

## СОДЕРЖАНИЕ

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Гатчин Ю. А., Видин Б. В., Жаринов И. О., Жаринов О. О. Метод автоматизированного проектирования аппаратных средств бортового оборудования..... 5
- Гортинская Л. В., Дернова Е. С., Молдовян Д. Н., Молдовяну П. А. Построение конечных групп векторов для синтеза алгоритмов цифровой подписи ..... 11

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Супрун В. П., Городецкий Д. А. Реализация бисимметрических булевых функций логическими схемами..... 17
- Никитин Ю. А. Анализ конечного автомата для синтеза частот с помощью функций целочисленного аргумента ..... 25
- Ожиганов А. А., Жуань Чжипэн. Критерий выбора длины линейной псевдослучайной кодовой шкалы ..... 30

### ПРИБОРЫ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ

- Заморуев Г. Б., Ткачев А. Л. Математическое моделирование нелинейных динамических эффектов при медленном движении с сухим трением..... 36
- Голубков В. А., Голубков А. В. Влияние неоднородности физико-механических свойств материалов колец на виброактивность шарикоподшипников ..... 41

### ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Знатдинов С. И. Восстановление сигнала по его выборкам на основе теоремы отсчетов Котельникова ..... 44
- Титов А. А., Пушкарев В. П., Авдоченко Б. И. Мощный импульсный СВЧ генераторный модуль ..... 47
- Курасов А. Е., Попов И. Ю. Входное устройство для квантового компьютера на электронах в связанных волноводах ..... 53

### ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

- Соломатин В. А. Дискретизация пространства в оптико-электронных системах с мозаичным угловым полем..... 57
- Головков В. А., Смирнов В. А. Компенсация помех в оптико-электронных устройствах с использованием фильтра Винера—Хопфа..... 62

Сушков А. Л. Исправление сферической аберрации третьего порядка в линзе введением неоднородностей показателя преломления .....	67
<b>ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ</b>	
Ходунков В. П. Метод измерения локальных значений температуры неоднородного дисперсного потока .....	73
<b>КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ</b>	
Анитропов Р. В., Лившиц И. Л., Свищук Д. В. Предпосылки построения экспертной системы композиции объективов .....	77
Горбачёв А. А., Горбунова Е. В., Кортаев В. В. Структура многоканальных распределенных оптико-электронных систем .....	79
Горбунова Е. В., Жуков Д. В., Чертов А. Н. Промышленные оптико-электронные системы цветного зрения .....	80
SUMMARY (перевод Ю. И. Копилевича) .....	82

## CONTENTS

### INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

- Gatchin Yu. A., Vidin B. V., Zharinov I. O., Zharinov O. O.** A Method of Computer-Aided Design of Airborne Hardware..... 5
- Gortinskaya L. V., Dernova E. S., Moldovyan D. N., Moldovyanu P. A.** Construction of Finite Groups of Vectors for Synthesis of Digital Signature Algorithms ..... 11

### COMPUTING TECHNIQUE

- Suprun V. P., Gorodetsky D. A.** Realization of Bi-Symmetric Boolean Functions by Means of Logical Circuits ..... 17
- Nikitin Yu. A.** Analysis of Finite Automaton for Frequency Synthesis with the Use of Functions of Integer-Valued Argument..... 25
- Ozhiganov A. A., Zhuan Zhipeng.** Choice Criterion for the Length of Pseudo-Random Linear Code Scale..... 30

### FINE MECHANICS DEVICES

- Zamoruev G. B., Tkachev A. L.** Mathematical Modeling of Nonlinear Dynamic Effects in Dry-Friction Slow Motion..... 36
- Golubkov V. A., Golubkov A. V.** Effect of Inhomogeneity in Physical-Mechanical Properties of Ring Materials on Ball Bearing Vibroactivity ..... 41

### ELECTRONIC AND ELECTROMAGNETIC DEVICES

- Ziatdinov S. I.** Reconstruction of Signal by Its Samples on the Base of Kotelnikov Counts Theorem..... 44
- Titov A. A., Pushkarev V. P., Avdochenko B. I.** Microwave Power Pulse Generator Module..... 47
- Kurasov A. E., Popov I. Yu.** Input Device for Quantum Computer on Electrons in Coupled Waveguides..... 53

### OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Solomatin V. A.** Space Discretization in Optical-Electronic Systems with Mosaic Angular Field..... 57
- Golovkov V. A., Smirnov V. A.** Compensation for Noise in Optical-Electronic Devices with the Use of Wiener—Hopf Filter..... 62
- Sushkov A. L.** Correction of Third-Order Spherical Aberration of a Lens by Introduced Refractive Index Inhomogeneities..... 67

## HEAT REGIMES AND RELIABILITY OF INSTRUMENTS AND SYSTEMS

<b>Hodunkov V. P.</b> A Method to Measure Local Temperature in Inhomogeneous Dispersed Flow .....	73
<b>BRIEF NOTES</b>	
<b>Anitropov R. V., Livshits I. L., Svistchuk D. V.</b> Prerequisites for Development of Expert System for Lens Compositions .....	77
<b>Gorbachev A. A., Gorbunova E. V., Korotaev V. V.</b> Structure of Multichannel Dispersed Optical-Electronic Systems .....	79
<b>Gorbunova E. V., Zhukov D. V., Chertov A. N.</b> Industrial Optical-Electronic Color Vision Systems.....	80
<b>SUMMARY</b> .....	82

*Editor-in-Chief E. B. Yakovlev*

Ю. А. ГАТЧИН, Б. В. ВИДИН, И. О. ЖАРИНОВ, О. О. ЖАРИНОВ

## МЕТОД АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ АППАРАТНЫХ СРЕДСТВ БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Рассматривается метод автоматизированного проектирования бортового радиоэлектронного оборудования с целью обеспечения практического подобия объекта проектирования требованиям тактико-технического задания.

*Ключевые слова:* бортовое оборудование, критерий подобия, мера близости.

**Введение.** Целью синтеза аппаратуры бортового радиоэлектронного оборудования (БРЭО) является объединение различных элементов, свойств, сторон объекта проектирования в единое целое — комплекс; в результате создаются проектные решения, обладающие новыми качествами [1].

Для решения задачи синтеза наиболее часто используются комбинаторно-логические методы. В основе этого подхода лежит организованный перебор элементов массива проектных решений-аналогов. Если четко ограничить требованиями тактико-технического задания (ТТЗ) технические характеристики объекта проектирования, то множество проектов данной направленности образует класс, который можно рассматривать как обобщенную структуру.

Обобщенная структура представляет собой „комбинаторное пространство“, в котором находятся в различных сочетаниях элементы, образующие множество структур с тем или иным уровнем соответствия требованиям ТТЗ. В качестве средств описания обобщенной структуры используются табличные, алгебраические, логические, а также сетевые композиционные модели, подлежащие оптимизации в проектных исследованиях.

**Постановка задачи.** Процедура проектирования БРЭО начинается с уровня главного конструктора, который оперирует относительно небольшим числом существенно значимых параметров (критериев) проекта  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_c$ , поэтому на каждом иерархическом уровне проектирования множество всех параметров  $\Psi = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_\Psi\}$  для составляющих объекта проектирования рассматривается [2] как совокупность  $\Psi = \{\hat{\Psi}, \check{\Psi}\}$  множества существенных  $\hat{\Psi} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{\hat{\Psi}}\}$  и второстепенных параметров  $\check{\Psi} = \{\psi_{\hat{\Psi}+1}, \psi_{\hat{\Psi}+2}, \dots, \psi_\Psi\}$ , таких что всегда найдется некоторая малая скалярная величина  $\varepsilon$  (мера вклада), для которой  $\xi_i(\Psi) = \xi_i(\hat{\Psi}, \varepsilon\check{\Psi})$  или, при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\xi_i(\Psi) = \xi_i(\hat{\Psi}, \varepsilon\check{\Psi}) \approx \xi_i(\hat{\Psi}, 0\check{\Psi}) \approx \xi_i(\hat{\Psi})$ . В итоге в модель проекта включаются только те компоненты  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_c \in \Xi$ , которые являются существенными (релевантными) по отношению к цели проектирования.

Рабочая функция проектирования БРЭО в этом случае определяется как

$$F(\xi_1(\Psi, 0), \xi_2(\Psi, 0), \dots, \xi_\zeta(\Psi, 0)) \approx F(\xi_1(\Psi), \xi_2(\Psi), \dots, \xi_\zeta(\Psi)) \rightarrow \min.$$

Если воспользоваться геометрическими аналогиями (рис. 1), то задача синтеза формулируется как задача поиска в  $\zeta$ -мерном действительном пространстве параметров такой точки

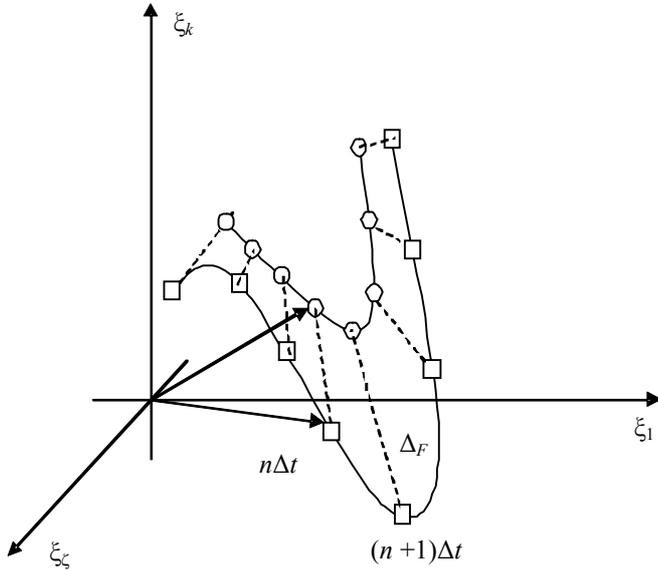


Рис. 1

(набора из  $\zeta$  значений параметров  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\zeta$ ), для которой требования ТТЗ просто выполняются, либо выполняются наилучшим образом. На рис. 1 приведены геометрическое представление длины вектора и оценка близости текущего проектного решения (квадраты), соответствующего ТТЗ (кружки), в векторном пространстве (здесь  $\Delta_F$  — неотрицательно-определенная мера близости функционального обеспечения выбранного варианта БРЭО по отношению к наилучшему  $\Xi^*$  — заданному по ТТЗ).

В первом случае требуется, чтобы решение задачи синтеза принадлежало некоторой замкнутой и ограниченной области пространства параметров. Во втором случае решение представляет собой точку

пространства, наилучшую по критерию оптимальности  $\Delta_F \rightarrow \min$ , который формализует оценку соответствия объекта проектирования требованиям ТТЗ. Если разработана математическая модель объекта проектирования, то по постановке и методам решения задача синтеза в первом случае сводится к задаче оптимизации, а во втором случае — является ей.

Таким образом, задача синтеза формулируется как оптимизационная задача достижения практического подобия, требующая разработки критериев, системы ограничений и метода решения с целью поиска области технических решений, отвечающей ограничению вида

$$\left| F(\xi_1^j, \xi_2^j, \dots, \xi_\zeta^j) - F^* \right| \leq \Delta_F(\Xi - \Xi^*). \quad (1)$$

На рис. 2 представлена автоматизированная модель формирования и исследования решений при целенаправленном проектировании БРЭО.

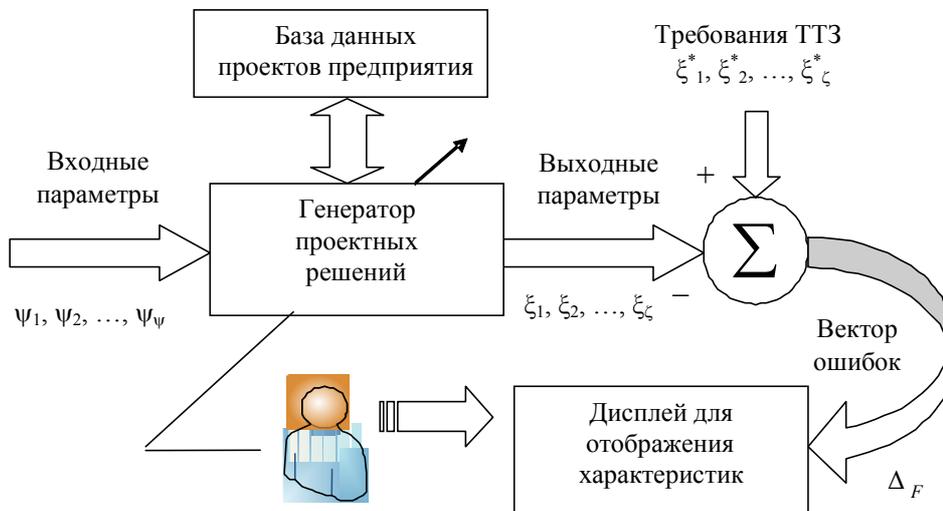


Рис. 2

**Подход к решению задачи проектирования и полученные результаты.** Идея оптимизации [3, 4] состоит в том, чтобы, начав с любой проектной альтернативы, приближаться к  $(\xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_\zeta^*)$  по некоторой спиралевидной траектории в пространстве параметров  $\Xi = \mathbf{A}\Psi$  ( $\mathbf{A}$  — матрица преобразования параметров), что достигается введением числовой меры близости.

Евклидова метрика оценки близости текущей проектной точки с координатами  $(\xi_1(\Psi), \xi_2(\Psi), \dots, \xi_\zeta(\Psi))$  к „идеальной точке“  $(\xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_\zeta^*)$ , являющейся решением задачи синтеза, определяется как

$$\Delta_F(\Xi - \Xi^*) = \sqrt{\sum_{i=1, j=1}^{\zeta} (\xi_i(\Psi) - \xi_j^*) \gamma_{ij} (\xi_i(\Psi) - \xi_j^*)}, \quad (2)$$

где  $\gamma = [\gamma_{ij}]$  — положительно-определенная матрица. В частном случае, если  $\gamma = [\gamma_{ij}]$  — матрица единичного вида, вводится метрика

$$\Delta_F(\Xi - \Xi^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\zeta} (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*)^2} \quad (3)$$

либо

$$\Delta_F(\Xi - \Xi^*) = \min_i \{ \wp_i (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*) \} + \wp_{\zeta+1} \sum_{i=1}^{\zeta} \wp_i (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*), \quad (4)$$

при этом считается, что  $\xi_i(\Psi) \geq \xi_i^*$ ; коэффициент  $\wp_{\zeta+1}$  определяет цель проектирования: уменьшать либо оценку близости к требуемым значениям любого из частных показателей, либо суммарную близость всех критериев к желаемым значениям.

Если часть требований ТТЗ ограничивает критерии снизу  $\xi_i(\Psi) \geq \xi_i^*$  ( $i=1, 2, \dots, m_1$ ), часть — сверху  $\xi_i(\Psi) \leq \xi_i^*$  ( $i=m_1+1, m_1+2, \dots, m_2$ ), а часть жестко вводит требования ТТЗ  $\xi_i(\Psi) = \xi_i^*$  ( $i=m_2+1, m_2+2, \dots, \zeta$ ), метрика (4) приводится к виду

$$\Delta_F(\Xi - \Xi^*) = \min_i \left\{ L(\xi_i, \xi_i^*) \right\} + \wp_{\zeta+1} \sum_{i=1}^{\zeta} L(\xi_i, \xi_i^*), \quad (5)$$

$$L(\xi_i, \xi_i^*) = \begin{cases} \wp_i (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*), & 1 \leq i \leq m_1, \\ \wp_i (\xi_i^* - \xi_i(\Psi)), & m_1 + 1 \leq i \leq m_2, \\ \wp_i \min \left\{ (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*) (\xi_i^* - \xi_i(\Psi)) \right\}, & m_2 + 1 \leq i \leq \zeta. \end{cases} \quad (6)$$

Выражения (4)—(6) определяют систему зависимостей для критерия подобия, отражающих цели проектирования по методу целенаправленного выбора и связывающих релевантные для данной цели параметры объекта проектирования и требования ТТЗ на него. Возможно применить и иные меры близости:

$$\Delta_F(\Xi - \Xi^*) = \sum_{i=1}^{\zeta} (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*)^2, \quad \Delta_F(\Xi - \Xi^*) = \sum_{i=1}^{\zeta} |\xi_i(\Psi) - \xi_i^*|, \quad (7)$$

и соответствующие им функции принадлежности [5], однако математические свойства функций (3)—(7) подробно изучены, что гарантирует сходимость процесса минимизации, в ходе

которого обеспечивается приближение параметров объекта к  $(\xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_\zeta^*)$ .

Задача проектировщика сводится в данном случае к назначению допустимых границ используемых показателей и собственно организации процесса проектирования.

В общем случае (см. рис.1) векторы  $\Psi$  и  $\Xi$  являются функциями дискретного  $n\Delta t$  или непрерывного времени  $\Psi(t)$ ,  $\Xi(t)$  и определяют развивающуюся модель объекта проектирования. При изменении  $0 \rightarrow t \rightarrow \infty$  конец вектора  $\Xi(t)$  в пространстве релевантных параметров формирует годограф, форма которого определяется функцией  $\Xi(t)$ . Расстояние между годографами параметров модели объекта проектирования  $\Xi(t)$  и их желаемых значений  $\Xi^*$  на бесконечном

$$\Delta_F^\infty(\Xi - \Xi^*) = \int_0^\infty (\Xi(t) - \Xi^*) dt \quad (8)$$

или конечном

$$\Delta_F^t(\Xi - \Xi^*) = \int_0^t (\Xi(\tau) - \Xi^*) d\tau \quad (9)$$

интервале определяет степень соответствия релевантных параметров БРЭО и требований ТТЗ на его разработку в качестве критерия подобия.

Задача минимизации критерия подобия  $\Delta_F$  (при квадратичной мере (7)) сводится к минимизации суммы квадратов отклонений

$$\sum_{i=1}^{\zeta} (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*)^2 \rightarrow \min \quad (10)$$

или

$$\begin{aligned} \Delta_F \left( F^k(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\zeta) - F^*(\xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_\zeta^*) \right) = \\ = \sum_{i=1}^{\zeta} \wp_i (\xi_i(\Psi) - \xi_i^*)^2 = \sum_{i=1}^{\zeta} \wp_i \left( \sum_{j=1}^{\Psi} a_{ij} \psi_j - \xi_i^* \right)^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\wp_i$  — коэффициент значимости параметра  $\xi_i$  БРЭО;  $\psi_j$  — значение векторного параметра, определяющее соответствующий технико-экономический показатель частной аппаратуры, входящей в БРЭО;  $a_{ij}$  — элемент матрицы линейного преобразования  $\Xi = \mathbf{A}\Psi$ ;  $\xi_i^*$  — заданное в ТТЗ (желаемое) значение параметра  $\xi_i$  БРЭО, состоящего из  $s$  подсистем.

В соответствии с [6] задача (11) поиска экстремума квадратичного критерия подобия  $\Delta_F$ , в которой минимизируется сумма квадратов отклонений

$$\Delta_F(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^{\zeta} \left( \xi_i^* - \sum_{j=1}^{\Psi} b_j a_{ij} \right)^2 = (\Xi^* - \mathbf{A}\mathbf{B})^T (\Xi^* - \mathbf{A}\mathbf{B}) \rightarrow \min, \quad (12)$$

может быть решена по методу наименьших квадратов (МНК) с использованием неопределенных множителей Лагранжа [6].

Экстремум (12) достигается решением уравнения вида

$$\frac{\partial \Delta_F(\mathbf{B})}{\partial \mathbf{B}} = -2\mathbf{A}^T \Xi^* + 2\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{B} = 0. \quad (13)$$

Если матрица  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$  невырождена, то умножив выражение (13) слева на матрицу

$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ , получим вектор наилучших оценок

$$\mathbf{B}_{\text{МНК}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{\Xi}^* . \quad (14)$$

Таким образом, задача проектирования в этом случае решается путем отыскания автоматизированным способом комбинации элементов  $\mathbf{\Xi} = \mathbf{A}\Psi$ , в совокупности удовлетворяющих требованиям ТТЗ и наиболее близко соответствующих критерию  $\Delta_F \rightarrow \min$  оптимальности проекта.

Предложенный метод проектирования и оптимизации был апробирован на практике при разработке изделий авиационной промышленности в ФГУП СПб ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова в классе

- пультов управления и индикации: ПУИ-74Ц, ПУИ-80С, ПВ-96;
- многофункциональных цветных индикаторов: МФЦИ-0332М, МФЦИ-0333М, МФЦИ-0310;
- бортовых вычислительных машин: БЦВМ90-613, БЦВМ90-604, БЦВМ90-601.

Результаты математического моделирования при выборе проектных решений представлены на рис. 3, как из него следует, массив проектных решений может быть составлен в кортеж  $(n \in N)$  по предпочтениям, в котором определяются наиболее близкие требованиям ТТЗ варианты проектных альтернатив по критерию подобия.

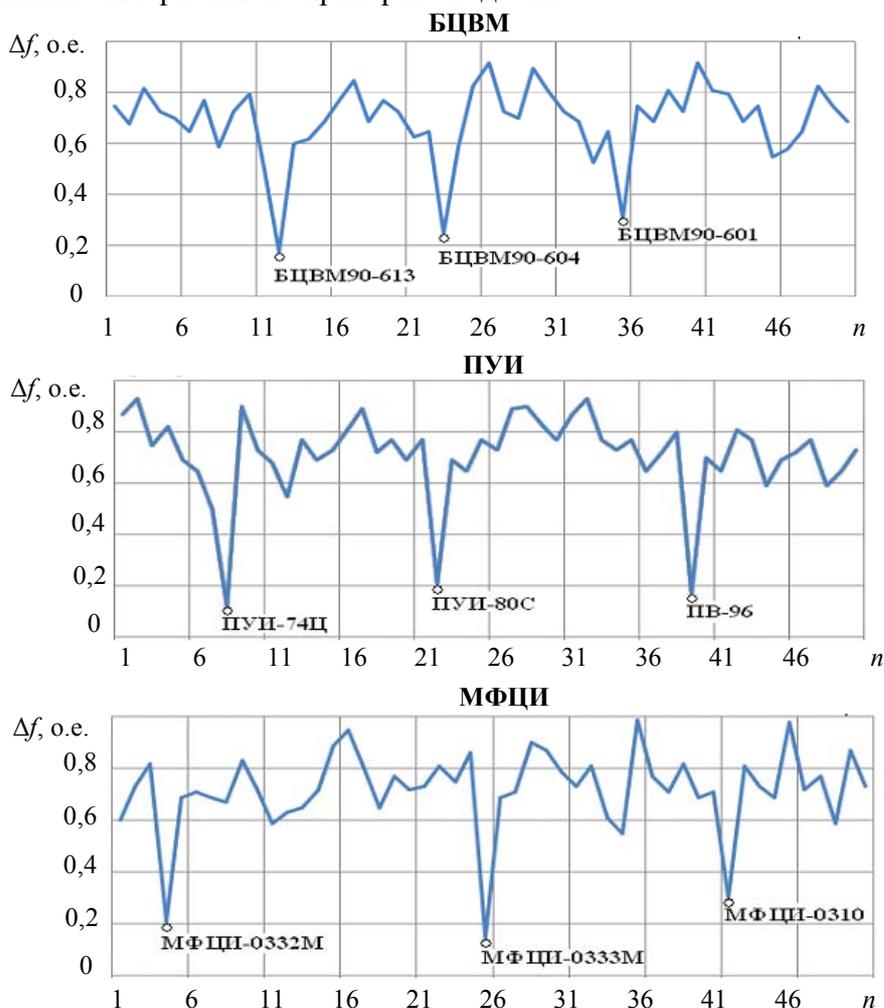


Рис. 3

**Заключение.** Множество технико-экономических показателей БРЭО как объекта проектирования составляют два вида векторов: существенно значимых (релевантных) и

второстепенных параметров. Функция принадлежности каждого параметра определяется целью проектирования.

Множество релевантных параметров проекта образуют систему координат, в которой вектор релевантных параметров объекта проектирования формирует во времени годограф. Мера близости годографа релевантных параметров и требований ТТЗ в выбранной системе координат определяет показатель подобия текущего проектного решения заданному.

