}_{01}\bar{x}_m + \bar{r} \right). \quad (27)$$

Тогда  $\dot{V}(t) < 0$ , если

$$|\varepsilon(t)| > 2\|R\|^{-1} \cdot |PB_m| \left( (1+\bar{c}_{02})\bar{u} + \bar{c}_{03}\bar{f} + \bar{c}_{01}\bar{x}_m + \bar{r} \right). \quad (28)$$

Из выражений (22) и (28) следует, что функция  $|\varepsilon(t)|$  будет находиться в области

$$2\|R\|^{-1} \cdot |PB_m| \left( (1+\bar{c}_{02})\bar{u} + \bar{c}_{03}\bar{f} + \bar{c}_{01}\bar{x}_m + \bar{r} \right) < |\varepsilon(t)| < \bar{c}_{01}^{-1} \left( (1+\underline{c}_{02})\bar{u} - \bar{c}_{03}\bar{f} - \bar{c}_{01}\bar{x}_m - \bar{r} \right).$$

Теперь определим оценку для коэффициента  $\sigma$ , при котором  $|u(t)| \leq \bar{u}$ . Для этого с учетом выражений (2) и (5) оценим  $(1+\sigma)^{-1} \left[ u_c(t) + \sigma\tilde{u}\text{sat}\left(\tilde{u}^{-1}u_c(t)\right) \right] \leq \bar{u}$  и решим последнее неравенство относительно  $\sigma$ :  $\sigma \geq \frac{\bar{u} - u_c(t)}{\bar{u} - \tilde{u}\text{sat}\left(\tilde{u}^{-1}u_c(t)\right)}$ . С учетом того, что  $u_c(t) = -\varphi(t)$ , оценим

сверху правую часть последнего неравенства:

$$\frac{\bar{u} - u_c(t)}{\bar{u} - \tilde{u}\text{sat}\left(\tilde{u}^{-1}u_c(t)\right)} \leq \frac{\tilde{u} + \sigma^{-1}(1+\sigma) \left[ \left( \sigma^{-1}(1+\sigma) + 2 + \bar{c}_{02} + \underline{c}_{02} \right) \bar{u} + \bar{c}_{01}\bar{x}_m + 2\bar{c}_{03}\bar{f} + 2\bar{r} \right]}{\bar{u} - \tilde{u}}$$

откуда следует оценка (14).

Очевидно, что оценки (12)—(14) достаточно грубые, но из них следует, что существуют определенные значения параметров объекта, эталонной модели и регулятора, при которых в условиях ограничений можно обеспечить цель управления (4).

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 12-08-01183, 13-08-01014, 12-01-31354), а также в рамках федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг., соглашения № 14.В37.21.0871, 14.В37.21.1480.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Monopoli R.* Adaptive control for systems for hard saturation // Proc. of 14th IEEE Conf. on Decision and Control, Houston, TX, USA. 1975. P. 841—842.
2. *Цыкунов А. М.* Адаптивное и робастное управление динамическими объектами. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
3. *Wen C., Zhou J., Liu Z., Su H.* Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance // IEEE Trans. on Automatic Control. 2011. Vol. 56, N 7. P. 1672—1678.
4. *Schwager M., Annaswamy A. M.* Direct adaptive control of multi-input plants with magnitude saturation constrains // Proc. of 44th IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conf., Seville, Spain. 2005. P. 783—788.

5. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103—115.
6. Фуртат И. Б. Алгоритм субинвариантного управления по выходу линейным структурно неопределенным динамическим объектом // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 9. С. 22—27.
7. Фуртат И. Б. Субоптимальное управление нелинейными мультиагентными системами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 1 (83). С. 19—23.

**Сведения об авторе**

**Игорь Борисович Фуртат** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: cainenash@mail.ru

Рекомендована  
Институтом проблем  
машиноведения РАН

Поступила в редакцию  
26.06.13 г.

УДК 621.515

М. М. ШАКИРЬЯНОВ

## СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ТУРБОКОМПРЕССОРА ОТ ПОМПАЖА

Рассматривается возможность построения системы защиты турбокомпрессора по результатам обработки экспериментальных данных о помпаже. В системе предусматривается одновременный контроль определенного набора параметров давления и температуры воздуха (газа) в газозоудушном тракте.

**Ключевые слова:** помпаж, струйный генератор, газозоудушный тракт.

Помпажные явления сопровождаются резкими понижением давления и повышением температуры воздуха по сечению турбокомпрессора [1, 2]. Контроль лишь отдельных параметров и(или) их определенных наборов далеко не всегда точно характеризует нарушение устойчивости газодинамической системы с компрессором.

В этой связи вполне обоснованным представляется проектирование системы с использованием экспериментальных данных о помпаже для контроля определенного набора параметров газозоудушного тракта.

Состояние газодинамической системы компрессора с присоединенными всасывающим трубопроводом и нагнетательным трубопроводом реально может характеризоваться параметрами  $T_1$  и  $T_2$  — температурой воздуха на входе и выходе компрессора соответственно, а также  $P_1$  и  $P_2$  — давлением воздуха на входе и выходе компрессора соответственно. Однако для прогнозирования помпажных явлений ограниченное количество параметров может оказаться недостаточным ввиду разновидностей помпажа, каковым является „вращающийся срыв“. Под термином „вращающийся срыв“ понимается явление, при котором срыв потока газа происходит на части лопаток компрессора в течение длительного времени [3].

Возникновение и развитие помпажа сопровождается значительным понижением давления воздуха за компрессором ( $P_2$ ) и повышением температуры воздуха в газозоудушном тракте. Это утверждение подтверждается экспериментальными исследованиями, в ходе которых обнаружен эффект экспоненциального повышения температуры в газозоудушном тракте непосредственно перед возникновением помпажа. В связи с этим, помимо названных параметров  $T_1$  и  $T_2$ , введены дополнительные температурные параметры:  $T_3$  — температура газа перед камерой сгорания и  $T_4$  — температура газа за турбиной. Для измерения этих параметров наиболее эффективным представляется использование струйно-акустического датчика с быстродействием до 0,001 с.