Методология проектирования БРЭО рассматривается как оптимизационная проблема поиска экстремума с показателем подобия в качестве целевой функции. Оптимизация проводится в пространстве релевантных параметров. Поиск экстремума осуществляется по методу наименьших квадратов с применением метода неопределенных множителей Лагранжа.

Важнейшей проблемой автоматизации процесса разработки БРЭО является формализация механизмов генерации проектных альтернатив.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Божко А. Н., Толпаров А. Ч. Структурный синтез на элементах с ограниченной сочетаемостью [Электронный ресурс]: <<http://www.techno.edu.ru:16001/db/msg/13845.html>>.
2. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.
3. Губанов В. С. Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астронометрии. СПб: Наука, 1997. 318 с.
4. Перегудов Ф. И., Тарасенко Ф. П. Введение в системный анализ: Учеб. для вузов. М.: Высшая школа, 1989. 367 с.
5. Курочкин С. А. Методология проектирования информационно-измерительных систем тренажеров подвижных наземных объектов. Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Тула, 2007. 40 с.
6. Чебраков Ю. В. Теория оценивания параметров в измерительных экспериментах. СПб: СПбГУ, 1997. 300 с.

#### *Сведения об авторах*

- Юрий Арменакович Гатчин** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования компьютерных систем; E-mail: [gatchin@ifmo.ru](mailto:gatchin@ifmo.ru)
- Борис Викторович Видин** — канд. техн. наук, профессор; ФГУП СПб ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова; зам. главного конструктора; E-mail: [postmaster@elavt.spb.ru](mailto:postmaster@elavt.spb.ru)
- Игорь Олегович Жаринов** — канд. техн. наук, доцент; ФГУП СПб ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова; главный специалист; E-mail: [igor\\_rabota@pisem.net](mailto:igor_rabota@pisem.net)
- Олег Олегович Жаринов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра вычислительных и электронных систем; E-mail: [zharinov@hotbox.ru](mailto:zharinov@hotbox.ru)

Рекомендована кафедрой  
проектирования компьютерных систем

Поступила в редакцию  
18.01.10 г.

Л. В. ГОРТИНСКАЯ, Е. С. ДЕРНОВА, Д. Н. МОЛДОВЯН, П. А. МОЛДОВЯНУ

## ПОСТРОЕНИЕ КОНЕЧНЫХ ГРУПП ВЕКТОРОВ ДЛЯ СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ

Рассматривается задача построения конечных коммутативных и некоммутативных групп  $m$ -размерных векторов, содержащих подгруппы простого порядка большого размера, а также построения алгоритмов цифровой подписи на их основе.

**Ключевые слова:** конечные группы  $m$ -размерных векторов, электронная цифровая подпись, криптографические алгоритмы.

**Введение.** Для придания юридической силы электронным документам применяется электронная цифровая подпись (ЭЦП). Алгоритмы, используемые при создании ЭЦП, основаны на вычислительно сложных задачах с применением конечных алгебраических структур с ассоциативной операцией [1, 2]. При построении схем ЭЦП наиболее часто используется задача дискретного логарифмирования (ЗДЛ) в мультипликативных группах большого простого порядка, содержащихся в конечных простых полях Галуа порядка  $p$ ,  $GF(p)$ , или расширенных —  $GF(p^m)$ . При этом в качестве простого поля  $GF(p)$  используется кольцо  $\mathbf{Z}_p$ , где  $p$  — простое число большого размера, а в качестве расширенного  $GF(p^m)$  — конечные поля многочленов ( $m$  — натуральное число). Для обоих типов полей были предложены методы решения ЗДЛ, имеющие субэкспоненциальную сложность, в соответствии с ними для обеспечения достаточной стойкости алгоритмов ЭЦП требуется использовать поля  $GF(p)$  и  $GF(p^m)$  размером порядка 1024 бит и более, что ограничивает производительность процедур.

Более высокую производительность обеспечивают алгоритмы ЭЦП, основанные на применении конечных групп точек эллиптической кривой (ЭК), групповой операцией в которых является операция сложения (композиции) точек. Для решения ЗДЛ на эллиптической кривой известны только методы, имеющие экспоненциальную сложность, благодаря чему возможно использовать ЭК с точкой  $(x, y)$ , длина  $x$ — $y$  лежит в пределах 160—320 бит. Однако возрастание производительности в случае применения ЭК ограничено тем, что операция композиции точек в качестве составного элемента включает вычисление обратных значений в конечном поле, над которым задана ЭК [3—5].

Недавно в качестве примитивов алгоритмов ЭЦП были предложены конечные коммутативные группы и поля, формируемые в векторных пространствах, в которых определяется специальная операция умножения [6]. В этой работе показано, что при соответствующих параметрах конечное векторное пространство является конечным полем, содержащим подгруппы достаточного простого порядка, размер которого близок к размеру порядка группы. Однако вопрос формирования нециклических подгрупп векторов, содержащих подгруппы большого простого порядка, остался открытым. Также не был рассмотрен вопрос формирования некоммутативных конечных групп векторов, представляющих интерес для синтеза алгоритмов ЭЦП.

В настоящей работе рассматривается построение нециклических групп векторов, содержащих подгруппы большого простого порядка, а также некоммутативных конечных групп векторов. Интерес к конечным группам векторов обусловлен тем, что в них сложность ЗДЛ представляется более высокой, поскольку элементы задачи не могут быть представлены в виде степеней некоторого фиксированного элемента.

**Определение операции умножения в конечном векторном пространстве.** Конечное векторное пространство представляет собой множество элементов (векторов) вида

$ae + bi + \dots + cj$ , где  $a, b, \dots, c$  — координаты, являющиеся элементами конечного простого поля  $GF(p)$ ;  $e, i, \dots, j$  — базисные векторы, которые могут быть представлены также в виде набора координат  $(a, b, \dots, c)$ . Операция сложения векторов может быть представлена следующей формулой:

$$(ae + bi + \dots + cj) + (xe + yi + \dots + zj) = (a + x)e + (b + y)i + \dots + (c + z)j.$$

В настоящей работе рассматривается задача построения мультипликативных групп векторов, различающихся видами операции умножения. Все варианты операции умножения определяются в соответствии с работой [6] по общему правилу умножения каждой компоненты первого вектора-сомножителя на каждую компоненту второго вектора-сомножителя с сохранением в общем случае порядка следования перемноженных компонент. Произведения двух базисных векторов заменяются на вектор  $\gamma v$ , где  $\gamma \in GF(p)$  и  $v \in \{e, i, \dots, j\}$ . Конкретному виду операции умножения свойствен конкретный вид такой подстановки. Формальное представление умножения следующее:

$$(ae + bi + \dots + cj)(xe + yi + \dots + zj) = axee + ayei + \dots + azej + \dots + bxie + byii + \dots + bzij + \dots + cxje + cyji + \dots + czjj,$$

где каждое из произведений  $ee, ei, ej, ie, ii, \dots, ij, \dots, je, ji, \dots, jj$  следует заменить на значение  $\gamma v$ , задаваемое таблицей умножения базисных векторов (ТУБВ). Конкретный вариант этой таблицы определяется конкретным вариантом операции умножения  $m$ -мерных векторов. После выполнения указанной подстановки получается некоторая сумма однокомпонентных векторов. Синтез ТУБВ выполняется таким образом, чтобы операция умножения векторов была ассоциативной и коммутативной для формирования коммутативных групп векторов или некоммутативной — для формирования некоммутативных групп векторов.

**Таблицы умножения базисных векторов.** В данной работе рассматривается построение мультипликативных групп в векторном пространстве, заданном не над  $Z_p$ , а над конечным кольцом  $Z_n$ , где  $n = kp$ ,  $k$  — простое число. При этом операции сложения и умножения координат векторов и коэффициентов растяжения, фигурирующие в определении операции умножения векторов, рассматриваются в кольце  $Z_n$ .

Для случаев  $m = 5$  и  $7$  правила умножения базисных векторов могут быть заданы табл. 1 и 2. Данные ТУБВ определяют для произвольных комбинаций значений коэффициентов растяжения  $\varepsilon, \mu, \tau, \lambda \in Z_n$  операцию умножения, обладающую свойствами ассоциативности и коммутативности.

Таблица 1

Операция умножения	e	i	j	k	u
e	e	i	j	k	u
i	i	$\varepsilon\lambda j$	$\varepsilon\mu k$	$\varepsilon\lambda u$	$\varepsilon\mu\tau e$
j	j	$\varepsilon\mu k$	$\varepsilon\mu u$	$\varepsilon\mu\tau e$	$\mu\tau i$
k	k	$\varepsilon\lambda u$	$\varepsilon\mu\tau e$	$\tau\lambda i$	$\tau\lambda j$
u	u	$\varepsilon\mu\tau e$	$\mu\tau i$	$\tau\lambda j$	$\mu\tau k$

Таблица 2

Операция умножения	e	i	j	k	u	v	w
e	e	i	j	k	u	v	w
i	i	$\lambda\varepsilon j$	$\lambda\varepsilon k$	$\tau\varepsilon u$	$\lambda\varepsilon v$	$\lambda\varepsilon w$	$\tau\lambda\varepsilon\mu e$
j	j	$\lambda\varepsilon k$	$\tau\varepsilon u$	$\tau\varepsilon v$	$\lambda\varepsilon w$	$\tau\lambda\varepsilon\mu e$	$\tau\mu k$
k	k	$\tau\varepsilon u$	$\tau\varepsilon v$	$\tau\varepsilon w$	$\tau\lambda\varepsilon\mu e$	$\tau\mu i$	$\tau\mu j$
u	u	$\lambda\varepsilon v$	$\lambda\varepsilon w$	$\tau\lambda\varepsilon\mu e$	$\lambda\mu v$	$\lambda\mu j$	$\lambda\mu k$
v	v	$\lambda\varepsilon w$	$\tau\lambda\varepsilon\mu e$	$\tau\mu i$	$\lambda\mu j$	$\lambda\mu k$	$\tau\mu u$
w	w	$\tau\lambda\varepsilon\mu e$	$\tau\mu k$	$\tau\mu j$	$\lambda\mu k$	$\tau\mu u$	$\tau\mu v$

**Синтез коммутативных групп, содержащих подгруппы с большим размером простого порядка.** Рассмотрим подмножество  $\{\mathbf{Z}\}$   $m$ -мерных ненулевых векторов, координаты которых являются элементами кольца  $\mathbf{Z}_n$ , где  $n = kp$ ,  $p \gg k$ , причем значение коэффициента при базисном векторе не делится на  $k$ ,  $\mu = \tau - \lambda = 1$ , число  $k$  делит число  $\varepsilon$ . Операцию умножения векторов зададим по общей схеме с использованием табл. 1, 2. Легко видеть, что такая операция умножения, выполняемая над двумя векторами из рассматриваемого подмножества, дает в результате вектор, принадлежащий этому же множеству. Мощность рассматриваемого подмножества равна

$$\#\{\mathbf{Z}\} = p(k-1)(kp)^{m-1},$$

где  $p(k-1)$  — число возможных значений первой координаты, а  $(kp)^{m-1}$  — число возможных комбинаций значений остальных координат. Совокупность всех векторов  $\mathbf{Z}$ , для которых существует обратный вектор  $\mathbf{Z}^{-1}$ , будет образовывать группу, порядок которой равен

$$\Omega = \#\{\mathbf{Z}\} - \#\{\mathbf{N}\},$$

где  $\{\mathbf{N}\}$  — совокупность всех векторов, принадлежащих подмножеству  $\{\mathbf{Z}\}$ , для которых не существует обратных значений. Определим мощность  $\{\mathbf{N}\}$ . Векторы, для которых нет обратных значений, имеют следующий вид:

$$\mathbf{N} = (q_1 p, q_2 p, \dots, q_m p),$$

где  $q_1 \in \{1, 2, \dots, k-1\}$  и  $q_2, q_3, \dots, q_m \in \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$  (нулевой вектор не входит в подмножество  $\{\mathbf{Z}\}$ ). Легко показать, что для таких векторов отсутствуют обратные значения. Действительно, из определенной операции умножения непосредственно вытекает, что у вектора  $\mathbf{V} = \mathbf{N}\mathbf{X}$  для произвольного вектора  $\mathbf{X}$  каждая из координат делится на  $p$ , следовательно,  $\mathbf{V}$  не может быть единичным вектором  $(1, 0, 0, \dots, 0)$ . Число векторов  $\mathbf{N}$  равно  $\#\{\mathbf{N}\} = (k-1)k^{m-1}$ , следовательно, порядок рассматриваемой группы векторов не превышает  $\Omega = p(k-1)(kp)^{m-1} - (k-1)k^{m-1} = (k-1)k^{m-1}(p^m - 1)$ .

Это значение достигается, если  $m$  делит  $p-1$ , а  $\varepsilon$  является невычетом степени  $m$  по модулю  $p$ . Покажем, что это действительно так. Рассмотрим некоторый вектор  $\mathbf{Z} = (a, b, \dots, c)$ , принадлежащий множеству  $\{\mathbf{Z}\}$ . Перейдем от вектора  $\mathbf{Z}$  к вектору  $\mathbf{Z}' = (a', b', \dots, c')$ , где  $a' = a \bmod p$ ,  $b' = b \bmod p$ , ...,  $c' = c \bmod p$ . Вектор  $\mathbf{Z}'$  принадлежит при заданных условиях к векторному полю  $GF(p^m)$  [6]. Поскольку  $\mathbf{Z}' \neq (0, 0, \dots, 0)$ , то в векторном поле  $GF(p^m)$  относительно неизвестного вектора  $\mathbf{X}'$  существует решение уравнения  $\mathbf{Z}'\mathbf{X}' = \mathbf{E}$ , где  $\mathbf{E} = (1, 0, \dots, 0)$ . Координаты вектора  $\mathbf{X}' = (x', y', \dots, z')$  удовлетворяют системе сравнений следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} f_{11}(a', b', \dots, c')x' + f_{12}(a', b', \dots, c')y' + \dots + f_{1m}(a', b', \dots, c')z' &= 1, \\ f_{21}(a', b', \dots, c')x' + f_{22}(a', b', \dots, c')y' + \dots + f_{2m}(a', b', \dots, c')z' &= 0, \\ &\dots \dots \dots \\ f_{m1}(a', b', \dots, c')x' + f_{m2}(a', b', \dots, c')y' + \dots + f_{mm}(a', b', \dots, c')z' &= 0. \end{aligned} \right\}$$

В данной системе коэффициенты  $f_{il}$  при неизвестных  $x', y', \dots, z'$  определяются коэффициентами растяжения и координатами вектора  $\mathbf{Z}'$ . Известно, что если обе части сравнения и модуль делятся на одно и то же целое число, то обе части сравнения и модуль можно разделить на это число, получив в результате эквивалентное сравнение (см. [7], теорема 128). Заменяя в этой системе сравнений  $a'$  на  $a$ ,  $b'$  на  $b$ , ...,  $c'$  на  $c$  и умножив левую и правую части каждого сравнения и модуль на число  $t$ , получим систему сравнений, эквивалентную исходной. В векторном множестве  $\{\mathbf{Z}\}$  полученной системе соответствует векторное уравнение  $\mathbf{Z}\mathbf{X} = \mathbf{E}'$ , где  $\mathbf{E}' = (t, 0, \dots, 0) = t\mathbf{E}$ . Очевидно, что вектор  $\mathbf{X} = (tx', ty', \dots, tz') = t\mathbf{X}'$  является решением последнего уравнения, которое можно представить в виде  $t\mathbf{Z}\mathbf{X}' = t\mathbf{E}$ , откуда следует  $\mathbf{Z}\mathbf{X}' = \mathbf{E}$ , т.е.  $\mathbf{X}'$  является вектором, обратным  $\mathbf{Z}$ . Таким образом, при  $m \mid (p-1)$  и  $\varepsilon$ , являющемся невычетом степени  $m$  по модулю  $p$ , всем векторам множества  $\{\mathbf{Z}\}$ , кроме векторов вида  $\mathbf{N}$ , можно поставить в соответствие единственный обратный вектор, что и требовалось

доказать. Теоретически определенное значение  $\Omega = (t-1)t^{m-1}(p^m - 1)$  подтверждается вычислительным экспериментом.

При простом значении  $m$ , таком, что  $m \mid (p-1)$ , значение  $p$  можно выбрать таким образом, что множитель  $q = m^{-1}(p^{m-1} + p^{m-2} + \dots + p + 1)$ , содержащийся в разложении числа  $p^m - 1$ , будет простым. Некоторые конкретные варианты таких значений  $p$  приведены в табл. 3 (знак „\“ обозначает перенос записи числа на другую строку). Таким образом, построенная нами группа векторов содержит подгруппу простого порядка длиной  $|q|$  в двоичном представлении:  $|q| = (m-1)|p| - |m| \approx (m-1)|p|$ . Для построения алгоритмов ЭЦП требуется использовать подгруппы простого порядка  $q$  размером не менее  $|q| \geq 160$  бит. Для этой цели следует выбрать простое число  $p$  размером  $|p|$  при условии

$$|p| \geq \frac{|q| - |m|}{m-1} \approx \frac{|q|}{m-1} \text{ (бит).}$$

Для синтеза алгоритмов ЭЦП удобно использовать кольца размерностью  $m \in \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ . При выборе конкретных значений  $m$  и  $k$  следует учитывать требования к производительности алгоритмов ЭЦП, вариант реализации и обеспечиваемый уровень стойкости. Для синтеза ТУБВ, соответствующих случаям  $m = 3, 11, 13, 17, 19$ , можно воспользоваться результатами работ [6, 8].

Таблица 3

$m$	$p$	$q = m^{-1}(p^{m-1} + p^{m-2} + \dots + p + 1)$
5	731 347 069 147	286 084 350 321 693 088 102 651 075 474 527 140 170 997 913 161
5	50 676 921 106 512 713	6 595 396 132 044 187 165 178 914 150 733 683 078 979 644 173 924 260 \\ 305 243 710 080 341
7	186 419 693	41 971 136 855 362 349 259 612 655 092 913 923 374 434 953 935 443
11	34 919	2 695 444 645 954 794 709 894 042 480 955 311 929 186 425 401
13	8693	186 245 641 178 891 833 068 301 313 943 899 460 753 528 874 501

**Построение некоммутативных групп векторов.** Некоммутативные группы векторов, заданных над простым полем  $GF(p)$  и имеющих размерность  $m = 4$ , были построены путем задания операции умножения по табл. 4. В построенных группах для произвольных ненулевых значений коэффициентов  $A, B$  и  $C$  максимальное значение порядка векторов равно  $\Omega_{\max} = p(p-1)(p+1)$ .

Таблица 4

Операция умножения	e	i	j	k
e	e	i	j	k
i	i	$-ACe$	$Ak$	$-Cj$
j	j	$-Ak$	$-ABe$	$Bi$
k	k	$Cj$	$-Bi$	$-BCe$

Для синтеза алгоритмов ЭЦП представляет интерес выбор простого числа  $p$ , при котором  $p+1 = 2q$ , а также использование циклической подгруппы порядка  $q$ . Например, при  $p = 87\,049\,239\,434\,461$ ,  $A = 1$ ,  $B = 2$  и  $C = 3$  вектор  $\mathbf{G} = (12\,051\,687\,713\,738, 12\,743\,450\,807\,620, 58\,233\,746\,685\,306, 75\,018\,447\,720\,758)$  имеет простой порядок  $q = 43\,524\,619\,717\,231$ .

**Синтез алгоритмов ЭЦП** на основе циклических подгрупп достаточно большого простого порядка, содержащихся в группах многомерных векторов, может быть выполнен по аналогии с алгоритмами [9, 10], построенными с учетом сложности задачи дискретного логарифмирования в конечном простом поле. Рассмотрим возможный вариант обобщенной схемы ЭЦП, предположим, что в нем используется циклическая группа векторов  $\Gamma$ , имеющая достаточно большой порядок  $q$  ( $|q| \geq 160$  бит). Например, в качестве  $\Gamma$  может быть использована подгруппа максимального простого порядка, содержащаяся в векторной группе, заданной над кольцом  $\mathbf{Z}_n$ , где  $n = kp$ ,  $k = 8693$  и  $p = 50\,676\,921\,106\,512\,713$  (см. табл. 3), или под-

группа порядка  $q$  в некоммутативной группе, построенной в предыдущем разделе. При указанных параметрах кольца  $\mathbf{Z}_n$  в группе векторов содержится подгруппа простого порядка, размер которой превышает 200 бит.

Подписывающий формирует свой открытый ключ  $\mathbf{Y}$  в виде вектора  $\mathbf{Y} = \mathbf{G}^x$ , где  $\mathbf{G}$  — вектор, являющийся генератором группы  $\Gamma$ . Формирование подписи к сообщению  $M$  выполняется следующим образом:

- 1) выбрать случайное число  $k < q$  и вычислить вектор  $\mathbf{R} = \mathbf{G}^k$ ;
- 2) используя некоторую криптографически стойкую хэш-функцию  $F_h$ , вычислить хэш-код  $h$  от сообщения  $M$  с присоединенным к нему вектором  $\mathbf{R}$ :  $h = F_h(M, \mathbf{R})$ . Значение  $h$  будет первым элементом ЭЦП;

- 3) вычислить второй элемент ЭЦП:  $s = xh + t \pmod{q}$ .

Проверка подлинности подписи  $(h, s)$  состоит в следующем:

- 1) вычисляется вектор  $\mathbf{R}' = \mathbf{Y}^{q-h} \mathbf{G}^s$ ;
- 2) вычисляется значение  $h' = F_h(M, \mathbf{R}')$ ;
- 3) сравниваются значения  $h'$  и  $h$ ; если  $h' = h$ , то ЭЦП признается подлинной.

**Заключение.** Построены конечные коммутативные нециклические группы векторов, содержащие подгруппы простого порядка большого размера, и конечные некоммутативные группы, перспективные для применения в алгоритмах ЭЦП и открытого распределения ключей. Для случаев пяти- и семимерных векторов предложены таблицы умножения базисных векторов, содержащие четыре независимых коэффициента растяжения. Особенностью построенных коммутативных групп является то, что координаты векторов являются элементами конечного кольца  $\mathbf{Z}_{kp}$ . При соответствующем выборе конкретных значений  $p$  в нециклической группе содержится подгруппа простого порядка длиной  $(m-1)|p| - |m|$  бит. Некоммутативная группа построена для случая четырехмерных векторов, заданных над простым конечным полем. На основе построенных групп векторов могут быть разработаны алгоритмы ЭЦП, обладающие высокой производительностью.

Для дальнейших исследований интерес представляет разработка некоммутативных групп векторов для случаев  $m = 6, 8$  и  $16$  и синтез криптоалгоритмов с открытым ключом на основе сложности вычисления сопрягающего элемента [11] в некоммутативных конечных группах векторов.

Работа поддержана грантом РФФИ № 08-07-00096-а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Венбо Мао. Современная криптография. Теория и практика. М.—СПб—Киев: Изд. дом „Вильямс“, 2005. 763 с.
2. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке СИ. М.: ТРИУМФ, 2002. 816 с.
3. Болотов А. А., Гашков С. Б., Фролов А. Б., Часовских А. А. Элементарное введение в эллиптическую криптографию. Алгебраические и алгоритмические основы. М.: КомКнига, 2006. 324 с.
4. Болотов А. А., Гашков С. Б., Фролов А. Б. Элементарное введение в эллиптическую криптографию. Протоколы криптографии на эллиптических кривых. М.: КомКнига, 2006. 274 с.
5. Koblitz N. A Course in Number Theory and Cryptography. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 236 p.
6. Молдовян Н.А. Алгоритмы аутентификации информации в АСУ на основе структур в конечных векторных пространствах // Автоматика и телемеханика. 2008. № 12. С. 163—177.
7. Бухштаб А. А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966. 384 с.
8. Молдовян Д. Н., Молдовяну П. А. Задание умножения в полях векторов большой размерности // Вопросы защиты информации. 2008. № 3(82). С. 12—17.
9. Молдовян Н. А. Практикум по криптосистемам с открытым ключом. СПб: БХВ-Петербург, 2007. 298 с.

10. *Menezes A. J., Van Oorschot P. C., and Vanstone S. A.* Handbook of Applied Cryptography. Boca Raton, FL: CRC Press, 1997. 780 p.
11. *Ko K. H., Lee S. J., Cheon J. H., Han J. W., Kang J.-S., Park Ch.* New Public Key Cryptosystems Using Braid Groups // Advances in cryptology — CRYPTO 2000. Proc. Springer-Verlag LNCS. 2000. Vol. 1880. P. 166—183.

**Сведения об авторах**

- Лидия Вячеславовна Гортинская** — Научно-исследовательский институт „Вектор“, Санкт-Петербург; старший научный сотрудник; E-mail: lydia-gort@mail.ru
- Евгения Сергеевна Дернова** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра автоматизированных систем обработки информации и управления; E-mail: evgeshka19@mail.ru
- Дмитрий Николаевич Молдовян** — Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН; младший научный сотрудник; E-mail: mnd.spectr@mail.ru
- Петр Андреевич Молдовяну** — Научно-исследовательский институт „Вектор“, Санкт-Петербург; начальник службы главного метролога; E-mail: nmold@mail.ru

Рекомендована НИИ „Вектор“

Поступила в редакцию  
12.10.09 г.

В. П. СУПРУН, Д. А. ГОРОДЕЦКИЙ

## РЕАЛИЗАЦИЯ БИСИММЕТРИЧЕСКИХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ЛОГИЧЕСКИМИ СХЕМАМИ

Предлагаются новые способы представления бисимметрических булевых функций посредством фундаментальных и полиномиально-однородных симметрических булевых функций. Приводятся эффективные логические схемы, реализующие бисимметрические булевы функции, которые зависят от четырех и пяти переменных.

*Ключевые слова:* бисимметрические булевы функции, фундаментальные симметрические булевы функции, полиномиально-однородные симметрические булевы функции, логические схемы.

**Введение.** При проектировании вычислительных устройств возникает задача реализации на одном логическом модуле всех булевых функций, принадлежащих определенному классу, в качестве которого часто используется класс симметрических булевых функций или некоторые его подклассы. Интерес к симметрическим булевым функциям (или функциям, обладающим свойством частичной симметрии переменных) объясняется тем, что такими булевыми функциями описываются структура и поведение многих типовых устройств вычислительной техники [1]. Например,  $n$ -входовый одноразрядный сумматор,  $n$ -операндный сумматор по модулю  $P$ , схема контроля четности (нечетности).

К настоящему времени задача вычисления (реализации) на одном логическом модуле произвольных симметрических булевых функций практически решена [2—4]. Также получены результаты по реализации на одном логическом модуле фундаментальных [5] и полиномиально-однородных [6] симметрических булевых функций, частично симметрических булевых функций [7]. Кроме того, многие устройства, разработанные одним из авторов, защищены Патентами на изобретение Республики Беларусь (см. Патенты № 1433, 1587, 2117, 2118, 2119, 2377, 2793, 2990, 5171, 5173, 5174, 5178, 5179, 5838, 5938, 6995, 7592, 7947, 8421, 8566, 8619, 8859, 8973, 9051, 9147, 10216, 10219, 10549, 11024, 11027, 11028, 11275, 11785).

В настоящей статье приводятся новые аналитические представления бисимметрических булевых функций  $n$  переменных. На основе применения приведенных здесь аналитических представлений предлагаются логические схемы устройств, предназначенных для вычисления бисимметрических булевых функций, которые зависят от четырех и пяти переменных.

**Основные понятия и определения.** Произвольная симметрическая булева функция  $n$  переменных  $F(X) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  характеризуется множеством рабочих чисел  $A(F) = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ . Функция  $F$  принимает единичные значения на тех и только тех наборах

значений  $n$  переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые содержат ровно  $a_i$  единиц, где  $0 \leq a_i \leq n$ ,  $0 \leq i \leq r$  и  $0 \leq r \leq n+1$ . Такая функция  $F$  обозначается как  $F = F_n^{a_1, a_2, \dots, a_r}(X)$ .

Если  $r=1$ , то функция  $F = F_n^a(X)$  называется *фундаментальной* (или элементарной) симметрической булевой функцией.

Симметрическая булева функция  $n$  переменных  $F = F(X)$  называется *полиномиально-однородной*, если ее полином Жегалкина содержит (все) элементарные конъюнкции, ранг которых равен  $k$ , где  $0 \leq k \leq n$ . Полиномиально-однородные симметрические функции обозначаются через  $E_n^k = E_n^k(X)$ . Из определения следует, что  $E_n^0 = 1$ ,  $E_n^1 = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$ ,  $E_n^2 = x_1 x_2 \oplus \dots \oplus x_1 x_n \oplus \dots \oplus x_{n-1} x_n$ , ...,  $E_n^n = x_1 x_2 \dots x_n$ .

Произвольная симметрическая булева функция  $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  взаимно однозначно представляется  $(n+1)$ -разрядным (локальным) двоичным кодом  $\pi(F) = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_n)$ , где  $\pi_i$  — значение функции  $F$  на (любом) наборе значений  $n$  переменных, содержащем  $i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) единиц. Иначе,  $\pi_i = 1$  тогда и только тогда, когда  $i$  — рабочее число функции  $F$ .

Известно, что отношение частичной симметрии переменных произвольной булевой функции  $F = F(X)$  разбивает (единственным образом) множество ее переменных  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  на классы симметрии  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , где  $1 \leq k \leq n$ . Если  $k=1$ , то функция  $F$  является (полностью) симметрической; если  $k=2$ , то  $F$  — *бисимметрическая* булева функция; если  $k=n$ , то функция  $F$  не обладает свойством частичной симметрии переменных. Если  $3 \leq k \leq n-1$ , то функция  $F(X) = F(X_1, X_2, \dots, X_k)$  называется *частично симметрической* (или полисимметрической).

Булеву функцию  $F = F(X_1, X_2)$ , где  $X_1 = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}$ ,  $X_2 = \{x_{r+1}, x_{r+2}, \dots, x_n\}$ , при  $n \geq 4$  и  $2 \leq r \leq n-2$ , будем называть бисимметрической булевой функцией типа „ $r, n-r$ “.

Обозначим через  $\mathfrak{R}(n)$  и  $\mathfrak{R}(r, n-r)$  устройства, реализующие на своем единственном выходе (при соответствующей настройке) симметрическую булеву функцию  $n$  переменных  $F = F(X)$  и бисимметрическую булеву функцию  $F = F(X_1, X_2)$  типа „ $r, n-r$ “ соответственно.

Конструктивная сложность  $l(\mathfrak{R}(n))$  и  $l(\mathfrak{R}(r, n-r))$  устройств  $\mathfrak{R}(n)$  и  $\mathfrak{R}(r, n-r)$  определяется как суммарное число входов логических элементов, содержащихся в соответствующих логических схемах. Под глубиной логических схем  $g(\mathfrak{R}(n))$  и  $g(\mathfrak{R}(r, n-r))$ , как обычно, понимается максимальное число элементов схемы, через которые сигнал распространяется от ее входных полюсов к выходному.

При разработке эффективных методов синтеза логических схем устройств  $\mathfrak{R}(n)$  и  $\mathfrak{R}(r, n-r)$  необходимо стремиться к построению схем, оптимальных как по сложности, так и по глубине. Такая задача является весьма сложной и поэтому любые результаты, полученные в этом направлении, представляют определенный интерес для теории и практики проектирования устройств вычислительной техники.

**Аналитические представления функций  $F = F(X_1, X_2)$ .** В работе [8] приведено аналитическое представление бисимметрической булевой функции типа „ $r, n-r$ “ следующего вида:

$$F(X_1, X_2) = \bigvee_{j=0}^{r^*-1} \omega_j F_r^{j_1}(X_1) F_{n-r}^{j_2}(X_2), \quad (1)$$

где  $\omega_j \in \{0, 1\}$ ;  $F_r^{j_1}(X_1)$  — фундаментальная симметрическая булева функция, зависящая от  $r$  переменных множества  $X_1$ , рабочее число которой равно  $j_1$  (функция  $F_{n-r}^{j_2}(X_2)$  определяется аналогичным образом);  $r^* = (r+1)(n-r+1)$ ;  $j = j_1(n-r+1) + j_2$  и  $0 \leq j_1 \leq r, 0 \leq j_2 \leq n-r$ .

Из формулы (1) следует, что бисимметрическая булева функция  $F = F(X_1, X_2)$  взаимно однозначно задается посредством  $r^*$ -разрядного двоичного вектора  $\omega(F) = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{r^*-1})$ . Отсюда следует, что число различных бисимметрических булевых функций типа „ $r, n-r$ “ равно  $2^{(r+1)(n-r+1)}$ .

Если к функции  $F = F(X_1, X_2)$  применить формулу дизъюнктивного разложения по переменным  $x_1, x_2, \dots, x_r$ , то с учетом того, что функция  $F = F(X_1, X_2)$  является симметрической относительно каждого из множеств переменных  $X_1$  и  $X_2$  в отдельности, получим

$$F(X_1, X_2) = F_r^0(X_1)G_0(X_2) \vee F_r^1(X_1)G_1(X_2) \vee \dots \vee F_r^r(X_1)G_r(X_2), \quad (2)$$

где  $F_r^0(X_1), F_r^1(X_1), \dots, F_r^r(X_1)$  — фундаментальные симметрические булевы функции  $r$  переменных множества  $X_1$ ;  $G_0(X_2), G_1(X_2), \dots, G_r(X_2)$  — некоторые симметрические булевы функции, зависящие от  $n-r$  переменных множества  $X_2$ . Непосредственно из формулы (2) следует, что  $\omega(F) = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{r^*-1}) = (\pi(G_0), \pi(G_1), \dots, \pi(G_r))$ , где  $\pi(G_i)$  — локальный двоичный код симметрической булевой функции  $n-r$  переменных  $G_i = G_i(X_2)$  и  $i = 0, 1, \dots, r$ .

Принимая во внимание формулу (2), можно сделать вывод о том, что существует логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(r, n-r)$ , состоящая из фундаментального симметрического многополюсника на  $r$  входов (устройства, предназначенного для одновременной реализации всех  $r+1$  фундаментальных симметрических булевых функций  $F_r^0(X_1), F_r^1(X_1), \dots, F_r^r(X_1)$ , зависящих от  $r$  переменных),  $r+1$  устройств для вычисления симметрических булевых функций  $n-r$  переменных  $G_0(X_2), G_1(X_2), \dots, G_r(X_2)$ ,  $r+1$  двухвходовых элементов И и одного  $(r+1)$ -входового элемента ИЛИ.

Для построения более эффективной (с точки зрения оптимизации конструктивной сложности) логической схемы  $\mathfrak{R}(r, n-r)$  необходимо преобразовать формулу (2), используя для этого следующие логические равносильности: если  $ab = 0$ , то  $a \vee b = a \oplus b$ ;  $\bar{a} = a \oplus 1$  и  $a(b \oplus c) = ab \oplus ac$ , где  $a, b, c \in \{0, 1\}$ .

Тогда после несложных преобразований из формулы (2) получаем

$$F(X_1, X_2) = E_r^0(X_1)H_0(X_2) \oplus E_r^1(X_1)H_1(X_2) \oplus \dots \oplus E_r^r(X_1)H_r(X_2), \quad (3)$$

где  $E_r^0(X_1), E_r^1(X_1), \dots, E_r^r(X_1)$  — полиномиально-однородные симметрические булевы функции  $r$  переменных множества  $X_1$ ;  $H_0(X_2), H_1(X_2), \dots, H_r(X_2)$  — симметрические булевы функции  $n-r$  переменных множества  $X_2$ , которые зависят от функций  $G_0(X_2), G_1(X_2), \dots, G_r(X_2)$ .

Для установления зависимости функций  $H_0(X_2), H_1(X_2), \dots, H_r(X_2)$  от  $G_0(X_2), G_1(X_2), \dots, G_r(X_2)$  введем в рассмотрение два  $2^m$ -разрядных вектора-столбца  $g_m, h_m$  и  $(2^m \times 2^m)$ -матрицу трансформации  $S_m$ , где значение  $m$  вычисляется из двойного неравенства  $2^{m-1} < r+1 \leq 2^m$ .

Будем считать, что  $g_m = (G_0, G_1, \dots, G_r, 0, \dots, 0)$  и  $h_m = (H_0, H_1, \dots, H_r, 0, \dots, 0)$ , а матрицу трансформации  $S_m$  определим рекурсивным образом:  $S_0 = [1]$  и  $S_j = \begin{bmatrix} S_{j-1} & 0 \\ S_{j-1} & S_{j-1} \end{bmatrix}$ , где  $j = 1, 2, \dots, m$ . Тогда зависимость векторов  $g_m$  и  $h_m$  друг от друга выражается векторно-матричным уравнением  $S_m \otimes g_m = h_m$ , где через символ  $\otimes$  обозначена операция сложения по модулю два элементарных конъюнкций.

**Пример 1.** Пусть  $r = 7$ , тогда  $m = 3$  и уравнение  $S_3 \otimes g_3 = h_3$  принимает вид

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \\ G_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ H_7 \end{bmatrix}.$$

Отсюда следует система логических уравнений, которая представляет собой зависимость функций  $H_0(X_2), H_1(X_2), \dots, H_r(X_2)$  от  $G_0(X_2), G_1(X_2), \dots, G_r(X_2)$ :

$$\left. \begin{aligned} G_0(X_2) &= H_0(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_1(X_2) &= H_1(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_2(X_2) &= H_2(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_1(X_2) \oplus G_2(X_2) \oplus G_3(X_2) &= H_3(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_4(X_2) &= H_4(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_1(X_2) \oplus G_4(X_2) \oplus G_5(X_2) &= H_5(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_2(X_2) \oplus G_4(X_2) \oplus G_6(X_2) &= H_6(X_2), \\ G_0(X_2) \oplus G_1(X_2) \oplus \dots \oplus G_7(X_2) &= H_7(X_2). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Следует отметить, что локальные коды симметрических булевых функций  $H_0(X_2), H_1(X_2), \dots, H_r(X_2)$  и  $G_0(X_2), G_1(X_2), \dots, G_r(X_2)$  при условии, что  $2^{m-1} < r+1 \leq 2^m$ , связаны между собой таким же образом, как и сами функции.

**Логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(2)$ .** Из представления функции  $F = F(X_1, X_2)$  посредством формулы (3) следует, что для построения эффективных логических схем устройств  $\mathfrak{R}(2, 2)$  и  $\mathfrak{R}(3, 2)$  необходимо иметь оптимальную (в определенном смысле) логическую схему устройства  $\mathfrak{R}(2)$ , которое предназначено для вычисления (реализации) произвольных симметрических функций  $F$ , зависящих от двух переменных  $z_1$  и  $z_2$ .

На рис. 1 приведена логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(2)$ , синтезированная эвристическим способом. Устройство  $\mathfrak{R}(2)$  имеет три входа, на которые подается двоичный вектор настройки  $u(F) = (u_0, u_1, u_2)$ , значения разрядов которого определяются с помощью таблицы настройки.

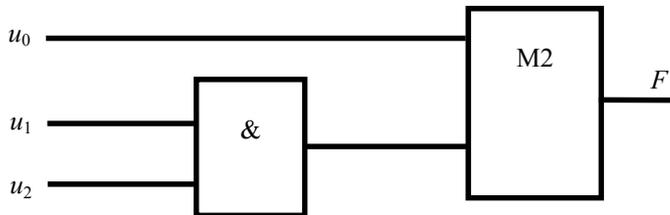


Рис. 1

Сигналы настройки			Выход
$u_0$	$u_1$	$u_2$	$\pi(F)$
0	0	0	0 0 0
0	$z_1$	$z_2$	0 0 1
$z_1$	$z_2$	1	0 1 0
1	$\bar{z}_1$	$\bar{z}_2$	0 1 1
0	$\bar{z}_1$	$\bar{z}_2$	1 0 0
$\bar{z}_1$	$z_2$	1	1 0 1
1	$z_1$	$z_2$	1 1 0
1	0	0	1 1 1

Сложность и глубина устройства  $\mathfrak{R}(2)$  равны  $l(\mathfrak{R}(2)) = 3$  и  $g(\mathfrak{R}(2)) = 2$ . Логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(2)$ , приведенная на рис. 1, является наиболее простой из всех существующих аналогов.

**Логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$ .** Для бисимметрической булевой функции  $F = F(X_1, X_2)$ , где  $X_1 = \{x_1, x_2\}$  и  $X_2 = \{x_3, x_4\}$ , формула (3) принимает вид

$$F(X_1, X_2) = E_2^0(x_1, x_2)H_0(x_3, x_4) \oplus E_2^1(x_1, x_2)H_1(x_3, x_4) \oplus E_2^2(x_1, x_2)H_2(x_3, x_4)$$

или

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = H_0(x_3, x_4) \oplus (x_1 \oplus x_2)H_1(x_3, x_4) \oplus x_1x_2H_2(x_3, x_4). \quad (5)$$

Из системы уравнений (4) следует, что для формулы (5) справедливы следующие соотношения:  $\pi(H_0) = \pi(G_0)$ ,  $\pi(H_1) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_1)$  и  $\pi(H_2) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_2)$ .

На рис. 2 приведена логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$ , которая синтезирована на основе применения формулы (5) с использованием схемы  $\mathfrak{R}(2)$  (см. рис. 1). При этом логическая схема  $\mathfrak{R}(2)$  была использована трижды.

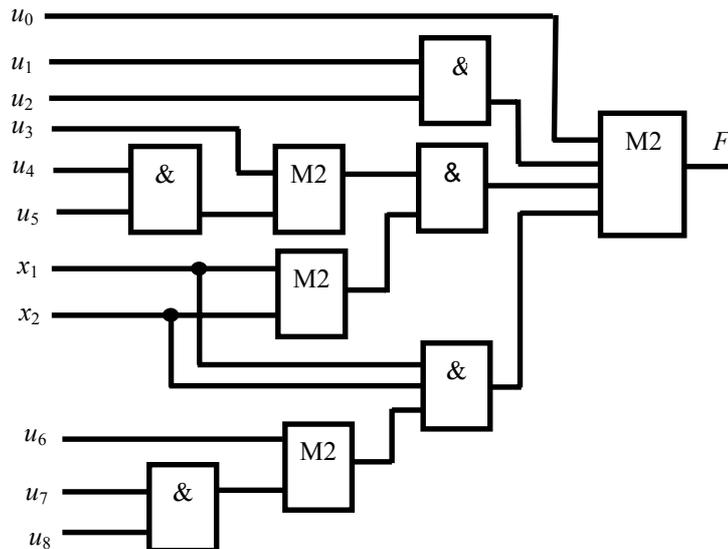


Рис. 2

Поясним метод построения вектора  $u(F) = (u_0, u_1, \dots, u_8)$  — вектора настройки устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$  на вычисление заданной функции  $F = F(X_1, X_2)$ .

С помощью локального кода  $\pi(H_0)$  из таблицы получаем значения первых трех разрядов  $u_0, u_1, u_2$  вектора  $u(F)$ . Естественно, что при этом необходимо заменить переменные  $z_1$  и  $z_2$  на переменные  $x_3$  и  $x_4$  соответственно.

Далее с помощью локальных кодов  $\pi(H_1)$  и  $\pi(H_2)$  из таблицы получаем значения остальных разрядов  $u_3, u_4, u_5$  и  $u_6, u_7, u_8$  вектора настройки  $u(F)$ .

**Пример 2.** Предположим, что на выходе устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$  (см. рис. 2) требуется реализовать бисимметрическую булеву функцию

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} (x_3 \oplus x_4) \vee (x_1 \vee x_2) x_3 x_4.$$

Так как

$$F = \overline{x_1} \overline{x_2} (\overline{x_3} x_4 \vee x_3 \overline{x_4}) \vee (\overline{x_1} x_2 \vee x_1 \overline{x_2}) x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4,$$

то

$$F = \overline{x_1} \overline{x_2} G_0(x_3, x_4) \vee (\overline{x_1} x_2 \vee x_1 \overline{x_2}) G_1(x_3, x_4) \vee x_1 x_2 G_2(x_3, x_4),$$

где  $\pi(G_0) = (0, 1, 0)$  и  $\pi(G_1) = \pi(G_2) = (0, 0, 1)$ .

Отсюда следует, что двоичный код бисимметрической булевой функции  $F = F(X_1, X_2)$  равен  $\omega(F) = (\pi(G_0), \pi(G_1), \pi(G_2)) = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$ .

Из системы уравнений (4) получаем  $\pi(H_0) = \pi(G_0)$ ,  $\pi(H_1) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_1)$  и  $\pi(H_2) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_2)$ . Так как  $\pi(G_0) = (0, 1, 0)$  и  $\pi(G_1) = \pi(G_2) = (0, 0, 1)$ , то  $\pi(H_0) = (0, 1, 0)$ ,  $\pi(H_1) = (0, 1, 1)$  и  $\pi(H_2) = (0, 1, 1)$ .

Принимая во внимание описанную выше процедуру построения вектора настройки  $u(F)$ , получаем  $u_0 = x_3$ ,  $u_1 = x_4$ ,  $u_2 = 1$ ,  $u_3 = 1$ ,  $u_4 = \overline{x_3}$ ,  $u_5 = \overline{x_4}$ ,  $u_6 = 1$ ,  $u_7 = \overline{x_3}$  и  $u_8 = \overline{x_4}$ .

Первообразная функция устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$  имеет вид

$$F(x_1, x_2, u_0, u_1, \dots, u_8) = u_0 \oplus u_1 u_2 \oplus (x_1 \oplus x_2)(u_3 \oplus u_4 u_5) \oplus x_1 x_2 (u_6 \oplus u_7 u_8).$$

Сложность и глубина логической схемы устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$  составляют  $l(\mathfrak{R}(2, 2)) = 21$  и  $g(\mathfrak{R}(2, 2)) = 4$ . Кроме того, число внешних выводов схемы равно 12. Отметим, что приведенная выше логическая схема  $\mathfrak{R}(2, 2)$  предназначена для реализации любой из 512 бисимметрических булевых функций типа „2, 2“.

**Логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$ .** Формула (3) применительно к бисимметрической булевой функции  $F = F(X_1, X_2)$ , у которой  $X_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$  и  $X_2 = \{x_4, x_5\}$ , принимает вид

$$F(X_1, X_2) = E_3^0(X_1)H_0(X_2) \oplus E_3^1(X_1)H_1(X_2) \oplus E_3^2(X_1)H_2(X_2) \oplus E_3^3(X_1)H_3(X_2)$$

или

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = H_0(x_4, x_5) \oplus (x_1 \oplus x_2 \oplus x_3)H_1(x_4, x_5) \oplus \\ \oplus (x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3)H_2(x_4, x_5) \oplus x_1 x_2 x_3 H_3(x_4, x_5). \quad (6)$$

Из системы (4) получаем  $\pi(H_0) = \pi(G_0)$ ,  $\pi(H_1) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_1)$ ,  $\pi(H_2) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_2)$  и  $\pi(H_3) = \pi(G_0) \oplus \pi(G_1) \oplus \pi(G_2) \oplus \pi(G_3)$ .

Логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$ , синтезированная на основе применения формулы (6), приведена на рис. 3. Причем при ее построении была использована (четыре раза) логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(2)$ .

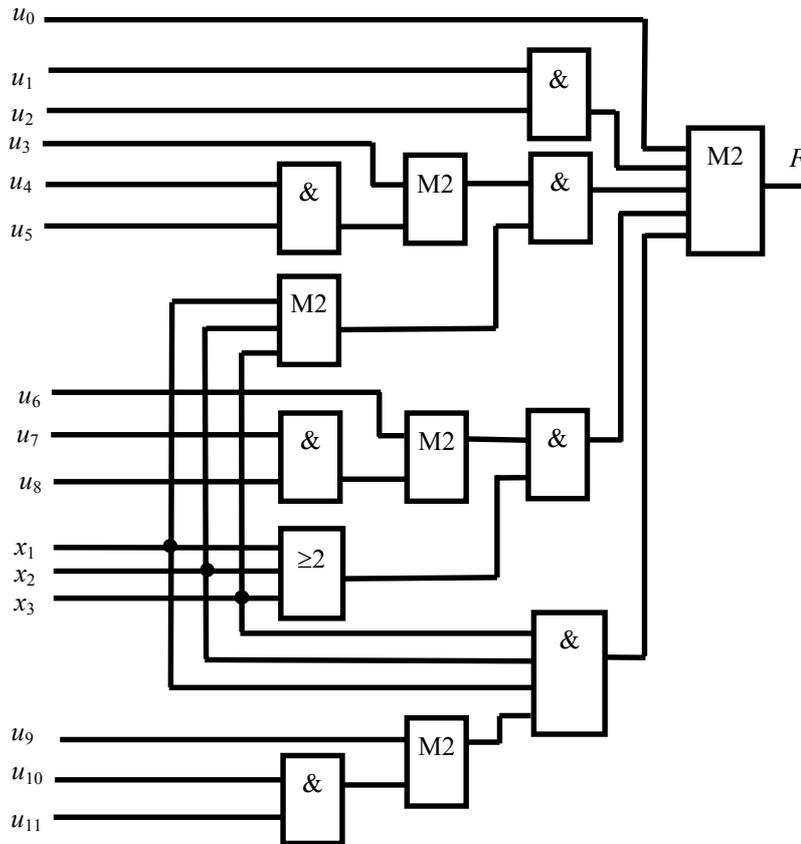


Рис. 3

Настройка устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$  осуществляется по аналогии с настройкой устройства  $\mathfrak{R}(2, 2)$ , рассмотренной в предыдущем разделе. Однако при построении вектора настройки  $u(F) = (u_0, u_1, \dots, u_{11})$  необходимо четыре раза обратиться к таблице.

Первообразная функция логической схемы устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$ , приведенной на рис. 3, имеет вид

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, u_0, u_1, \dots, u_{11}) = u_0 \oplus u_1 u_2 \oplus (x_1 \oplus x_2 \oplus x_3)(u_3 \oplus u_4 u_5) \oplus \\ \oplus (x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3)(u_6 \oplus u_7 u_8) \oplus x_1 x_2 x_3 (u_9 \oplus u_{10} u_{11}).$$

**Пример 3.** Предположим, что на выходе устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$  требуется реализовать бисимметрическую булеву функцию

$$F(X_1, X_2) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} (x_4 \vee x_5) \vee (x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3) x_4 x_5,$$

где  $X_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$  и  $X_2 = \{x_4, x_5\}$ .

Так как

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} (x_4 \vee x_5) \vee (\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3}) 0 \vee \\ \vee (\overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_2 \overline{x_3}) x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 x_5,$$

то

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = F_3^0(x_1, x_2, x_3) G_0(x_4, x_5) \vee F_3^1(x_1, x_2, x_3) G_1(x_4, x_5) \vee \\ \vee F_3^2(x_1, x_2, x_3) G_2(x_4, x_5) \vee F_3^3(x_1, x_2, x_3) G_3(x_4, x_5),$$

где  $\pi(G_0)=(0,1,1)$ ,  $\pi(G_1)=(0,0,0)$  и  $\pi(G_2)=\pi(G_3)=(0,0,1)$ .

Двоичный код  $\omega(F)$  бисимметрической булевой функции  $F = F(X_1, X_2)$  равен  $\omega(F)=(\pi(G_0), \pi(G_1), \pi(G_2), \pi(G_3))=(0,1,1,0,0,0,0,1,0,0,1)$ .

Принимая во внимание систему уравнений (4), вычисляем локальные коды симметрических булевых функций  $H_0(x_4, x_5)$ ,  $H_1(x_4, x_5)$ ,  $H_2(x_4, x_5)$ ,  $H_3(x_4, x_5)$ , входящих в разложение (6), согласно следующим формулам:

$$\begin{aligned} H_0(x_4, x_5) &= G_0(x_4, x_5), \quad H_1(x_4, x_5) = G_0(x_4, x_5) \oplus G_1(x_4, x_5), \\ H_2(x_4, x_5) &= G_0(x_4, x_5) \oplus G_2(x_4, x_5), \\ H_3(x_4, x_5) &= G_0(x_4, x_5) \oplus G_1(x_4, x_5) \oplus G_2(x_4, x_5) \oplus G_3(x_4, x_5). \end{aligned}$$

Так как здесь  $\pi(G_0)=(0,1,1)$ ,  $\pi(G_1)=(0,0,0)$ ,  $\pi(G_2)=\pi(G_3)=(0,0,1)$ , то  $\pi(H_0)=(0,1,1)$ ,  $\pi(H_1)=(0,1,1)$ ,  $\pi(H_2)=(0,1,0)$  и  $\pi(H_3)=(0,1,1)$ .

Из таблицы настроек устройства  $\mathfrak{R}(2)$  применительно к симметрическим булевым функциям  $\overline{H_0} = \overline{H_0(x_4, x_5)}$ ,  $\overline{H_1} = \overline{H_1(x_4, x_5)}$ ,  $\overline{H_2} = \overline{H_2(x_4, x_5)}$ ,  $\overline{H_3} = \overline{H_3(x_4, x_5)}$ , получаем  $u_0 = 1$ ,  $u_1 = x_4$ ,  $u_2 = x_5$ ,  $u_3 = 1$ ,  $u_4 = x_4$ ,  $u_5 = x_5$ ,  $u_6 = x_4$ ,  $u_7 = x_5$ ,  $u_8 = 1$ ,  $u_9 = 1$ ,  $u_{10} = x_4$  и  $u_{11} = x_5$ .

Логическая схема устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$ , приведенная на рис. 3, имеет сложность  $l(\mathfrak{R}(3, 2))=33$ , глубину  $g(\mathfrak{R}(3, 2))=4$  и 16 внешних выводов (3 информационных и 12 настроечных входов, а также выход).

С помощью логической схемы устройства  $\mathfrak{R}(3, 2)$  при соответствующей настройке можно реализовать любую из 4096 бисимметрических булевых функций  $F = F(X_1, X_2)$ , где  $X_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$  и  $X_2 = \{x_4, x_5\}$ .

**Заключение.** В настоящей работе приводятся логические схемы устройств  $\mathfrak{R}(2)$ ,  $\mathfrak{R}(2, 2)$  и  $\mathfrak{R}(3, 2)$ , которые выгодно отличаются от всех существующих аналогов по конструктивной сложности, глубине и числу внешних выводов. В частности, они превосходят по всем параметрам логическую схему устройства  $\mathfrak{R}(r, n-r)$ , описанную в работе [8].

Для построения логических схем устройств  $\mathfrak{R}(r, n-r)$ , где  $n-r \geq 3$ , требуется разработать (а затем использовать) эффективные логические схемы устройства  $\mathfrak{R}(n-r)$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М.: Наука, 1969. 576 с.
2. Авгуль Л. Б., Супрун В. П. Синтез быстродействующих логических схем методом каскадов // Изв. вузов. Приборостроение. 1993. Т. 36, № 3. С. 31—36.
3. Авгуль Л. Б., Супрун В. П. Синтез схем симметрических булевых функций в базисе линейной и монотонных функций // Там же. 1995. Т. 38, № 11—12. С. 33—36.
4. Супрун В. П., Седун А. М. Реализация симметрических булевых функций логическими схемами // Там же. 1998. Т. 41, № 9. С. 32—38.
5. Супрун В. П., Седун А. М. Схемная реализация фундаментальных симметрических булевых функций посредством логических устройств со сложной настройкой // Мат. IV Междунар. конф. „Автоматизация проектирования дискретных систем“. Минск, 2001. Т. 2. С. 86—91.
6. Супрун В. П. Синтез логических устройств для вычисления полиномиально-однородных симметрических булевых функций // Мат. VI Междунар. конф. „Автоматизация проектирования дискретных систем“. Минск, 2001. Т. 2. С. 146—153.

7. Супрун В. П., Седун А. М. Схемная реализация частично симметрических булевых функций // „Логическое проектирование“. ИТК НАН Беларуси. 2000. Вып. 5. С. 29—37.
8. Супрун В. П., Седун А. М. Синтез устройства для вычисления бисимметрических булевых функций // Там же. 1998. Вып. 3. С. 69—77.

**Сведения об авторах**

- Валерий Павлович Супрун** — канд. техн. наук, доцент; Белорусский государственный университет, кафедра уравнений математической физики, Минск;  
E-mail: [suprun@bsu.by](mailto:suprun@bsu.by)
- Данила Андреевич Городецкий** — аспирант; Белорусский государственный университет, кафедра уравнений математической физики, Минск;  
E-mail: [danila.gorodecky@gmail.com](mailto:danila.gorodecky@gmail.com)

Рекомендована кафедрой  
уравнений математической физики

Поступила в редакцию  
09.11.09 г.

УДК 621.391

Ю. А. НИКИТИН

**АНАЛИЗ КОНЕЧНОГО АВТОМАТА ДЛЯ СИНТЕЗА ЧАСТОТ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО АРГУМЕНТА**

Предложена математическая модель для анализа двух- и многоуровневых импульсных последовательностей на выходе конечного автомата (КА), выполненного в виде накапливающего сумматора или счетчика импульсов. С помощью функций целочисленного аргумента получены в свернутом виде аналитические выражения для временного и спектрального описания импульсных потоков на выходе КА указанного вида.

**Ключевые слова:** конечный автомат, пассивный цифровой синтез, квазиравномерная последовательность.

Синтез частот называют цифровым, если при формировании сетки частот используют элементы цифровой схемотехники [1], и когерентным — если синтезатор содержит единственный источник опорного (высокостабильного) колебания и при преобразованиях частот выполнено условие  $\Delta f_{\text{вых}} / \Delta f_{\text{оп}} = f_{\text{вых}} / f_{\text{оп}} = N = \text{const}$  ( $f_{\text{вых}}$  — частота синтезируемого колебания,  $f_{\text{оп}}$  — частота опорного колебания);  $N = P/Q$ ;  $(P, Q) = 1$ . Числа  $P$  и  $Q$  — натуральные и взаимно простые, а коэффициент преобразования частоты  $N = P/Q$  может быть представлен целым числом или неправильной несократимой дробью. Одним из необходимых элементов цифрового синтеза частот является конечный автомат (КА).

Заметим, что описание формируемых КА колебаний как во временной области, так и в спектральной, представляет значительный теоретический и практический интерес, позволяет понимать закономерности работы КА и строить его математические модели, ориентированные на решение задач цифрового синтеза частот.

Целью настоящей работы является анализ функционирования КА в пассивных и активных цифровых синтезаторах частот, а также временное описание импульсных потоков, формируемых на выходе конечного автомата вида накапливающего сумматора (НС) или счетчика импульсов (СИ) с помощью функций целочисленного аргумента.

Применительно к теории и технике синтеза частот задачу КА можно определить двумя способами.

1. КА решает так называемую прямую задачу (вариант пассивного цифрового синтеза, ПЦС) и на своем выходе формирует сетку частот

$$f_{\text{вых}} \in \{(f_{\text{max}} \dots f_{\text{min}}) \cap (n \times F_c) \cap f_{\text{оп}}\}, \quad (1)$$

(где  $\cap$  — оператор пересечения множеств ( $\cdot$ ),  $n$  — натуральные числа) заданного качества и с шагом сетки  $F_c$  ( $F_c = 1/T_c$ ) из высокочастотного и высокостабильного опорного колебания

$$f_{\text{оп}} = 1/T_{\text{оп}} > f_{\text{вых}}; f_{\text{оп}}/f_{\text{вых}} = N > 2; f_{\text{оп}} = PF_c; f_{\text{вых}} = QF_c.$$

В случае дробного  $N$  период  $T_c = PT_{\text{оп}} = QT_{\text{вых}}$  является периодом неравномерности структуры выходного колебания КА, а при целом числе  $N$  выходное колебание строго периодически и  $T_c = T_{\text{вых}}$ ;  $P = \text{const}$ ,  $Q = \text{vario}$ . При двухуровневом синтезе параметр  $T_c$  — период неравномерности структуры выходной двухуровневой импульсной последовательности [1, 2]. При записи в единицах  $F_c$  выражение (1) принимает следующий вид  $Q \in \{(Q_{\text{max}} \dots Q_{\text{min}}) \cap n \cap P\}$ .

2. КА решает так называемую обратную задачу (вариант активного цифрового синтеза, АЦС) и приводит частоту перестраиваемого генератора

$$f_{\text{вых}} \in \{(f_{\text{max}} \dots f_{\text{min}}) \cap (nF_c) \cap f_{\text{оп}}\}, \quad (2)$$

охваченного петлей автоматического регулирования, к низкочастотному опорному колебанию частоты  $f_{\text{оп}}$  таким образом, чтобы выполнялось условие когерентности. Приведение частоты  $f_{\text{вых}}$  к  $f_{\text{оп}}$  осуществляют, как правило, с помощью (квази)статического синтезаторного кольца импульсно-фазовой автоподстройки частоты (ИФАП). В этом случае условие (квази)когерентности для статической системы ИФАП можно записать в виде  $\Delta f_{\text{вых}}/\Delta f_{\text{оп}} = f_{\text{вых}}/f_{\text{оп}} = N$  (в статистическом смысле — на интервале наблюдения  $T_n$ ). В единицах  $F_c$  выражение (2) принимает вид  $P \in \{(P_{\text{max}} \dots P_{\text{min}}) \cap n \cap Q\}$ .

Для замыкания обратной связи в синтезаторном кольце ИФАП применяют КА в виде делителя с переменным или дробно-переменным коэффициентом деления (соответственно ДПКД или ДДПКД), которые для краткости будем называть счетчиками импульсов.

В случае АЦС коэффициент преобразования частоты  $N \gg 1$ , при  $N$  — целом  $T_c = T_{\text{оп}}$  (при дробном  $N = P/Q = \lfloor P/Q \rfloor + m/Q$ ), период  $T_c = QT_{\text{оп}} = PT_{\text{вых}}$ , где  $m \in (0, 1, 2, \dots, Q-1)$  — числитель дробной части  $N$  (коэффициента деления ДДПКД),  $\lfloor * \rfloor$  — оператор выделения целой части числа, меньшей или равной ему. Здесь числа  $P$  и  $Q$  также являются мерой частот в единицах шага сетки  $F_c$  (соответственно  $f_{\text{оп}}$  и  $f_{\text{вых}}$ ),  $P = \text{vario}$ , а  $Q = \text{const}$ . И лишь в частном случае активного аппроксимационного синтеза  $P = \text{vario}$ ,  $Q = \text{vario}$ .

Конечный автомат, дополненный функциональным преобразователем (ФУ) называют модифицированным (МКА) [2]. ФУ может представлять собой цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) в случае многоуровневого ПЦС или управляемое устройство задержки (УУЗ) — в случае двухуровневого ПЦС.

Спектральные составляющие двухуровневого потока импульсов или многоуровневого колебания с моногармонической или кусочно-ломаной огибающей (дискретные побочные спектральные составляющие, ДПСС) отстоят друг от друга на частотный интервал  $F_c$ . В этом случае числа  $P$  и  $Q$  определяют минимальное количество входных и выходных импульсов (активных перепадов) в пределах периода  $T_c$  неравномерности структуры потока формируемой последовательности.

Отметим, что в обоих случаях синтеза временная ошибка на выходе КА не должна превышать  $\pm 0,5T_{\text{ка}}$  ( $T_{\text{ка}}$  — период тактового колебания КА). В [3] показано, что наименьшей величине временной ошибки соответствует наименьший уровень ДПСС выходного колебания КА. Такая временная ошибка минимальна для класса оптимальных (цифровых) КА. В этом случае колебание на выходе КА называют квазиравномерной последовательностью (КРП) импульсов

или активных перепадов. В классе модифицированных (цифро-аналоговых) КА временную ошибку можно дополнительно уменьшить с помощью управляемого устройства задержки [4].

Основой для получения и псевдомеандра (ПМ) и квазимеандра (КМ) является КРП импульсов: ПМ получают расширением импульсов КРП до  $\approx 0,5T_{\text{вых}}$  с помощью одновибратора; если пропустить КРП через триггер, получим КМ. Активные и пассивные перепады у квазимеандра представляют собой КРП [2].

Последовательность вида КРП точек на выходе математической модели КА может быть получена следующим образом. Расположим на оси безразмерного времени, на которой за единицу принят интервал  $T_0$ , последовательность точек с целочисленными номерами  $n \in (-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty)$  в моменты времени  $t/T_0 = \Psi_n = n(P/Q) - \nu$ , где  $\nu$  — произвольное число. Назовем ее порождающей последовательностью точек для искомой КРП. Выделим по обе стороны каждой из точек порождающей последовательности область значений  $\vartheta$ , удовлетворяющую условию

$$\Psi_n + \varepsilon - 1 < \vartheta \leq \Psi_n + \varepsilon \tag{3}$$

или

$$\Psi_n + \varepsilon - 1 \leq \vartheta < \Psi_n + \varepsilon, \tag{4}$$

где  $\varepsilon = 0,5$ . Назовем эту область интервалом захвата. В соотношении (3) интервал захвата замкнут справа, а в (4) — слева, и в обоих случаях в нем всегда окажется одно и только одно целочисленное значение  $\vartheta = \vartheta_n$ . Точка оси, соответствующая этому целочисленному значению, и будет точкой формируемой КРП с номером  $n$ .

Покажем, что КРП точек, сформированные в соответствии с (3) и (4), при любых значениях  $\nu$  и  $\varepsilon$  идентичны по структуре и отличаются друг от друга лишь сдвигом во времени на целое число номеров  $n$  (периодов  $T_0$ ). Для этого запишем аналитические выражения для  $\vartheta_n$ , попадающих в интервал захвата, соответствующие формулам (3) или (4). Соотношению (3) соответствуют аналитические выражения

$$\vartheta_n = \lceil \Psi_n + \varepsilon - 1 \rceil \text{ или } \vartheta_n = \lfloor \lfloor \Psi_n + \varepsilon \rfloor \rfloor,$$

а формуле (4)

$$\vartheta_n = \lfloor \Psi_n + \varepsilon \rfloor \text{ или } \vartheta_n = \lceil \lceil \Psi_n + \varepsilon - 1 \rceil \rceil.$$

В приведенных выражениях запись  $\lfloor X \rfloor$  означает операцию выделения целой части числа  $X$ , меньшей или равной ему; запись  $\lceil \lceil X \rceil \rceil$  означает операцию выделения целой части числа  $X$ , строго меньшей этого числа. Например,  $\lfloor 3,7 \rfloor = 3$ ;  $\lfloor -3,7 \rfloor = -4$ ;  $\lfloor 3,0 \rfloor = 3$ ;  $\lfloor -3,0 \rfloor = -3$ , но  $\lfloor \lfloor 3,0 \rfloor \rfloor = 2$  и  $\lfloor \lfloor -3,0 \rfloor \rfloor = -4$ . Аналогично  $\lceil X \rceil$  — целая часть числа  $X$ , большая или равная ему;  $\lceil \lceil X \rceil \rceil$  есть целая часть числа  $X$ , строго превышающая его не более чем на единицу. При дробных значениях  $X$  имеют место равенства:  $\lfloor \lfloor X \rfloor \rfloor = \lfloor X \rfloor$ ;  $\lceil \lceil X \rceil \rceil = \lceil X \rceil$ . При целочисленных  $X$  соотношения иные:  $\lfloor X \rfloor = X$ ;  $\lfloor \lfloor X \rfloor \rfloor = X - 1$ ;  $\lceil X \rceil = X$ ;  $\lceil \lceil X \rceil \rceil = X + 1$ . Нетрудно установить, что каждая из четырех рассматриваемых функций может быть выражена через любую из трех других в соответствии с таблицей.

•	$\lfloor X \rfloor$	$\lceil X \rceil$	$\lfloor \lfloor X \rfloor \rfloor$	$\lceil \lceil X \rceil \rceil$
$\lfloor X \rfloor$	•	$-\lceil -X \rceil$	$-\lfloor \lfloor -X \rfloor \rfloor - 1$	$\lceil \lceil X \rceil \rceil - 1$
$\lceil X \rceil$	$\lfloor -X \rfloor$	•	$\lfloor \lfloor X \rfloor \rfloor + 1$	$-\lceil \lceil -X \rceil \rceil + 1$
$\lfloor \lfloor X \rfloor \rfloor$	$-\lfloor \lfloor -X \rfloor \rfloor - 1$	$\lceil X \rceil - 1$	•	$-\lceil \lceil -X \rceil \rceil$
$\lceil \lceil X \rceil \rceil$	$\lfloor X \rfloor + 1$	$-\lceil \lceil -X \rceil \rceil - 1$	$-\lfloor \lfloor -X \rfloor \rfloor$	•

С учетом сказанного примем за исходные формулы

$$\vartheta_n = \lfloor n(P/Q) - \alpha \rfloor \tag{5}$$

и

$$\vartheta_n = \lfloor \lfloor n(P/Q) - \alpha \rfloor \rfloor, \tag{6}$$

где  $\alpha = \nu - \varepsilon$ . Покажем, что соотношения (5) и (6) можно привести к общему виду

$$\vartheta_n = \lfloor \lfloor (nP - R) / Q - \alpha \rfloor \rfloor. \quad (7)$$

Известно [5], что любое рациональное число можно представить в виде  $X = \lfloor X \rfloor + \{ X \}$ , где  $0 < \{ X \} < 1$  — дробная часть числа  $X$ . При этом справедливы соотношения

$$\lfloor \lfloor NX \rfloor + 1 \rfloor = -\lfloor -NX \rfloor \text{ и } \lfloor \lfloor -\lfloor -NX \rfloor / N \rfloor \rfloor = -\lfloor \lfloor -NX \rfloor / N \rfloor - 1.$$

Последнее выражение равно  $-\lfloor -X \rfloor - 1$  или  $\lfloor \lfloor X \rfloor \rfloor$ . Далее можно записать

$$\begin{aligned} \lfloor \lfloor n(P/Q) - \alpha \rfloor \rfloor &= \lfloor \lfloor (n(P/Q) - \alpha)Q \rfloor / Q \rfloor = \lfloor \lfloor (nP + \lfloor Q(-\alpha) \rfloor) / Q \rfloor \rfloor = \\ &= \lfloor \lfloor (nP + \lfloor Q(-\alpha) \rfloor + 1) / Q \rfloor \rfloor = \lfloor \lfloor (nP - \lfloor \lfloor Q(-\alpha) \rfloor / Q) \rfloor \rfloor = \lfloor \lfloor (nP - R) / Q \rfloor \rfloor, \end{aligned}$$

где  $R = \lfloor \lfloor Q(-\alpha) \rfloor \rfloor$  в случае (5) и  $R = \lfloor Q(-\alpha) \rfloor$  — в случае (6).

Можно показать, что

$$\lfloor \lfloor n(P/Q) - \alpha \rfloor \rfloor = \lfloor \lfloor (nP - R) / Q \rfloor \rfloor,$$

где  $R = \lfloor Q(-\alpha) \rfloor$ .

Осталось доказать, что если даны две КРП с одинаковыми  $P$  и  $Q$ , но с различными значениями  $\alpha$ , т.е.  $R$  и способом получения — по (5) или по (6), то всегда можно найти такую постоянную разность номеров  $n = n_2 - n_1$ , при которой разность моментов времени  $\vartheta = \vartheta_{n_2} - \vartheta_{n_1}$ , найденных для первой и второй КРП по формуле (7) будет также величиной постоянной, т.е.

$$\vartheta = \lfloor \lfloor (n_2 P - R_2) / Q \rfloor \rfloor - \lfloor \lfloor (n_1 P - R_1) / Q + \vartheta \rfloor \rfloor = \lfloor \lfloor n_1 (P/Q) - (R_1 - Q\vartheta) / Q \rfloor \rfloor.$$

Очевидно, что последнее равенство имеет место, если  $R_2 - nP = R_1 - Q\vartheta$ , т.е. при  $R = R_2 - R_1 = nP - Q\vartheta$ . Последнее выражение представляет собой диофантово уравнение (в целых числах) первой степени, которое при взаимно простых  $P$  и  $Q$  всегда имеет решения в целых  $n$  и  $\vartheta$  [5]:

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= |S+1| + Rz, \\ S &= (-1)^{r-1} (\pm x) R_{r-1}, \\ n &= |V+1| - Qz, \\ V &= (-1)^{r-1} (\pm x) Q_{r-1}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $R = \lfloor L \pm x \rfloor$ ;  $x = 0, 1, 2, \dots, L-1$ ;  $r$  — число членов разложения числа  $N = P/Q$  в цепную дробь по алгоритму Евклида.

Как упоминалось выше, при синтезе частот коэффициент передачи КА по частоте  $N$  всегда можно выразить цепной дробью конечной длины, полученной разложением этого коэффициента по алгоритму Евклида. Следует заметить, что любая систематическая дробь связана с определенной системой счисления и поэтому отображает не абсолютные свойства числа, а его „взаимоотношения“ с выбранной системой счисления. Цепные дроби с системами счисления не связаны и в полной мере воспроизводят свойства изображаемых ими чисел. Более того, цепные дроби однозначно отображают действительные (вещественные) числа.

Используя модель КРП [6] и систему (8), можно, например, получить спектр цифрового треугольного колебания с равномерной дискретизацией по времени  $T_0$ :

$$A(k) = 2\lambda\mu \frac{\sin[\pi(Q \pm k) / P]}{\pi P(Q \pm k) \sin^2[\pi(R+1) / P]}, \quad (9)$$

где  $A(k)$  — амплитуда спектральных составляющих  $\mu = 1 \forall P \equiv 0 \pmod{2}$ ;  $\mu = \cos[\pi(R+1) / P] \forall P \equiv 1 \pmod{2}$ ;  $\lambda = 1 \cos[\pi(R+1)]$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, Q-1$ ;  $R = (-1)^{r-1} (\pm k) P_{r-1}$ ;  $P_{r-1}$  — числитель предпоследнего  $(r-1)$  члена разложения коэффициента деления  $N = 2P/Q$  в цепную дробь по алгоритму Евклида [5].

Для квазимерандра можно записать

$$A(m) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \frac{\sin(\pi m Q)}{\pi m},$$

где  $m = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty$ . Выражение для спектра будет иным, но тоже в свернутом виде:

$$A(k) = 2 \frac{\sin[\pi(Q \pm 2k)/(2P)]}{\pi(Q \pm 2k) \sin[\pi(2R+1)/(2P)]}. \quad (10)$$

В заключение заметим, что активные перепады (импульсы) выходных потоков упомянутых конечных автоматов (НС и СИ) представляют собой КРП активных перепадов или импульсов [2, 6, 7].

Проведен анализ особенностей работы КА в пассивных и активных синтезаторах частот и получены аналитические выражения для временного описания импульсных потоков на выходе КА с помощью функций целочисленного аргумента; показана взаимосвязь указанных функций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шапиро Д. Н., Паин А. А. Основы теории синтеза частот. М.: Радио и связь, 1981.
2. Никитин Ю. А. Широкополосный синтез частот с помощью цифровых структур // Изв. вузов. Приборостроение. 1990. Т. 33, № 9. С. 39—47.
3. Гнусин А. М., Гуревич И. Н., Зарецкий М. М., Паин А. А. К вопросу об оптимальной системе пассивного цифрового синтеза частот // Техника средств связи. Сер. ТРС. 1978. Вып. 6 (22). С. 53—62.
4. Гуревич И. Н., Никитин Ю. А. Управляемые устройства задержки в системах двухуровневого синтеза частот // Радиотехника. 1993. № 10—12. С. 13—20.
5. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972.
6. Никитин Ю. А. Спектры колебаний при пассивном цифровом синтезе частот // Радиотехника. 1990. № 7. С. 43—49.
7. Никитин Ю. А. Конечный автомат как элемент цифровой системы синтеза частот // X Междунар. науч.-технич. конф. „Радиолокация, навигация, связь“. Воронеж, 2004. Т. 1. С. 526—533.

#### *Сведения об авторе*

**Юрий Александрович Никитин** — Санкт-Петербургский филиал НИИ радио — ЛОНИИР; старший научный сотрудник; E-mail: synter@loniir.ru

Рекомендована ЛОНИИР

Поступила в редакцию  
30.06.09 г.

А. А. ОЖИГАНОВ, ЖУАНЬ ЧЖИПЭН

## КРИТЕРИЙ ВЫБОРА ДЛИНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ КОДОВОЙ ШКАЛЫ

Предложен критерий выбора минимального увеличения длины псевдослучайной кодовой шкалы с несколькими информационными кодовыми дорожками для преобразователей линейных перемещений. Приведен пример использования критерия.

**Ключевые слова:** критерий выбора, псевдослучайная кодовая шкала, M-последовательность, считывающие элементы.

В работе [1] были рассмотрены линейные псевдослучайные кодовые шкалы (ЛПСКСШ) для преобразователей перемещений. Основным достоинством таких шкал, по сравнению с классическими [2], маска которых выполнена в обыкновенном двоичном коде или коде Грея, является наличие одной информационной кодовой дорожки для преобразователя любой разрядности. Однако использование в ЛПСКСШ всего одной информационной дорожки влечет за собой, при некоторых вариантах размещения вдоль нее считывающих элементов (СЭ), фактически двукратное увеличение длины шкалы. Данная особенность одноканальных ЛПСКСШ усложняет процесс их изготовления, в частности при разработке преобразователей перемещения с такими шкалами, которые должны быть использованы для измерения значительных перемещений.

В работе [3] был предложен метод построения ЛПСКСШ с несколькими информационными дорожками (2—4), позволяющий учесть указанную выше особенность, присущую одноканальным ЛПСКСШ, и за счет использования дополнительных дорожек минимизировать увеличение длины шкалы. Однако в этой работе не дано количественной оценки такого уменьшения и конкретных рекомендаций для получения оптимального результата.

В настоящей работе предлагается критерий выбора минимального увеличения длины ЛПСКСШ с несколькими информационными дорожками. Для формализации критерия рассмотрим основные этапы синтеза таких шкал.

На первом этапе осуществляется построение модели одноканальной ЛПСКСШ. Кодовая маска такой шкалы представляется в соответствии с символами псевдослучайной двоичной последовательности максимальной длины (M-последовательности)  $\{s_i\} = s_0 s_1 \dots s_{M-1}$ .

Для генерации M-последовательности длиной  $M=2^n-1$  используется примитивный неприводимый полином  $h(x)$  степени  $n$  с коэффициентами поля Галуа  $GF(2)$ , т.е.

$$h(x) = \sum_{i=0}^{n-1} h_i x^i, \quad (1)$$

где  $h_0=h_{n-1}=1$ , а  $h_i=0,1$  при  $0 < i < n-1$  [4].

Символы M-последовательности  $s_{n+j}$  удовлетворяют рекурсивному выражению

$$s_{n+j} = \sum_{i=0}^{n-1} s_{i+j} h_i, \quad j = 0, 1, \dots, \quad (2)$$

где знак  $\sum$  означает суммирование по модулю два, а индексы при символах M-последовательности берутся по модулю  $M$ . Начальные значения символов M-последовательности  $s_0 s_1 \dots s_{n-1}$  могут выбираться произвольно, за исключением нулевой комбинации.

Известно, что  $M$ -последовательности относятся к классу циклических кодов и могут задаваться с помощью порождающего полинома  $g(x) = (x^M + 1)/h(x)$ . Для каждой  $M$ -последовательности длиной  $M$  существует ровно  $M$  различных циклических сдвигов, которые могут быть получены путем умножения порождающего полинома  $g(x)$  на  $x^j$ , где  $j = 0, 1, \dots, M - 1$ .

Поскольку псевдослучайная кодовая шкала строится в соответствии с символами  $M$ -последовательности, можно путем циклических сдвигов определить порядок размещения на шкале  $n$  считывающих элементов, т.е.  $m$ -му СЭ ( $m = 1, 2, \dots, n$ ) ставится в соответствие  $j_m$ -й циклический сдвиг  $x^{j_m} g(x)$   $M$ -последовательности.

Тогда полином, определяющий порядок размещения  $n$  СЭ на шкале, имеет вид

$$r(x) = \sum_{m=1}^n x^{j_m}, \quad (3)$$

где  $j_m \in \{0, 1, \dots, M - 1\}$ .

Положив  $j_1 = 0$ , согласно полиному (3), получим положения 2-го, 3-го, ...,  $n$ -го СЭ, смещенные относительно положения первого СЭ на  $j_2, j_3, \dots, j_n$  позиций соответственно.

Используемый вариант размещения считывающих элементов, согласно (3), должен позволять получить при полном перемещении шкалы  $M$  различных  $n$ -разрядных кодовых комбинаций. В общем виде задача размещения СЭ на шкале была решена в [5].

Линейная шкала разомкнута, ее разрешающая способность  $\delta = L/M = L/(2^n - 1)$ , где  $L$  — длина кодируемого перемещения, а  $n$  — разрядность шкалы. Для обеспечения заданной разрешающей способности необходимо получить соответствующую последовательность символов  $\{S_i\}$ ,  $i = 0, 1, \dots$ , пригодную для синтеза единственной информационной дорожки ЛПСКИШ. Очевидно, символы последовательности  $\{S_i\}$  должны полностью включать в себя символы  $M$ -последовательности  $\{s_i\}$ , а также некоторые дополнительные символы этой же последовательности, число которых зависит от выбранного полинома размещения  $r(x)$  на шкале СЭ.

Общее число символов последовательности  $\{S_i\}$  с учетом  $n$  задаваемых начальных значений может быть найдено из выражения

$$Q = M + j_n. \quad (4)$$

Задача генерации последовательности  $\{S_i\}$  в общем виде решается с использованием рекурсивного выражения (2) в предположении, что размещение элементов на шкале корректно и задается полиномом (3). Для определенности начальные значения символов последовательности  $\{S_i\}$  выбираются  $S_0 = S_1 = \dots = S_{n-2} = 0$ ,  $S_{n-1} = 1$ . Таким образом, последовательность  $\{S_i\}$ ,  $i = 0, 1, \dots, Q - 1$ , может быть получена на основе рекурсивного выражения (2) с учетом (4).

На следующих этапах синтеза шкалы осуществляется построение моделей ЛПСКИШ с двумя, тремя и четырьмя информационными дорожками.

На последнем этапе выбирается ЛПСКИШ минимальной длины. Для получения оптимального результата этого этапа рассмотрим следующий критерий. Пусть  $t$  — число дорожек ЛПСКИШ, а  $e, g, k$  — параметры разбиения полинома  $r(x)$  размещения на шкале СЭ на две, три и четыре части соответственно.

Тогда представим полином (3) в следующем виде:

$$r(x) = \sum_{m=1}^n x^{j_m} = 1 + x + \dots + x^{j_e} + x^{j_{e+1}} + \dots + x^{j_g} + x^{j_{g+1}} + \dots + x^{j_k} + x^{j_{k+1}} + \dots + x^{j_n}, \quad (5)$$

где  $0 < e < g < k < n$ .

При  $t = 2$  увеличение длины первой информационной дорожки шкалы может быть вычислено как  $l_A = j_e - j_1$ , а второй —  $l_B = j_n - j_{e+1}$ . Таким образом, результирующее увеличение длины двухдорожечной ЛПСКШ будет определяться выражением  $l_{2д} = \max[l_A, l_B] = \max[j_e - j_1, j_n - j_{e+1}]$ . Всего имеется  $n-1$  вариантов разбиения полинома  $r(x)$  на две части. Эти варианты представляются множеством

$$\{l_{2д}\} = \{\max[j_1, j_n - j_2], \dots, \max[j_e - j_1, j_n - j_{e+1}], \dots, \max[j_{n-1}, j_n - j_n]\}. \quad (6)$$

Для минимизации увеличения длины двухдорожечной ЛПСКШ необходимо осуществить выбор такого варианта разбиения полинома  $r(x)$  на две части, при котором

$$l_{2д} = \{\max[j_e - j_1, j_n - j_{e+1}]\} \rightarrow \min, \quad (7)$$

где  $e = \overline{1, n-1}$ .

При  $t = 3$  увеличение длины первой, второй и третьей дорожек ЛПСКШ определяется соответственно из выражений  $l_A = j_e - j_1$ ,  $l_B = j_g - j_{e+1}$  и  $l_C = j_n - j_{g+1}$ . Следовательно, результирующее увеличение длины ЛПСКШ с тремя информационными дорожками может быть получено из соотношения  $l_{3д} = \max[l_A, l_B, l_C] = \max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_n - j_{g+1}]$ .

Всего имеется  $1 + 2 + \dots + (n-2) = \frac{(n-2)(n-1)}{2}$  вариантов разбиения полинома  $r(x)$  на три части. Эти варианты представляются множеством

$$\{l_{3д}\} = \{\max[j_1, j_2 - j_2, j_n - j_3], \max[j_1, j_3 - j_2, j_n - j_4], \dots, \dots, \max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_n - j_{g+1}], \dots, \max[j_{n-2}, j_{n-1} - j_{n-1}, j_n - j_n]\}. \quad (8)$$

Для получения минимального увеличения длины трехдорожечной ЛПСКШ необходимо осуществить выбор такого варианта разбиения полинома  $r(x)$  на три части, при котором

$$l_{3д} = \{\max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_n - j_{g+1}]\} \rightarrow \min, \quad (9)$$

где  $e = \overline{1, n-2}$ , а  $g = \overline{e+1, n-1}$ .

При  $t = 4$  увеличение длины дорожек ЛПСКШ определяется как  $l_A = j_e - j_1$ ,  $l_B = j_g - j_{e+1}$ ,  $l_C = j_k - j_{g+1}$  и  $l_D = j_n - j_{k+1}$ . Таким образом, результирующее увеличение длины четырехдорожечной ЛПСКШ будет определяться выражением

$$l_{4д} = \max[l_A, l_B, l_C, l_D] = \max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_k - j_{g+1}, j_n - j_{k+1}].$$

Всего имеется  $\frac{1 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2} + \dots + \frac{(n-3)(n-2)}{2} = \frac{(n-3)(n-2)(n-1)}{6}$  вариантов разбиения полинома  $r(x)$  на четыре части. Эти варианты представляются множеством

$$\{l_{4д}\} = \{\max[j_1, j_2 - j_2, j_3 - j_3, j_n - j_4], \max[j_1, j_2 - j_2, j_4 - j_3, j_n - j_5], \dots, \dots, \max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_k - j_{g+1}, j_n - j_{k+1}], \dots, \max[j_{n-3}, j_{n-2} - j_{n-2}, j_{n-1} - j_{n-1}, j_n - j_n]\}. \quad (10)$$

Для минимизации увеличения длины ЛПСКШ с четырьмя дорожками необходимо осуществить выбор такого варианта разбиения полинома  $r(x)$  на четыре части, при котором

$$l_{4д} = \{\max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_k - j_{g+1}, j_n - j_{k+1}]\} \rightarrow \min, \quad (11)$$

где  $e = \overline{1, n-3}$ ,  $g = \overline{e+1, n-2}$ , а  $k = \overline{g+1, n-1}$ .

Таким образом, критерий  $K$  выбора минимального увеличения длины ЛПСКШ с числом информационных дорожек 2—4 с учетом соотношений (5)—(11) может быть представлен в следующем виде:

$$K = \begin{cases} \{\max[j_e - j_1, j_n - j_{e+1}]\} \rightarrow \min \text{ при } t = 2, \\ \{\max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_n - j_{g+1}]\} \rightarrow \min \text{ при } t = 3, \\ \{\max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_k - j_{g+1}, j_n - j_{k+1}]\} \rightarrow \min \text{ при } t = 4. \end{cases} \quad (12)$$

Для удобства применения критерия введем параметр, позволяющий оценить относительное увеличение длины ЛПСКШ. Определим этот параметр как

$$V = \frac{l}{M}, \quad (13)$$

где  $l$  — величина удлинения шкалы.

Поясним способ применения предложенного критерия на примере девятиразрядной ЛПСКШ.

Для генерации  $M$ -последовательности  $\{s_i\} = a_0 a_1 \dots a_{510} = 000000001 \dots 100010001$  длиной  $M = 2^9 - 1 = 511$  использован примитивный полином  $h(x) = x^9 + x^4 + 1$ . Размещение девяти СЭ вдоль кодовой дорожки шкалы задано в соответствии с полиномом

$$r(x) = 1 + x^{48} + x^{96} + x^{144} + x^{192} + x^{240} + x^{288} + x^{336} + x^{384}. \quad (14)$$

Тогда длина последовательности  $S = \{S_i\} = S_0 S_1 \dots S_{894} = 000000001 \dots 110000111$ , необходимая для синтеза единственной информационной дорожки ЛПСКШ, будет  $Q = M + j_n = 511 + 384 = 895$ , а абсолютное увеличение длины шкалы, необходимое для обеспечения заданной разрешающей способности,  $l_{1д} = j_n = 384$ . Таким образом, относительное увеличение длины односторожечной ЛПСКШ  $V_{1д} = \frac{l_{1д}}{M} = \frac{384}{511} = 0,75$  (75 %).

Для построения модели двухдорожечной ЛПСКШ полином  $r(x)$  разбивается со стороны младших степеней на две части:  $r_A(x) = \sum_{m=1}^e x^{j_m}$  и  $r_B(x) = \sum_{m=1}^{9-e} x^{j_{e+m}}$ . Далее определяется значение  $e$ .

В соответствии с (6) имеем исходные данные для восьми вариантов построения двухдорожечной шкалы

$$\{l_{2д}\} = \{\max[0, 336], \max[48, 288], \max[96, 240], \max[144, 192], \max[192, 144], \max[240, 96], \max[288, 48], \max[336, 0]\} = \{336, 288, 240, 192, 192, 240, 288, 336\}.$$

Из (7) определяется минимальное увеличение длины двухдорожечной ЛПСКШ

$$l_{2д} = \{\max[j_e - j_1, j_n - j_{e+1}]\} \rightarrow \min = \min\{336, 288, 240, 192, 192, 240, 288, 336\} = 192.$$

Для рассматриваемого случая  $j_e - j_1 = 144$ , а  $j_n - j_{e+1} = 192$ . С учетом этих значений по выражению (14) рассчитывается значение коэффициента разбиения  $e = 4$ . Тогда  $r_A(x) = 1 + x^{48} + x^{96} + x^{144}$  и  $r_B(x) = x^{192} + x^{240} + x^{288} + x^{336} + x^{384} = x^{192}(1 + x^{48} + x^{96} + x^{144} + x^{192})$ . Следовательно, относительное увеличение длины двухдорожечной ЛПСКШ

$$V_{2д} = \frac{l_{2д}}{M} = \frac{192}{511} = 0,37 \text{ (37 \%)}.$$

Для построения модели трехдорожечной ЛПСКИШ полином  $r(x)$  разбивается со стороны младших степеней на три части:  $r_A(x) = \sum_{m=1}^e x^{j_m}$ ,  $r_B(x) = \sum_{m=1}^{g-e} x^{j_{e+m}}$  и

$$r_C(x) = \sum_{m=1}^{8-g} x^{j_{g+m}}. \text{ Далее определяются значения } e \text{ и } g.$$

В соответствии с (8) имеем исходные данные для построения трехдорожечной шкалы

$$\{l_{3д}\} = \{\max[0, 0, 288], \max[0, 48, 240], \dots, \max[96, 96, 96], \dots, \max[240, 48, 0], \max[288, 0, 0]\} = \{288, 240, \dots, 96, \dots, 240, 288\}.$$

Из (9) определяется минимальное увеличение длины трехдорожечной ЛПСКИШ

$$l_{3д} = \{\max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_n - j_{g+1}]\} \rightarrow \min = \min\{288, 240, \dots, 96, \dots, 240, 288\} = 96.$$

Для данного случая  $j_e - j_1 = 96$ ,  $j_g - j_{e+1} = 96$ , а  $j_n - j_{g+1} = 96$ . С учетом этих значений по выражению (14) рассчитываются значения коэффициентов разбиения  $e = 3$  и  $g = 6$ . Тогда  $r_A(x) = 1 + x^{48} + x^{96}$ ,  $r_B(x) = x^{144} + x^{192} + x^{240} = x^{144}(1 + x^{48} + x^{96})$ , а  $r_C(x) = x^{288} + x^{336} + x^{384} = x^{288}(1 + x^{48} + x^{96})$ . Таким образом, относительное увеличение длины трехдорожечной ЛПСКИШ  $V_{3д} = \frac{l_{3д}}{M} = \frac{96}{511} \approx 0,19 (19 \%)$ .

Для построения модели четырехдорожечной ЛПСКИШ полином  $r(x)$  разбивается со стороны младших степеней на четыре части:  $r_A(x) = \sum_{m=1}^e x^{j_m}$ ,  $r_B(x) = \sum_{m=1}^{g-e} x^{j_{e+m}}$ ,

$$r_C(x) = \sum_{m=1}^{k-g} x^{j_{g+m}} \text{ и } r_D(x) = \sum_{m=1}^{8-k} x^{j_{k+m}}. \text{ Далее определяются значения } e, g \text{ и } k.$$

Согласно (10), имеем исходные данные для построения четырехдорожечной шкалы

$$\{l_{4д}\} = \{\max[0, 0, 0, 240], \max[0, 0, 48, 192], \dots, \max[96, 96, 48, 0], \dots, \max[192, 48, 0, 0], \max[0, 0, 0, 240]\} = \{240, 192, \dots, 96, \dots, 192, 240\}.$$

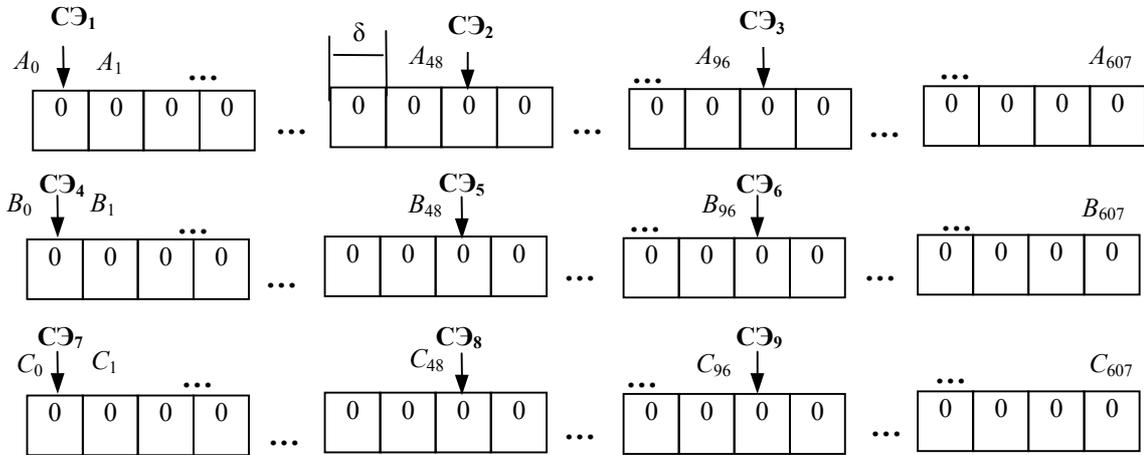
Из (11) определяется минимальное увеличение длины четырехдорожечной ЛПСКИШ

$$l_{4д} = \{\max[j_e - j_1, j_g - j_{e+1}, j_k - j_{g+1}, j_n - j_{k+1}]\} \rightarrow \min = \min\{240, 192, \dots, 96, \dots, 192, 240\} = 96.$$

Для рассматриваемого случая  $j_e - j_1 = 96$ ,  $j_g - j_{e+1} = 96$ ,  $j_k - j_{g+1} = 48$ , а  $j_n - j_{k+1} = 0$ . С учетом этих значений по выражению (14) рассчитываются значения коэффициентов разбиения  $e = 3$ ,  $g = 6$  и  $k = 8$ . Тогда  $r_A(x) = 1 + x^{48} + x^{96}$ ,  $r_B(x) = x^{144} + x^{192} + x^{240} = x^{144}(1 + x^{48} + x^{96})$ ,  $r_C(x) = x^{288} + x^{336} = x^{288}(1 + x^{48})$  и  $r_D(x) = x^{384}$ . Следовательно, относительное увеличение длины четырехдорожечной ЛПСКИШ  $V_{4д} = \frac{l_{4д}}{M} = \frac{96}{511} \approx 0,19 (19 \%)$ .

Можно видеть, что  $V_{3д} = V_{4д}$ . Таким образом, трех- и четырехдорожечные варианты построения ЛПСКИШ оказались эквивалентными с точки зрения минимального увеличения длины шкалы для заданного размещения на шкале СЭ. Очевидно, что для практической реализации наиболее предпочтительным является трехдорожечный вариант выполнения шкалы.

На рисунке приведен пример девятиразрядной трехдорожечной ЛПСКС с размещением СЭ в соответствии с полиномами  $r_A(x) = 1 + x^{48} + x^{96}$ ,  $r_B(x) = x^{144} + x^{192} + x^{240} = x^{144}(1 + x^{48} + x^{96})$ ,  $r_C(x) = x^{288} + x^{336} + x^{384} = x^{288}(1 + x^{48} + x^{96})$ .



Предложенный критерий выбора минимального увеличения длины псевдослучайной кодовой шкалы может быть положен в основу построения преобразователей линейных перемещений, работающих по методу считывания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ожиганов А. А. Псевдослучайные кодовые шкалы для преобразователей линейных перемещений // Изв. вузов. Приборостроение. 1995. Т. 38, № 11—12. С. 37—39.
2. Домрачев В. Г., Мейко Б. С. Цифровые преобразователи угла: принципы построения, теория точности, методы контроля. М.: Энергоатомиздат, 1984. 328 с.
3. Ожиганов А. А., Жуань Чжипэн. Использование псевдослучайных последовательностей при построении кодовых шкал для преобразователей линейных перемещений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 7. С. 28—33.
4. Макуильямс Ф. Д., Слоан Н. Д. Псевдослучайные последовательности и таблицы // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 12. С. 80—95.
5. Ожиганов А. А. Алгоритм размещения считывающих элементов на псевдослучайной кодовой шкале // Изв. вузов. Приборостроение. 1994. Т. 37, № 2. С. 22—27.

#### Сведения об авторах

- Александр Аркадьевич Ожиганов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра вычислительной техники; E-mail: ojiganov@mail.ifmo.ru
- Жуань Чжипэн** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра вычислительной техники; E-mail: zhipeng\_ruan@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
вычислительной техники

Поступила в редакцию  
16.12.09 г.

---

---

# ПРИБОРЫ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ

---

---

УДК 621.01

Г. Б. ЗАМОРУЕВ, А. Л. ТКАЧЕВ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ ПРИ МЕДЛЕННОМ ДВИЖЕНИИ С СУХИМ ТРЕНИЕМ

Предложена математическая модель трибологического взаимодействия, рассмотрены варианты взаимодействия объектов с сухим трением. Результаты расчетов приведены в графической форме.

*Ключевые слова:* эффект сухого трения, моделирование, расчеты, графическое представление результатов.

Известно, что коэффициент трения скольжения по своей природе не является постоянным и зависит, в частности, от относительной скорости. При скорости, равной нулю, коэффициент трения выше, чем при движении. Тело „прилипает“ к месту и для его сдвига требуется большее, чем при равномерном движении, усилие. В момент начала движения коэффициент трения практически мгновенно падает на некоторую величину от  $f_0$  до  $f_{00}$ . Далее происходит изменение (обычно уменьшение) коэффициента трения в зависимости от скорости относительного движения до более или менее стабильного значения  $f$ , которое и приводят в таблицах в качестве коэффициента трения. Если скорость движения очень мала, нестабильность коэффициента трения (особенно его конечный мгновенный скачок в момент трогания) приводит к скачкообразному характеру движения с остановками. Описанное явление затрудняет тонкое позиционирование объекта, так как при попытке сдвинуть его на малое расстояние происходит сначала накопление потенциальной энергии упругости связи, потом — скачкообразная „разрядка“ с нерегулируемым смещением на некоторое расстояние, которое и оказывается интервалом неопределенности. Эти особенности силы трения скольжения достаточно подробно на качественном уровне описаны Н. И. Колчиным в его работе [см. лит.].

Ситуация, описанная выше, проиллюстрирована на рис. 1. Объект с массой  $m$  расположен на горизонтальной поверхности и находится под действием движущей силы и силы трения. Усилие от кинематического привода, поддерживающего постоянную горизонтальную скорость  $v$ , передается объекту посредством упругой связи с коэффициентом  $c$ . Сила трения является функцией скорости, т.е.  $F_{\text{тр}} = f(\dot{x})$ . Коэффициент трения при этом — переменная величина —  $f(\dot{x}) \equiv f(v)$ .

Для моделирования зависимости  $f(\dot{x})$  выберем гиперболоидальную зависимость в виде

$$f(\dot{x}) = \frac{d}{\dot{x} + a} + b, \quad f'(\dot{x}) = -\frac{d}{(\dot{x} + a)^2}. \quad (1)$$

Коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $d$  найдем из следующих условий:

- при  $\dot{x} = 0$  коэффициент трения равен  $f_{00}$ ;
- при некоторой „установившейся“ скорости  $v_{уст}$  коэффициент трения равен  $f$ ;
- производная  $f'(\dot{x})$  в момент трогания равна некоторой величине  $f'(0)$ .

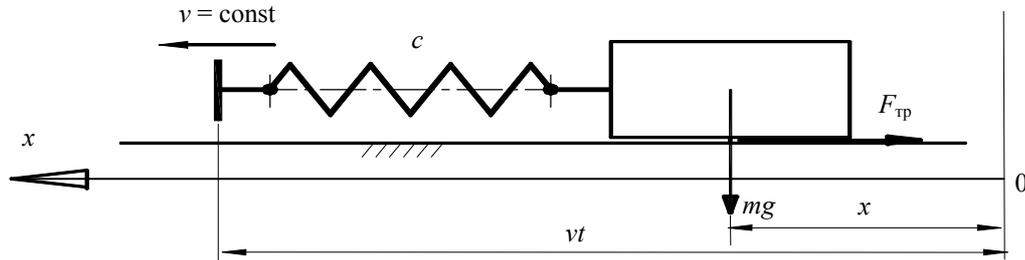


Рис. 1

Представим систему уравнений для нахождения коэффициентов в выражениях (1):

$$f_{00} = \frac{d}{a} + b, \quad f = \frac{d}{v_{уст} + a} + b, \quad f'(0) = -\frac{d}{a^2}. \quad (2)$$

Окончательный вид зависимость приобретает в момент трогания, когда значение коэффициента трения мгновенно падает от  $f_0$  до  $f_{00}$ .

$$f(\dot{x}) = \left( \frac{d}{\dot{x} + a} + b \right) (\dot{x} > 0) + f_0 (\dot{x} \leq 0). \quad (3)$$

Зависимость, представленная выражением (3), приведена на рис. 2 (1 —  $f$ , 2 —  $f(v)$ ).

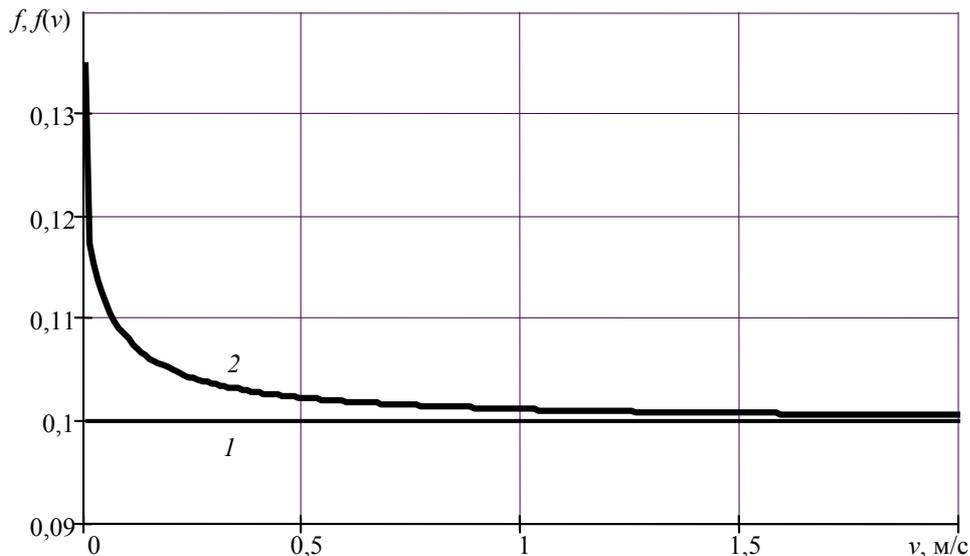


Рис. 2

Рассмотрим силы, действующие на объект. Роль движущей силы выполняет упругая связь. Действие упругой связи в данной модели будем считать „односторонним“, т.е. связь формирует силу, только когда она „растянута“ ( $vt > x$ ). Выражение для упругой связи будет следующим:

$$c(vt - x) (vt > x). \quad (4)$$

Действие силы трения в различных ситуациях:

- $F_{тр} = 0$ , если  $vt \leq x$  и  $\dot{x} = 0$  — связь „провисает“, объект неподвижен;
- $F_{тр} = c(vt - x)$ , если  $vt > x$ ,  $\dot{x} = 0$  и  $c(vt - x) < mg f_0$  — объект неподвижен, связь „натянута“, но сила трения покоя не достигнута;
- $F_{тр} = mg f_0$  — в момент, когда связь „натянулась“ до значения силы трения покоя;
- $F_{тр} = mg f(\dot{x})$  — в процессе движения объекта ( $\dot{x} > 0$ ).

Исходя из указанных предпосылок составим динамическую модель в форме дифференциального уравнения второго порядка:

$$m\ddot{x} - c(vt - x)(vt \geq x) + c(vt - x)[\dot{x} \leq 0,001 \wedge vt \geq x \wedge c(vt - x) < mgf_0] + mgf(\dot{x})(\dot{x} > 0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0. \quad (5)$$

Интегрирование выражения (5) затруднено вследствие сильной нелинейности, особенно в момент перехода от движения объекта к неподвижности под действием силы трения и при отрицательном ускорении. С помощью численных методов интегрирования сложно определить момент, когда скорость и ускорение становятся равными нулю. При отрицательном ускорении скорость переходит через нуль, только затем ускорение принимается равным нулю, таким образом, на участке неподвижности объекта может сохраняться небольшая (а иногда и значительная) отрицательная скорость. Результат интегрирования выражения (5) приведен на рис. 3, а. На втором неподвижном участке можно заметить очень малый обратный наклон линии графика, свидетельствующий об описанном явлении.

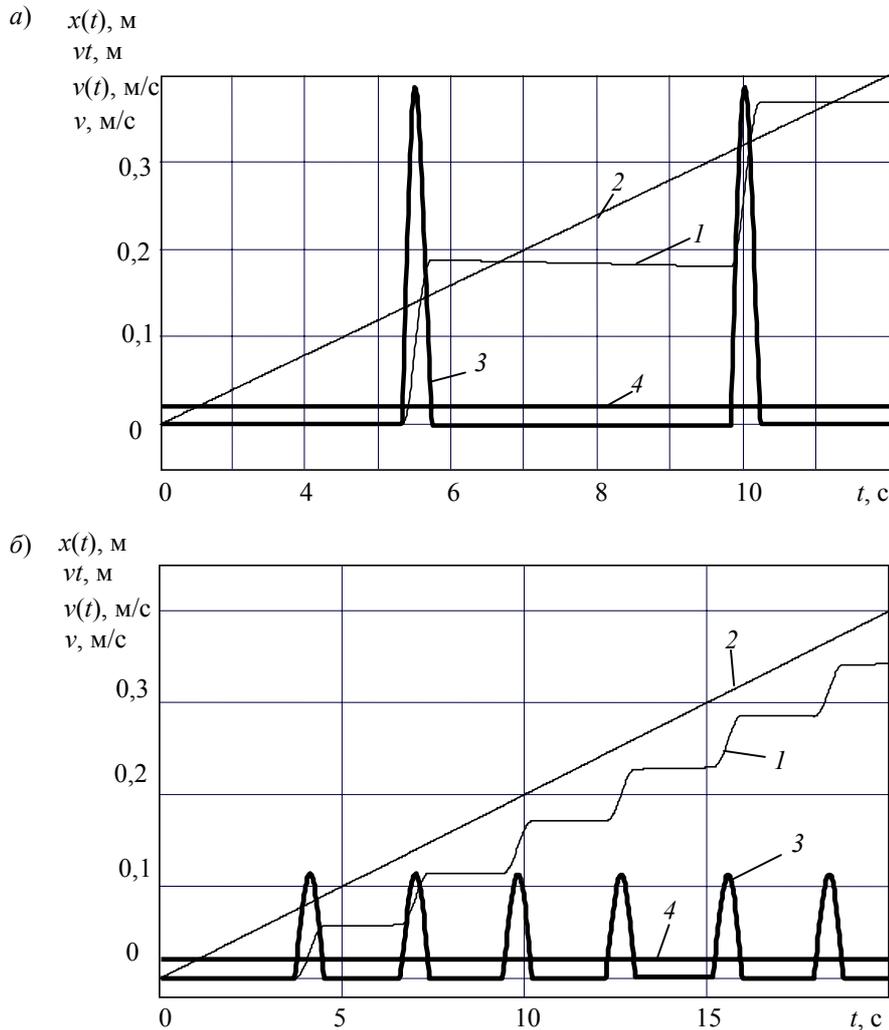


Рис. 3

Кривые 2 и 4 на рис. 3 отображают перемещение  $vt$  и скорость  $v$  кинематического привода соответственно. Пересечение графиков перемещения объекта и кинематического привода на рис. 3, а объясняется тем, что в какой-то момент объект „обгоняет“ привод, и участки графика, лежащие выше линии движения привода, соответствуют ненапряженной упругой связи. Последнее явление хорошо иллюстрирует график силы ( $F_0$ ), развиваемой упругой связью и показанный на рис. 4, в кривой 1. На рис. 3 скорость объекта и его кинематического привода приведены кривыми 1 и 3. Графики ускорения объекта приведены на рис. 4, а, б.

Для сглаживания описанных выше трудностей возможно использовать другие варианты модели рассматриваемого явления. Так, можно редуцировать порядок дифференциального уравнения и построить модель в виде системы из двух уравнений первого порядка. Если обозначить  $\dot{x} = x_1$ , то система будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{x} - x_1 &= 0, \\ m \dot{x}_1 - c(vt - x)(vt \geq x) + \\ &+ c(vt - x)[x_1 < 0,001 \wedge vt \geq x \wedge c(vt - x) < mg f_0] + \\ &+ mg f(x_1)(x_1 > 0,001) = 0, \\ x(0) &= 0, \quad x_1(0) = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Проинтегрировав систему (6), получим значения перемещения и скорости объекта.

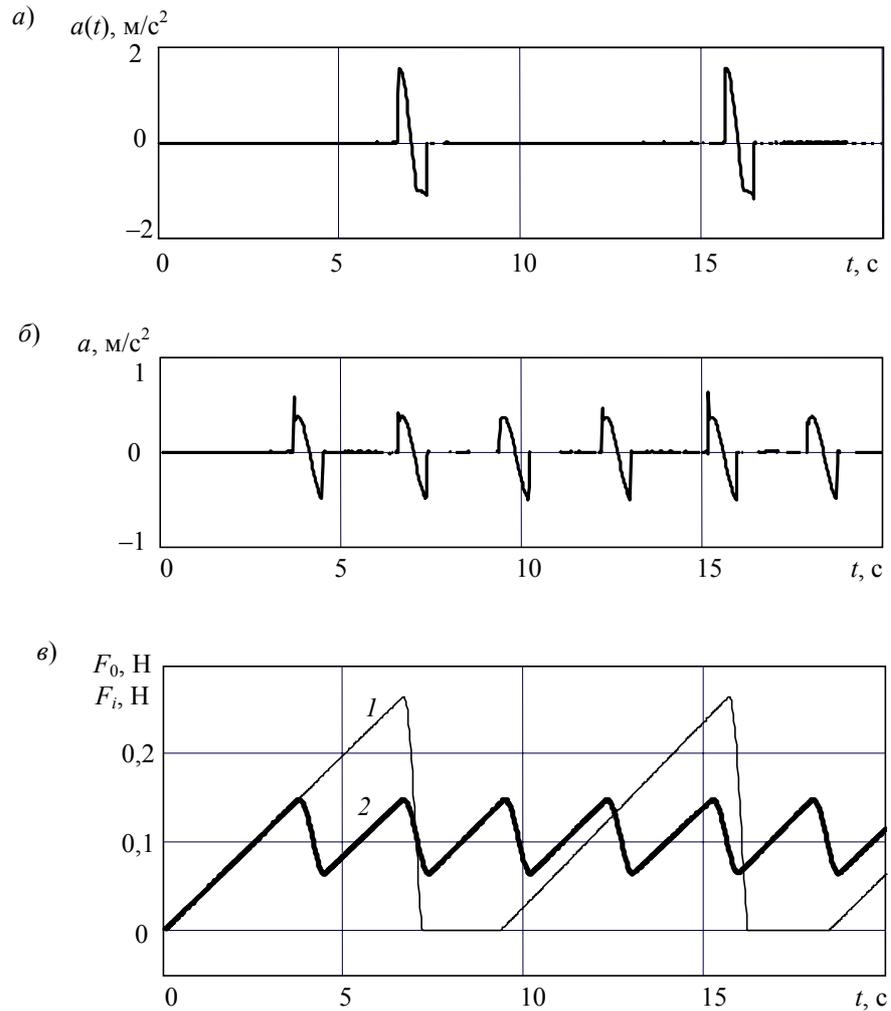


Рис. 4

Также может быть использован конечно-разностный метод. В данной задаче можно использовать принцип импульс силы (количество движения). Введем обозначения: число участков для расчета —  $n$ ; время моделирования —  $T$ ; интервал времени  $\Delta t = T/n$ ; переменная — счетчик цикла —  $i = 0, \dots, n$ ; начальные условия следующие  $x_0 = 0, v_0 = 0, a_0 = 0$  ( $v$  и  $a$  — скорость и ускорение объекта).

Суммарная сила на  $i$ -м интервале:

$$F_i = c(vt_i - x_i)(vt_i \geq x_i) - \\ -c(vt_i - x_i)[vv_i < 0,001 \wedge vt_i \geq x_i \wedge c(vt_i - x_i) < mgf_0] - \\ -mgf_i(v_i > 0,001). \quad (7)$$

Скорость объекта на интервале  $i+1$ :

$$v_{i+1} = v_i + \frac{F_i}{m} \Delta t. \quad (8)$$

Перемещение и ускорение объекта на интервале  $i+1$ :

$$x_{i+1} = x_i + v_i \Delta t, \quad a_{i+1} = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t}. \quad (9)$$

Все три варианта динамической модели (5)—(9) фактически являются расчетными формулами и используются для расчетов при различных исходных параметрах в среде математического моделирования MathCAD. В частности, в приведенном на рис. 3, б варианте разница между коэффициентами трения покоя  $f_0$  и движения  $f$  не так велика, как в случае, показанном на рис. 3, а. Остановки объекта происходят при „напряженной“ упругой связи, и координаты объекта постоянно смещены относительно уровня перемещения кинематического привода. На рис. 4, в представлен график состояния упругой связи (кривая 2), соответствующего режиму движения (см. рис. 3, б). Ускорение объекта при этом режиме приведено на рис. 4, б.

В заключение следует отметить, что все представленные варианты модели дают одинаковые числовые результаты. Модель подтвердила высокую нелинейность описываемого явления, особенно проявляющуюся на чрезвычайно коротком временном промежутке перехода объекта от движения к покою. Решить указанную проблему удастся за счет значительного увеличения количества точек (участков) интегрирования. Число участков доводится до 1500—2500 при 10—20 с модельного времени, причем изменение числа участков даже на единицу может сдвинуть границы интервала и изменить результат.

#### ЛИТЕРАТУРА

Колчин Н. И. Механика машин. Л.: Машиностроение, 1972. Т. 2.

#### Сведения об авторах

- Георгий Борисович Заморюев** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; E-mail: georgyz09@gmail.com
- Алексей Леонидович Ткачев** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники

Рекомендована кафедрой  
мехатроники

Поступила в редакцию  
25.12.09 г.

В. А. ГОЛУБКОВ, А. В. ГОЛУБКОВ

## ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ КОЛЕЦ НА ВИБРОАКТИВНОСТЬ ШАРИКОПОДШИПНИКОВ

Проанализированы спектральные характеристики сил, вызывающих вибрацию шарикоподшипника, связанную с дефектами его элементов, а также неоднородностью физико-механических свойств материала.

**Ключевые слова:** вибрация, подшипник, неоднородность.

Экспериментальные исследования показывают, что упругие свойства элементов шарикоподшипника зависят не только от их дефектов, радиусов кривизны, материала, но также в значительной степени определяются неоднородностью структуры материала. Влияние неоднородности на возникновение сил, вызывающих вибрацию, и предстоит проанализировать.

Для анализа упругих свойств материала колец по дну желоба были выбраны подшипники марки 180605. Для того чтобы определить, с каким шагом целесообразно измерять конструктивные параметры колец по дну желоба колец, необходимо оценить геометрические размеры пятна контакта шарика с кольцами [1]. Габаритные размеры подшипника следующие: внутренний диаметр подшипника  $d = 25$  мм, наружный диаметр  $D = 62$  мм, ширина  $B = 24$  мм, диаметр шарика  $d_0 = 11,509$  мм, число шариков  $m = 7$ .

Внутренние размеры подшипника:

— радиус поперечного профиля дорожек качения колец  $r = 0,515 d_0 = 5,927$  мм;

— наименьшая толщина колец по желобу  $h = 0,5 \left( \frac{D-d}{2} - d_0 \right) = 3,496$  мм;

— радиус наименьшей окружности дорожки качения внутреннего кольца и наибольшей окружности наружного кольца  $R_1 = d/2 + h = 15,9955$  и  $R_2 = D/2 - h = 27,5045$  мм соответственно.

Величина усилия, приходящегося на наиболее нагруженный шарик при воздействии статической нагрузки  $Q = 84$  Н, определяется по следующей формуле:

$$P_0 = 5Q / m = 60 \text{ Н.}$$

Упругая постоянная соприкасающихся тел в случае, если модуль упругости стали  $E = 212 \cdot 10^3$  Н/мм<sup>2</sup>, а коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ :

$$\eta = 2(1-\mu) / E = 8,585 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2/\text{Н.}$$

Учитывая главные кривизны соприкасающихся тел (шарика с кольцами)  $\rho_q$  и геометрический параметр  $\tau_q$  этих тел при начальном угле контакта  $\beta_0 = 15,642^\circ$

$$\rho_q = \frac{4}{d_0} + (-1)^q \frac{\cos \beta_0}{R_q + (-1)^q r (1 - \cos \beta_0)} - \frac{1}{r}, \quad \rho_1 = 0,144, \quad \rho_2 = 0,239,$$

$$\tau_q = \frac{(-1)^q \frac{\cos \beta_0}{R_q + (-1)^q r (1 - \cos \beta_0)} + \frac{1}{r}}{\rho_q}, \quad \tau_1 = 0,9283, \quad \tau_2 = 0,9705,$$

по таблице [2] находим значения вспомогательных коэффициентов  $n_a=3,55$  и  $n_b=0,428$  для наружного кольца ( $q=1$ ), используя которые, рассчитываем размеры полуосей эллипса площадки контакта наиболее нагруженного шарика с наружным кольцом

$$a = n_a \sqrt[3]{\frac{3\eta P_0}{2\rho_1}} = 0,622 \text{ мм}, \quad b = n_b \sqrt[3]{\frac{3\eta P_0}{2\rho_2}} = 0,075 \text{ мм}.$$

Таким же образом определяется размер площадки контакта того же шарика с внутренним кольцом при  $n_a=4,38$ ,  $n_b=0,384$ :  $a=0,65$ ,  $b=0,057$  мм.

Принимая во внимание геометрические размеры колец и площадок контакта, для определения упругих свойств колец целесообразно на наружном кольце делать не более 2300 замеров по дну желоба беговой дорожки, а на внутреннем — не более 1700.

Оценка упругих свойств колец основана на измерении перемещения шарика при изменении нагрузки на величину  $\Delta P$ . Это перемещение пропорционально деформации в точках контакта кольца с шариком. Нагрузки  $P_0$  и  $\Delta P$  выбирались исходя из известных действующих нагрузок.

На рис. 1 представлена конструкция прибора для анализа физико-механических свойств колец шарикоподшипников ( $a$  — внутреннего кольца;  $b$  — наружного): 1 — оправка, 2 — кольцо, 3 — шайба, 4 — гайка, 5 — шарик, 6 — рычаг, 7 — измеритель перемещения.

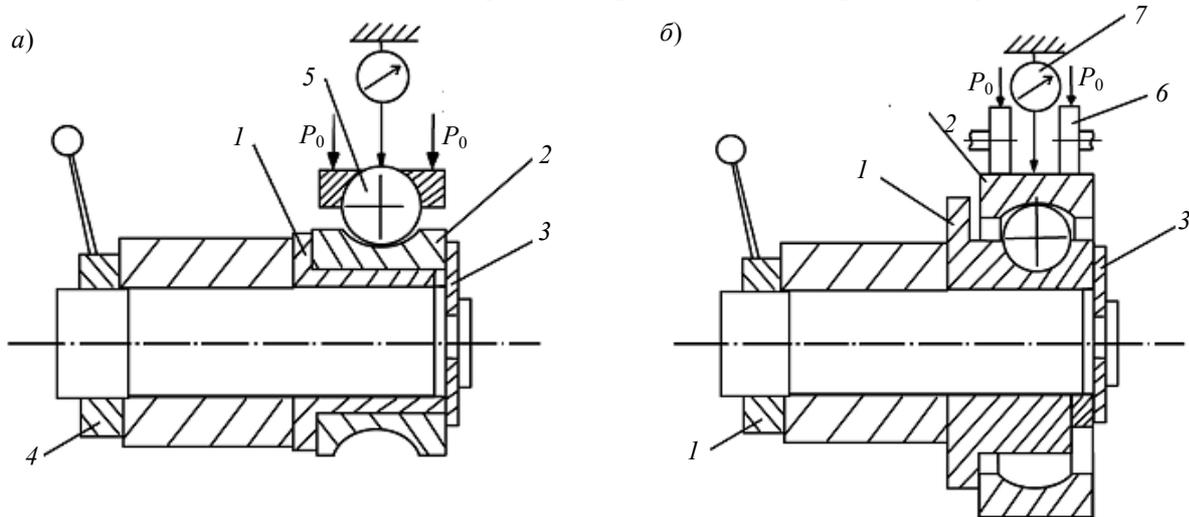


Рис. 1

Согласно теории Герца—Беляева, силу упругости, действующую со стороны  $i$ -го шарика на  $q$ -е кольцо, можно представить следующим образом:

$$F_{qi} = K_q \delta_{qi}^{3/2} e(\delta_{qi}),$$

где  $\delta_{qi}$  — деформация  $i$ -го шарика в контакте с  $q$ -м кольцом;  $K_q$  — конструктивный коэффициент.

В эксперименте использовались кольца наружные и внутренние шарикоподшипников типа 180605, изготовленных по технологии общего потока.

Измерения приращений деформаций  $\Delta\delta_{qi}$  проводились в 256 точках, равномерно распределенных по окружности беговых дорожек при изменении нагрузки  $P_0$  на величину  $\Delta P$ . Деформация в каждой точке контакта определялась путем осреднения многократных измерений при приложении и снятии нагрузки  $\Delta P$ . Погрешность измерений перемещений шарика составила 0,01 мкм.

Конструктивный параметр кольца рассчитывался по формуле

$$K_q = \frac{\Delta P}{\Delta\delta_{qi}^{3/2}}.$$

Результаты расчета по измеренным данным для наружного кольца представлены на рис. 2 ( $n$  — номер точки измерения). Видно, что значения  $K$  в зависимости от точки на беговой дорожке кольца изменяются в широком диапазоне. Амплитуды гармоник спектрального разложения отклонений конструктивного параметра  $K$  от его среднего значения для наружного кольца представлены на рис. 3 ( $N$  — номер гармоники).

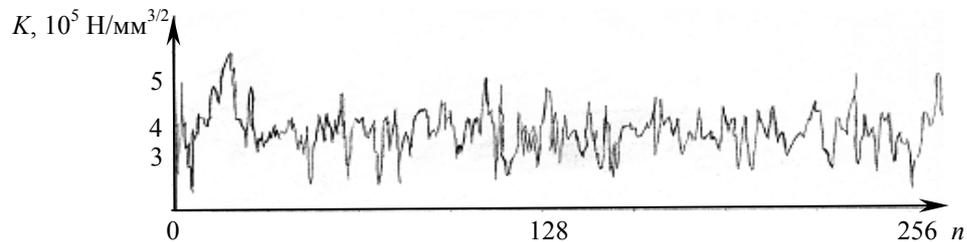


Рис. 2

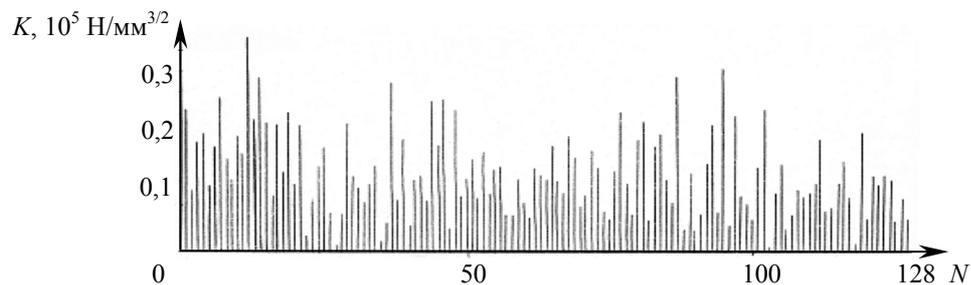


Рис. 3

Дополнительные спектральные составляющие вынуждающих сил, обусловленные технологическими погрешностями изготовления и сборки шарикоподшипников, с учетом неоднородности физико-механических свойств материала имеют широкий диапазон, они представлены в работе [3].

Анализ показывает, что неоднородность физико-механических свойств материала подшипника в значительной степени влияет на его виброактивность. Учет фактора неоднородности материала элементов подшипника позволяет объяснить многие спектральные составляющие вибрации, которые до сих пор не находили своего подтверждения, и более точно оценивать ресурс работы электромеханических устройств, в состав которых входят шарикоподшипники.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приборные шариковые подшипники. Справочник / Л. К. Волков, Г. А. Веркович, В. А. Голубков и др. М.: Машиностроение, 1981. 351 с.
2. Эльперин А. И. и др. Диагностирование динамики систем трения. СПб: Наука, 1998. 142 с.
3. Ефимов А. А., Голубков В. А., Голубков А. В. Гармонический анализ сил, вынуждающих вибрацию в опорах качения // Сб. докл. „Завалишинские чтения“. СПб: ГУАП, 2007. С. 51—54.

#### Сведения об авторах

- Виктор Александрович Голубков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра электротехники и технической диагностики; E-mail: viktor-golubkov@yandex.ru
- Александр Викторович Голубков** — Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра электротехники и технической диагностики; ассистент; E-mail: kaerulus2@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
электротехники и технической диагностики

Поступила в редакцию  
29.12.09 г.

---

---

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

---

---

УДК 621.396:681.323

С. И. ЗИАТДИНОВ

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛА ПО ЕГО ВЫБОРКАМ НА ОСНОВЕ ТЕОРЕМЫ ОТСЧЕТОВ КОТЕЛЬНИКОВА

Показано, что для однозначного восстановления непрерывного сигнала по его отсчетам необходимо, чтобы частота дискретизации превышала удвоенную максимальную частоту в спектре сигнала.

*Ключевые слова:* восстановление сигнала, дискретизация, ошибки.

При цифровой фильтрации непрерывного входного сигнала важнейшей задачей является правильный выбор его частоты дискретизации.

Согласно теореме Котельникова, если наивысшая частота в спектре сигнала  $u(t)$  не превышает значения  $F_{\max}$ , то сигнал  $u(t)$  полностью определяется последовательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга не более чем на  $0,5/F_{\max}$ . Иными словами, частота дискретизации непрерывного сигнала  $F_d$  должна удовлетворять условию  $F_d \geq 2F_{\max}$  [см. лит.]

Покажем, что требование к выбору частоты дискретизации должно быть более жестким, а именно: для замены непрерывного сигнала совокупностью выборок без потери информации необходимо обеспечить соотношение  $F_d > 2F_{\max}$ . В случае, когда  $F_d = 2F_{\max}$ , дискретизация непрерывного сигнала приводит к информационным потерям.

Пусть дискретизированный входной сигнал представляет собой синусоидальное колебание

$$u(t_i) = U \sin \Omega t_i, \quad t_i = iT_d + \Delta T, \quad (1)$$

где  $U, \Omega$  — амплитуда и круговая частота сигнала;  $T_d$  — период дискретизации;  $\Delta T$  — смещение во времени момента текущего отсчета  $t_i$ ;  $i = 0, 1, 2, \dots$  — номер текущего отсчета.

Сигнал, с помощью которого осуществляется интерполирование (восстановление) исходного сигнала по его отсчетам, зададим в виде

$$u_{\text{и}}(t_i) = U_{\text{и}} \sin(\Omega t_i + \varphi), \quad (2)$$

где  $U_{\text{и}}, \varphi$  — амплитуда и фазовый сдвиг интерполирующего сигнала. Таким образом, для интерполирования сигнала по его отсчетам необходимо найти амплитуду  $U_{\text{и}}$  и фазовый сдвиг  $\varphi$  интерполирующего сигнала.

Будем считать, что в точках отсчетов сигналы (1) и (2) полностью совпадают, т.е.  $u(t_i) = u_{\text{и}}(t_i)$  или

$$U \sin[\Omega(iT_d + \Delta T)] = U_{\text{и}} \sin[(\Omega(iT_d + \Delta T) + \varphi)]. \quad (3)$$

Из данного соотношения находим требуемую амплитуду интерполирующего сигнал

$$U_{\text{и}} = U \frac{\sin[\Omega(iT_d + \Delta T)]}{\sin[\Omega(iT_d + \Delta T) + \varphi]}. \quad (4)$$

Рассмотрим ряд частных случаев. При  $\Delta T = 0$  из соотношения (4) следует, что

$$U_{\text{и}} = U \frac{\sin(\Omega iT_d)}{\sin(\Omega iT_d + \varphi)}. \quad (5)$$

Согласно теореме Котельникова, на нижней границе частота дискретизации  $F_d$  равняется удвоенной частоте сигнала  $F = \Omega / 2\pi$ . Тогда при  $F_d = 2F$  после простых преобразований формула (5) принимает вид

$$U_d = U \frac{\sin(i\pi)}{\sin(i\pi + \varphi)}. \quad (6)$$

Положим в формуле (6)  $\varphi = 0, \pi, 2\pi, \dots$  При этом отсчеты сигнала  $u(t_i)$  берутся в точках, где  $u(t) = 0$  (рис. 1). В соотношении (6) возникает неопределенность типа  $0/0$ . В результате интерполирующий сигнал  $u_{\text{и}}(t_i)$  может иметь любую амплитуду, так как в точках отсчета его значения, как и значения исходного сигнала, равны нулю.

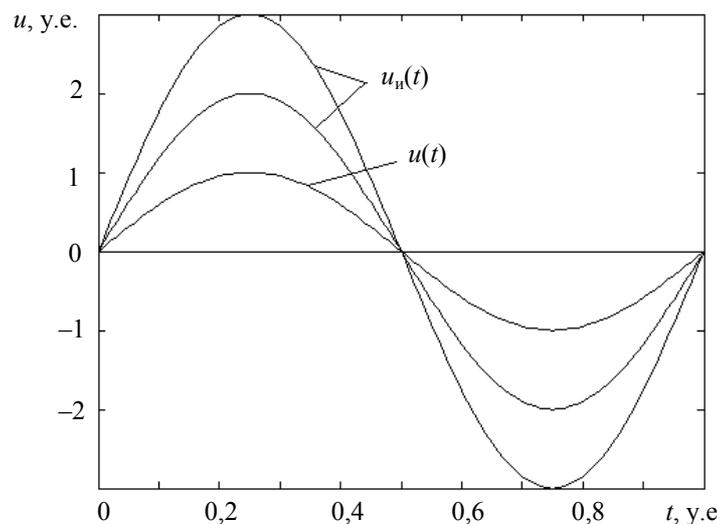


Рис. 1

Следовательно, при  $\Delta T = 0$ ;  $\varphi = 0, \pi, 2\pi, \dots$  и  $F_d = 2F$  сигналу  $u(t_i)$  можно сопоставить бесчисленное множество интерполирующих сигналов  $u_{\text{е}}(t_i)$ , имеющих любую амплитуду (см. рис. 1).

При  $\varphi \neq 0, \pi, 2\pi, \dots$  выражение (6) принимает вид

$$U_{\text{и}} = U \frac{0}{\sin(i\pi + \varphi)} = 0.$$

В данном случае вообще нет интерполирующего сигнала.

Таким образом, при взятии отсчетов синусоидального сигнала в точках, где его значение равно нулю, интерполирующий сигнал также проходит через эти точки и может иметь любую амплитуду. Восстановление исходного сигнала по его отсчетам в этом случае невозможно.

При  $\Delta T \neq 0$  точки отсчета сигнала  $u(t_i)$  не совпадают с моментами времени, где его значения равны нулю (рис. 2). По-прежнему считаем, что частота дискретизации равняется удвоенной частоте сигнала ( $F_d = 2F$ ).

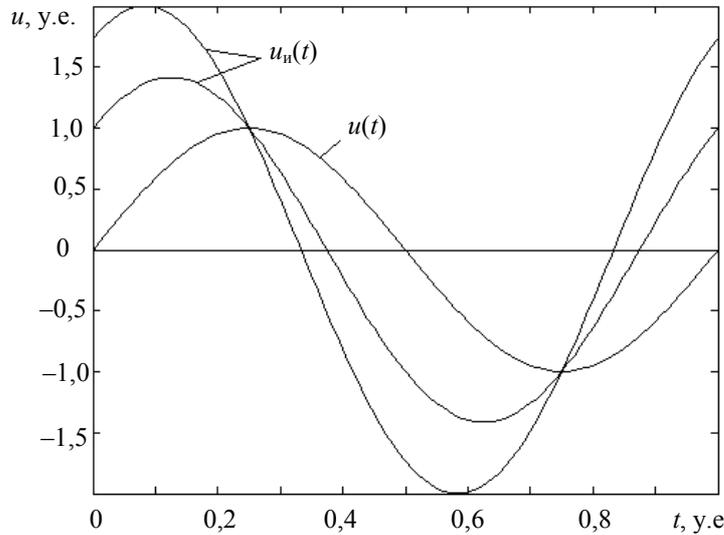


Рис. 2

Рассмотрим, например, случай, когда  $\Delta T = 0,25T$ . Здесь  $T = 1/F$  — период синусоидального сигнала. В результате соотношение (4) преобразуется к виду

$$U_n = U \frac{\sin[\Omega(iT_d + 0,25T)]}{\sin[\Omega(iT_d + 0,25T) + \varphi]} = \frac{U}{\cos \varphi}. \quad (7)$$

Из данного выражения можно найти амплитуду интерполирующего сигнала для различных значений  $\varphi$ :

а)  $\varphi = 0$ ,  $U_n = U$ ; б)  $\varphi = 45^\circ$ ,  $U_n = 2U/\sqrt{2}$ ; в)  $\varphi = 60^\circ$ ,  $U_n = 2U$ ; г)  $\varphi = 90^\circ$ ,  $U_n = \infty$ .

Следовательно, существует бесчисленное множество интерполирующих сигналов. Данный результат поясняется временными реализациями, представленными на рис. 2.

Таким образом, из проведенных исследований следует, что при  $F_d = 2F$  невозможно однозначно восстановить исходный синусоидальный сигнал по его отсчетам.

Пусть частота дискретизации не имеет жесткой привязки к частоте синусоидального сигнала  $F_d > 2F$ . В этом случае из соотношения (3) получим

$$U \sin \left[ 2\pi \frac{T_d}{T} \left( i + \frac{\Delta T}{T_d} \right) \right] = U_n \sin \left[ 2\pi \frac{T_d}{T} \left( i + \frac{\Delta T}{T_d} \right) + \varphi \right].$$

Данное равенство будет выполняться для всех  $i = 0, 1, 2, \dots$  только при одном условии, когда  $U_n = U$  и  $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ . Следовательно, в этом случае для всех точек взятия отсчетов существует единственный интерполирующий сигнал. Аналогичные рассуждения можно распространить на сигнал  $u(t)$  любой формы с ограниченной максимальной частотой спектром.

Таким образом, для однозначного восстановления непрерывного сигнала по его отсчетам необходимо, чтобы выполнялось условие — частота дискретизации должна быть больше удвоенной наивысшей частоты в спектре сигнала.

#### ЛИТЕРАТУРА

Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио, 1971. 671 с.

Сергей Ильич Зиаудинов

*Сведения об авторе*

- д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf.53@GUAP.ru

Рекомендована кафедрой  
информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию  
29.11.07 г.

УДК 621.373.52

А. А. ТИТОВ, В. П. ПУШКАРЕВ, Б. И. АВДОЧЕНКО

## МОЩНЫЙ ИМПУЛЬСНЫЙ СВЧ ГЕНЕРАТОРНЫЙ МОДУЛЬ

Описан СВЧ генераторный модуль на диоде Ганна типа 3A762A с выходной импульсной мощностью не менее 36 Вт, рабочим диапазоном частот 8—11 ГГц и размером 46×42×36 мм. Приведена принципиальная схема ограничителя импульсов управления и возбудителя, описаны особенности конструктивной реализации СВЧ генераторного модуля и методика его настройки.

**Ключевые слова:** диод Ганна, генераторный модуль, ограничитель импульсов, возбуждатель.

Используемые в настоящее время в системах ближней радиолокации и радионавигации импульсные СВЧ генераторы на магнетронах имеют большой вес, габариты и ограниченный срок службы. В то же время выпускаемые промышленностью диоды Ганна типа 3A750, 3A762, а также лавинно-пролетные диоды типа 3A765, 3A766 позволяют разрабатывать СВЧ-генераторы с выходной импульсной мощностью до 40 Вт в диапазоне частот 8—96 ГГц [1]. В работе описан СВЧ генераторный модуль, управляемый микроконтроллером, генерирующим импульсы управления ТТЛ-уровня, и состоящий из ограничителя амплитуды импульсов управления (далее — ограничитель), возбуждателя и резонаторной камеры с диодом Ганна типа 3A762A.

Принципиальная схема ограничителя и возбуждателя приведена на рис. 1.

Для стабильной работы СВЧ генераторного модуля необходимо обеспечить постоянный уровень напряжения возбуждения диода Ганна. В случае работы импульсного возбуждателя от микроконтроллера, генерирующего импульсы управления ТТЛ-уровня, напряжение возбуждения оказывается нестабилизированным. Это приводит к изменению генерируемой мощности и частоты генерации [1].

В цифровой технике в качестве ограничителя импульсов используют, как правило, компараторы [2], недостатком которых является увеличение длительности формируемых ими импульсов с возрастанием амплитуды входных воздействий, что связано с насыщением транзисторов компаратора. В системах ближней радиолокации изменение длительности излучаемых радиоимпульсов недопустимо, поскольку приводит к снижению точности производимых с помощью указанных систем измерений.

Ограничитель должен обеспечивать неизменную форму и амплитуду выходного импульса при изменении амплитуды входного сигнала. Экспериментальные исследования показали, что при изменении амплитуды входных импульсов в пределах от 4 до 20 В амплитуда выходных импульсов изменяется от 3,2 до 3,36 В. Важно и то, что изменение амплитуды входного воздействия не приводит к увеличению длительности выходных импульсов, что характерно для классических схем на основе компараторов. При этом выброс на переднем фронте импульса в рассматриваемом диапазоне амплитуд входных сигналов не превышает 3 % [3].

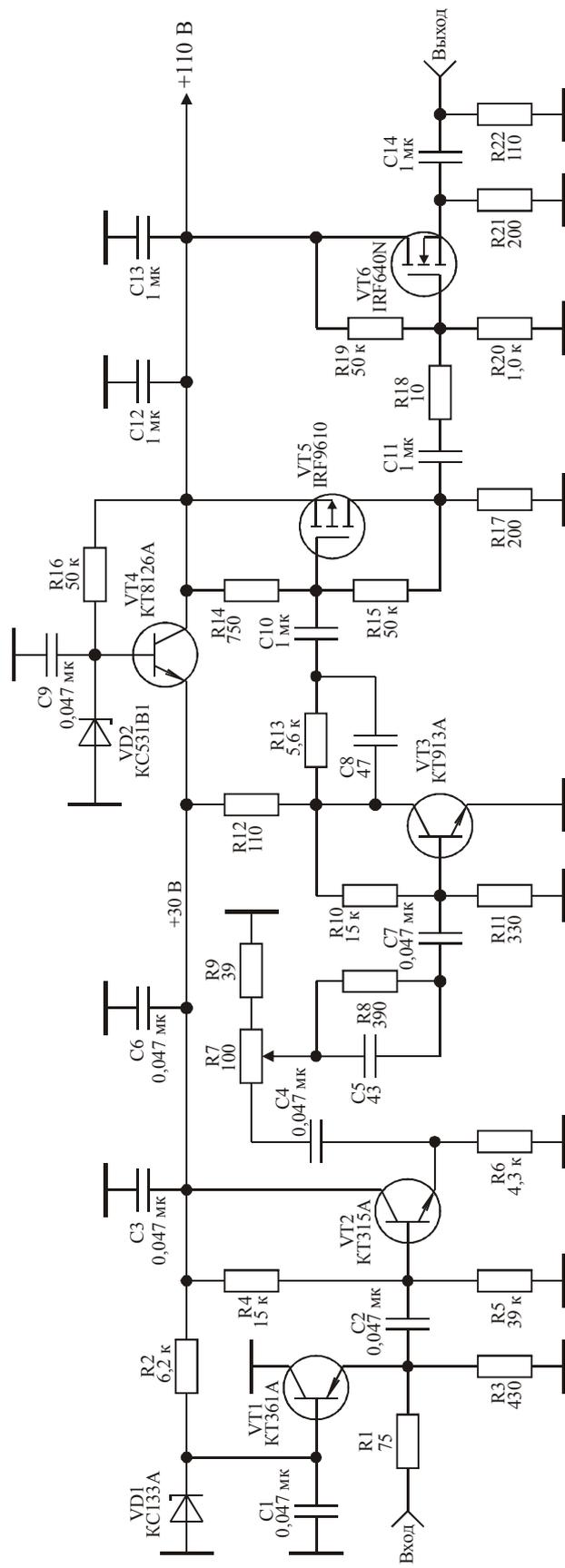


Рис. 1

Ограничитель содержит транзистор VT1, выполняющий роль самоуправляемого ограничителя однополярных импульсных сигналов; стабилизатор напряжения на стабилитроне VD1 и резисторе R2; делитель напряжения на резисторах R1 и R3; эмиттерный повторитель на транзисторе VT2.

На базу транзистора VT1 со стабилизатора напряжения подается постоянное запирающее оба перехода VT1 напряжение. В случае использования *p-n-p*-транзистора (см. на рис. 1) это напряжение положительное. При подаче на вход ограничителя импульсов положительной полярности транзистор VT1 заперт до тех пор, пока амплитуда указанных импульсов будет меньше запирающего напряжения, подаваемого на базу транзистора VT1. Если амплитуда входных импульсов превышает значения запирающего напряжения, транзистор VT1 открывается, и его входное сопротивление будет составлять доли ома. В этом случае транзистор VT1 играет роль самоуправляемого ограничителя.

Делитель напряжения на резисторах R1 и R3 необходим для сохранения работоспособности ограничителя при работе от генератора с малым выходным сопротивлением. При отсутствии делителя на резисторах R1 и R3 степень шунтирования транзистором VT1 входного сигнала будет снижаться с уменьшением выходного сопротивления генератора и может привести к выходу его из строя.

Эмиттерный повторитель необходим для сохранения работоспособности ограничителя в случае его работы на низкоомную нагрузку. Использование эмиттерного повторителя позволяет сохранять неизменной амплитуду выходных импульсов при работе на произвольное сопротивление нагрузки, ограниченное допустимым импульсным током транзистора VT2.

Возбудитель содержит три каскада усиления на транзисторах VT3, VT5, VT6 и стабилизатор напряжения на транзисторе VT4, предназначенный для питания ограничителя и первого каскада возбудителя. В первых двух каскадах возбудителя использованы корректирующие цепи первого порядка (элементы C5, R8 и C8, R13), обеспечивающие высокие технические показатели [4]. Достоинством таких цепей является отсутствие выброса на переднем фронте усиливаемого импульса при изменении значения коэффициента усиления каскада от максимального до единицы.

Особенностью работы импульсных диодов Ганна и лавинно-пролетных диодов является изменение их сопротивления в процессе возбуждения, для стабильной работы СВЧ-генераторов на этих диодах требуется возбудитель с выходным сопротивлением в десятые доли ома. Для реализации указанного требования выходной каскад возбудителя на транзисторе VT5 выполнен по схеме с общим стоком с выходным сопротивлением не более 0,05 Ом. Каскад с общим стоком имеет коэффициент усиления по напряжению близкий к единице, однако обладает большим быстродействием, что позволяет обеспечить время установления фронта импульса возбудителя не более 10 нс при работе на нагрузку с активным сопротивлением не менее 5 Ом.

Рабочие импульсные напряжения диодов Ганна и лавинно-пролетных диодов индивидуальны и лежат в диапазоне 10—100 В. Поэтому между ограничителем и возбудителем установлен потенциометр R7 (рис. 1), позволяющий изменять выходное импульсное напряжение возбудителя в указанных пределах.

Изготовление и настройка ограничителя и возбудителя включают следующие этапы. Печатная плата (рис. 2) размером 40×40 мм изготавливается из фольгированного с двух сторон стеклотекстолита толщиной 2—3 мм.

На рис. 3 представлено расположение элементов ограничителя и возбудителя. Пунктиром обозначены места металлизации, необходимой для устранения паразитных резонансов и заземления нужных участков печатной платы.

Токи покоя транзисторов возбудителя выбраны равными 3—8 мА, что обеспечивает малую потребляемую мощность при одновременной высокой линейности амплитудной

характеристики возбудителя. Поэтому для сохранения теплового режима указанных транзисторов при длительной работе достаточно в качестве радиатора охлаждения использовать резонаторную камеру СВЧ-генератора.

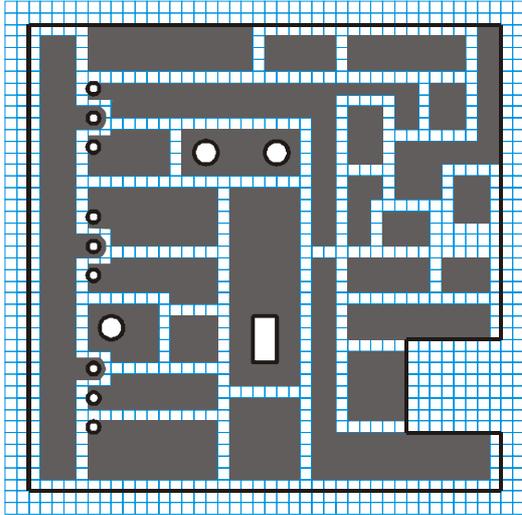


Рис. 2

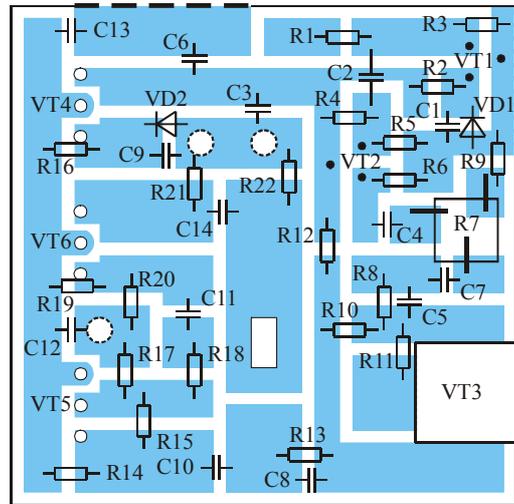


Рис. 3



Рис. 4

На рис. 4 показан внешний вид ограничителя и возбудителя, поясняющий особенности их конструктивной реализации. Как видно из рис. 4, в центре печатной платы имеется отверстие с установленным в него винтом, через который импульс возбуждения подается на генераторный диод.

Настройка ограничителя заключается в установке (путем изменения сопротивления резистора R4) постоянного напряжения коллектор—эмиттер транзистора VT2 в 10 В.

Технические характеристики ограничителя:

полярность входных и выходных импульсов.....	положительная;
допустимый диапазон амплитуд входных импульсов .....	4—20 В;
амплитуда выходных импульсов.....	3,2 В;
спад вершины импульсов при длительности 2 мкс .....	2 %;
длительность фронта выходных импульсов .....	5 нс.

Настройка возбuditеля начинается с установления токов покоя транзисторов VT3, VT5, VT6 равными 3—8 мА с помощью резисторов R11, R14, R20. Затем производится покаскадная настройка возбuditеля. Для этого в качестве нагрузки первого каскада подключается резистор (сопротивление 50 Ом) и изменением емкости конденсатора C5 достигается максимальный коэффициент усиления каскада при времени установления фронта импульса 5—6 нс. Далее путем изменения сопротивления резистора R8 уменьшается спад плоской вершины импульса. Изменением в небольших пределах сопротивления резистора R11 достигается максимальная линейность амплитудной характеристики каскада. Аналогичным образом настраиваются остальные каскады усилителя.

Резистор R18, включенный между предоконечным и выходным каскадами, необходим для устранения самовозбуждения возбuditеля, связанного с индуктивным характером входного импеданса выходного каскада.

Технические характеристики возбuditеля:

выходное напряжение в импульсе .....	10—100 В;
максимальный выходной ток в импульсе .....	25 А;
время установления фронта импульса .....	10 нс;
длительность усиливаемых импульсов, не более .....	200 нс;
скважность усиливаемых импульсов, не менее .....	500;
коэффициент усиления .....	30 дБ;
полярность входных и выходных импульсов .....	положительная;
максимальное значение потребляемого тока .....	60 мА.

Резонаторная камера выполнена из волновода сечением 23×10 мм и длиной 46 мм. Генераторный диод устанавливается внутри волновода на расстоянии  $\lambda/4$  либо  $3\lambda/4$  от закрытого металлической заглушкой края волновода ( $\lambda$  — требуемая длина волны генерируемого колебания). Особенности конструктивной реализации резонаторной камеры с установленным в нее диодом показаны на рис. 5.

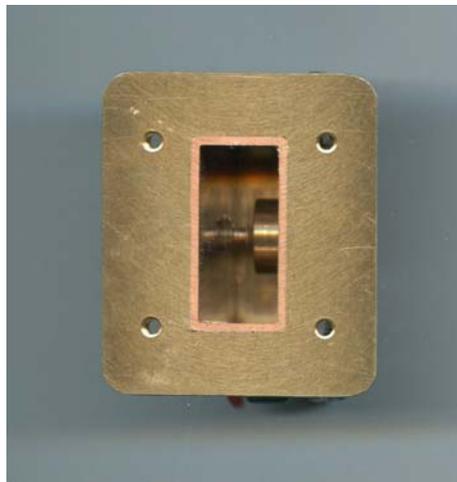


Рис. 5

Плавная подстройка частоты генерации СВЧ генераторного модуля, в пределах 10—20 МГц, осуществляется путем изменения амплитуды возбуждающего импульса, подаваемого на диод Ганна. Это достигается соответствующим выбором положения движка потенциометра R7. Изменение выходной мощности при этом не превышает 2—3 %.

Для более грубой подстройки частоты генерации в волноводе прорезана продольная щель, куда входит винт, вкручиваемый в держатель диода Ганна, через который импульс возбуждения подается на диод. Изменение частоты генерации осуществляется с помощью смещения держателя диода Ганна, служащего для диода радиатором.

Для настройки резонаторной камеры на частоту генерации диода Ганна и получения тем самым максимальной выходной мощности СВЧ генераторного модуля между диодом и закрытым краем волновода в широкую стенку волновода помещается металлический винт, который фиксируется контргайкой.

На рис. 6 представлен общий вид СВЧ генераторного модуля.

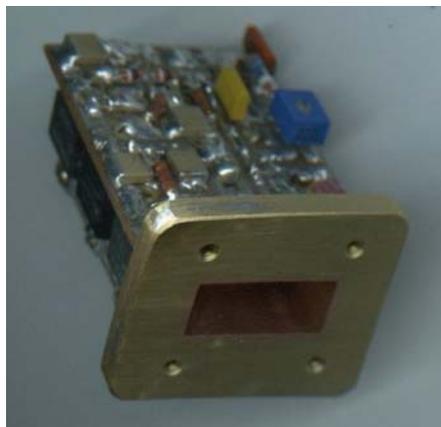


Рис. 6

Технические характеристики СВЧ генераторного модуля:

амплитуда сигнала запуска .....	4—20 В;
выходная мгновенная мощность при скважности 1000 и длительности радиоимпульсов 100 нс, не менее .....	36 Вт;
номинальное значение несущей частоты.....	8—11 ГГц;
длительность импульсов запуска .....	30—200 нс;
длительность фронта генерируемых радиоимпульсов, не более.....	10 нс;
скважность генерируемых импульсов, не менее.....	500;
напряжение источника питания .....	110 В;
максимальное значение потребляемого тока .....	60 мА.

Работа выполнена в рамках ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (государственный контракт № 02.740.11.0514 от 15.03.10).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наливайко Б. А., Берлин А. С., Божков В. Г.* и др. Полупроводниковые приборы. Сверхвысокочастотные диоды: Справочник. Томск: МГП „РАСКО“, 1992. 223 с.
2. *Нефедов В. И.* Основы радиоэлектроники и связи. М.: Высшая школа, 2005. 510 с.
3. *Титов А. А., Семенов А. В., Пушкарев В. П.* Устройство защиты усилителя однополярных импульсов от перегрузки по току. Патент РФ № 2328818. Оpubл. 10.07.2008. Б.И. № 19.
4. *Авдоченко Б. И., Бабак Л. И., Обихвостов В. Д.* Транзисторный видеоусилитель наносекундной длительности с повышенным выходным напряжением // Приборы и техника эксперимента. 1980. № 5. С. 107—109.

#### Сведения об авторах

- Александр Анатольевич Титов** — д-р техн. наук, профессор; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектроники и защиты информации; E-mail: titov\_aa@rk.tusur.ru
- Владимир Петрович Пушкарев** — канд. техн. наук, доцент; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектроники и защиты информации
- Борис Иванович Авдоченко** — доцент; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра радиоэлектроники и защиты информации

Рекомендована кафедрой радиоэлектроники и защиты информации

Поступила в редакцию 05.05.09 г.

А. Е. КУРАСОВ, И. Ю. ПОПОВ

## ВХОДНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА НА ЭЛЕКТРОНАХ В СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДАХ

Сформулированы требования к входному устройству для квантового компьютера, в качестве элементной базы которого используются электроны в связанных волноводах. Предложена принципиальная модель данного модуля на основе задачи о генераторе начального состояния для такого компьютера. Выведены и численно промоделированы уравнения для конкретной реализации предложенной модели с использованием одномерной ограниченной параболической потенциальной ямы.

**Ключевые слова:** квантовый компьютер, квантовая яма, начальное состояние.

**Введение.** В последнее время активно ведутся исследования в области квантовых вычислений [1, 2]. Квантовый компьютер — это вычислительная машина, которая за один такт своей работы производит действия над всем доступным ей объемом памяти [1]. За счет такого эффекта квантовые компьютеры принципиально превосходят существующие классические в решении некоторых трудоемких задач. В частности, доказано, что квантовый компьютер решает задачу факторизации за полиномиальное время [1], что позволяет расшифровывать RSA-код за приемлемое время.

Задача построения квантового компьютера была декомпозирована на следующие подзадачи [1]: создание генератора начального состояния, создание достаточно большого числа кубитов, реализация одно- и двухкубитных операций и реализация процесса считывания финального состояния квантового компьютера — перевод квантовой информации в классическую.

Предложенные для создания квантового компьютера классические варианты архитектуры [1—6] не позволяют решить одну или несколько поставленных задач, поэтому были предложены новые оригинальные варианты архитектуры. Одним из таких предложений было создать квантовый компьютер на связанных электронах в волноводах [7—11]. В данной архитектуре кубитом является пара связанных волноводов, в которых находится один электрон. Базовыми для кубита являются состояния, в которых электрон с вероятностью единица находится в одном из волноводов. На пути развития этой архитектуры был достигнут ряд успехов [7—11]. Настоящая работа посвящена решению задачи создания генератора начального состояния для предложенной архитектуры.

**Принципиальная модель.** Начальным состоянием квантового компьютера на связанных электронах в волноводах является следующее: в каждом волноводе находится по одному электрону в некотором состоянии (одинаковом для всех электронов компьютера), которое считается нулевым в данной архитектуре, эти электроны *когерентны* друг другу. Когерентность электронов является необходимым условием корректной работы данного квантового компьютера.

В качестве генератора предлагается использовать устройство, состоящее из нескольких ловушек (по одной на каждый волновод), каждая из которых держит по одному электрону перед своим волноводом и по внешнему сигналу выпускает их в волновод достаточно быстро, чтобы эти электроны были когерентными. Предполагается, что внешний сигнал подается одновременно на все ловушки и когерентность зависит только от времени вылета электрона. Необходимо, чтобы электрон в отсутствие сигнала находился в ловушке большое время по сравнению со временем работы квантового компьютера. Поставленные условия сводятся к одному: отношение времен жизни электрона в ловушке без сигнала и с наличием сигнала

должно быть достаточно большим. В качестве сигнала используется однородное электрическое поле. Потенциальная яма, характеризующая ловушку, может быть произвольной формы, в частности можно использовать одну из моделей квантовых точек.

**Уравнения для одной из возможных реализаций.** Время срабатывания одноэлектронного устройства можно грубо оценить как время жизни электрона в потенциальной яме соответствующей ловушки. В свою очередь, время жизни электрона будет считаться пропорциональным мнимой части волнового числа  $k$ , соответствующего резонансному состоянию системы вблизи энергетического уровня, на котором находится электрон.

В настоящей работе произведены расчеты для ловушки, состоящей из одномерной ограниченной параболической потенциальной ямы, потенциальная энергия которой  $U(x)$  описывается следующими формулами:

$$\begin{aligned} U &= 0 : x < -d, \\ U &= \lambda^2 x^2 : -d \leq x \leq d, \\ U &= \infty : x > d, \end{aligned}$$

где  $2d$  — ширина ямы, а  $\lambda$  — параметр, характеризующий форму ямы.

Данный выбор формы потенциала обусловлен тем, что при добавлении к такому потенциалу линейного форма останется неизменной:  $\lambda x^2 + Ex = \lambda(x + x_0)^2 + \gamma$ , где  $E$  — напряженность внешнего электрического поля,  $x_0$  пропорционален  $E$ , а  $\gamma = E^2$ . Будем считать напряженность поля достаточно небольшой, чтобы можно было пренебречь  $\gamma$ .

Уравнение для волновой функции  $\psi$  в области ловушки  $x \in [-d + x_0, d - x_0]$  имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (k^2 - \lambda^2 x^2) \psi = 0.$$

Данное уравнение имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} A_1 e^{ikx} + A_2 e^{-ikx} : x < -d + x_0, \\ C_1 \psi_1 + C_2 \psi_2 : x \in [-d + x_0, d - x_0], \end{aligned}$$

где  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — частные решения стационарного уравнения Шредингера в области параболического потенциала, а  $A_1, A_2, C_1, C_2$  — константы, зависящие от  $k$ . Не уменьшая общности, можно считать  $\psi_1$  симметричной, а  $\psi_2$  — антисимметричной функцией.

Резонансному состоянию соответствуют условия  $A_1 = 0$  и  $A_2 \neq 0$ . Для определенности положим  $A_2 = 1$  и, сшивая решения на границе, получим следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} C_1 \psi_1(d + x_0) + C_2 \psi_2(d + x_0) &= 0, \\ C_1 \psi_1(-d + x_0) + C_2 \psi_2(-d + x_0) &= e^{ikd}, \\ C_1 \frac{\partial \psi_1(-d + x_0)}{\partial x} + C_2 \frac{\partial \psi_2(-d + x_0)}{\partial x} &= -ike^{ikd}. \end{aligned} \right\}$$

Учитывая также симметричные свойства  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , обозначив

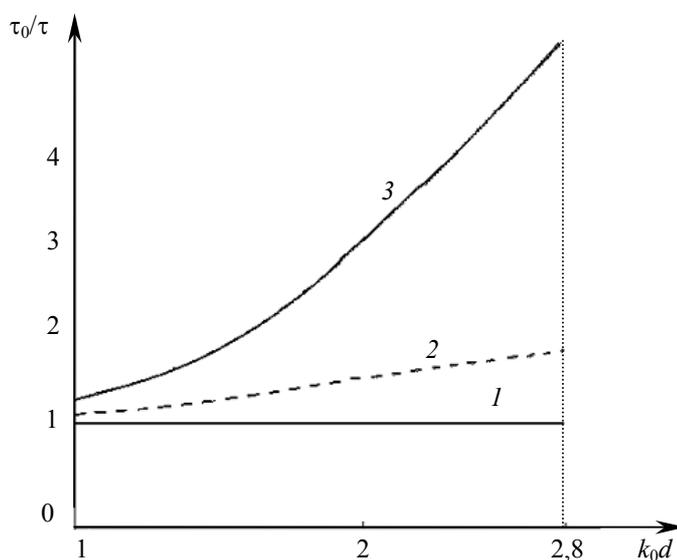
$$\theta_i = \frac{\partial \psi_i(d)}{\partial x} \text{ и } \gamma_i = \frac{\psi_i(d - x_0)}{\psi_i(d + x_0)},$$

можно получить следующее уравнение для  $k$ , соответствующего резонансу:

$$\theta_1 \gamma_2 + \theta_2 \gamma_1 = ik(\gamma_1 + \gamma_2). \quad (1)$$

**Численное моделирование полученных уравнений.** Обычно значение  $k$ , соответствующее резонансу, близко к некоторому энергетическому уровню, более того, обычно рядом с каждым энергетическим уровнем находится свой резонанс. Поэтому решение уравнения (1) можно искать в виде  $k = k_0 + k_1$ , где  $k_0$  соответствует интересующему нас энергетическому уровню (использовался первый уровень бесконечной параболической потенциальной ямы). Соответственно решения  $\psi_i$  представлялись в виде:  $\psi_i = \psi_{i0} + k_1 \psi_i^k$ , где  $\psi_{i0}$  — решения, соответствующие случаю  $k = k_0$ , а значение  $\psi_i^k$  находилось из исходного уравнения Шредингера путем варьирования  $k$ . Необходимым условием применимости данного приближения является  $|k_1| \ll k_0$ .

С помощью представленного метода были рассчитаны значения времени жизни электрона в яме (см. рисунок) в отсутствие поля (1), со слабым полем (2 —  $k_0 x_0 = 0,1$ ), с сильным полем (3 —  $k_0 x_0 = 0,3$ ). Здесь  $\tau_0$  — время жизни электрона в яме при отсутствии поля и  $\tau$  — время жизни электрона в яме при наличии поля.



Из рисунка видно, что отношение времен растет экспоненциально с ростом ширины ямы. Также видно, что значение параметра этого экспоненциального роста увеличивается с возрастанием напряженности внешнего поля. Это означает, что выбором энергии электрона, параметров ловушки и воздействующего электрического поля можно добиться ситуации, при которой время жизни электрона в ловушке без поля будет много больше времени работы квантового компьютера, а время жизни электрона в ловушке будет меньше времени когерентности электронов, что является достаточным условием для работы генератора начального состояния.

Таким образом, предложена идея реализации входного устройства для квантового компьютера на системе связанных квантовых волноводов. Построена и исследована соответствующая математическая модель. Проведено численное моделирование. Показана возможность реализации и предложен способ анализа связи параметров устройства и характеристик системы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Валиев К. А., Кокин А. А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность. М.—Ижевск: РХД, 2001. 350 с.
2. Feynman R. Quantum mechanical computers // Optics News. February. 1985. Vol. 11. P. 11.

3. Kane B. E. A Silicon-based Nuclear spin Quantum Computer // Nature. 1998. Vol. 393, N 5. P. 133—137.
4. Tanamoto T. Quantum Computation by Coupled Quantum Dot System and Controlled NOT Operation. 1999 [Electronic resource]: <quant-ph/9902031>.
5. Wiseman H. M., Utami D. W., Sun H. B., Milburn G. J., Kane B. E., Dzurak A., Clark R. G. Quantum Measurements of Coherence in Coupled Quantum Dots. 2000 [Electronic resource]: <Xiv:quant-ph/0002279>.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Ф. Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1974.
7. Gortinskaya L. V., Popov I. Yu., Tesovskaya E. S. Laterally coupled waveguides with Neumann boundary condition: formal asymptotic expansions // Proc. Int. Seminar @Day on Diffraction' 2003. St. Petersburg, 2003. P. 52.
8. Popov I. Yu., Gortinskaya L. V., Gavrilov M. I., Pestov A. A., Tesovskaya E. S. Weakly coupled quantum wires and layers as an element of quantum computer // Int. Conf. „Quantum Physics and Computation“, QPC 2005. Dubna, 2005. P. 8.
9. Popov I. Yu., Gortinskaya L. V., Gavrilov M. I., Pestov A. A., Tesovskaya E. S. Quantum computer elements based on coupled quantum waveguides // Письма в ЭЧАЯ. 2007. Т. 4, № 2(138). С.237—243.
10. Gavrilov M. I., Gortinskaya L. V., Pestov A. A., Popov I. Yu., Tesovskaya E. S. Quantum Algorithms Implementation Using Quantum Wires System // Proc. ICO Top. Meeting on Optoinformatics Information Photonics. 2006. P. 327—329.
11. Павлов Б. С., Попов И. Ю., Першенко О. С. // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т. 45, № 1—2. С. 31.

**Сведения об авторах**

- Александр Евгеньевич Курасов** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра высшей математики; E-mail: akurasov@gmail.com
- Игорь Юрьевич Попов** — д-р физ.-мат. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра высшей математики; заведующий кафедрой; E-mail: popov@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой  
высшей математики

Поступила в редакцию  
29.04.09 г.

---

---

# ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

---

---

УДК 535

В. А. СОЛОМАТИН

## ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВА В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ С МОЗАИЧНЫМ УГЛОВЫМ ПОЛЕМ

Обсуждаются особенности оптико-электронных систем с мозаичной структурой углового поля, в которых поля смежных оптических каналов могут перекрываться.

*Ключевые слова:* дискретизация пространства, мозаичное угловое поле, оптико-электронные системы.

**Особенности мозаичных систем.** В последние годы возрос интерес к разработкам оптических систем с мозаичным угловым полем, аналогичным фасеточному глазу некоторых насекомых. Мозаичные оптические системы состоят из многочисленных оптических каналов, каждый из которых воспринимает поток излучения в сравнительно узком угловом поле. Оптические оси каналов развернуты относительно друг друга на определенный угол и в совокупности перекрывают широкое угловое поле. В традиционных оптико-электронных системах, построенных по схеме „объектив—фокальная матрица приемника излучения“, дискретизация пространства (выборка) осуществляется в плоскости изображения, пиксели образуются элементами матрицы. В мозаичных системах выборка реализуется в пространстве объектов, именно это пространство делится на пиксели узкими угловыми полями. Такая выборка имеет существенные особенности, в частности угловые поля смежных оптических каналов могут перекрываться.

Одним из вариантов оптико-электронной системы с мозаичным угловым полем является обзорно-панорамная система с секторными объективами (рис. 1) [1]. Пространство объектов делится секторами на  $k$  равных частей, каждая из которых соответствует азимутальному углу  $360^\circ/k$  градусов. Секторы образуют кольцо, что обеспечивает круговой обзор пространства. Внешняя (входная) поверхность каждого сектора является светосильной, а выходная поверхность (торец) — плоской. Изображение строится в плоскости торца, сопряженного с приемником излучения.



Рис. 1

Существуют различные варианты мозаичных оптико-электронных систем. В ряде случаев мозаичный принцип построения углового поля дополняется использованием фокальных матриц в каждом канале, создающих изображение высокого качества, удовлетворяющее, в частности, требованиям аэрокосмической съемки. В мозаичных (фасеточных) системах, когда каждый канал „работает“ на одноэлементный приемник излучения, получение высокого пространственного разрешения проблематично, однако успехи в области микрооптики обнадеживают. Так, например, учеными Калифорнийского университета Беркли разработана фасеточная система, в которой микролинзы расположены на куполообразной поверхности из эпоксидной смолы. Каждая микролинза сопряжена с оптическим волокном, подводящим поток излучения к приемнику (рис. 2) [2]. Система микролинз образует мозаичный объектив, состоящий из 8500 искусственных фасеток. Диаметр объектива — 2,5 мм.

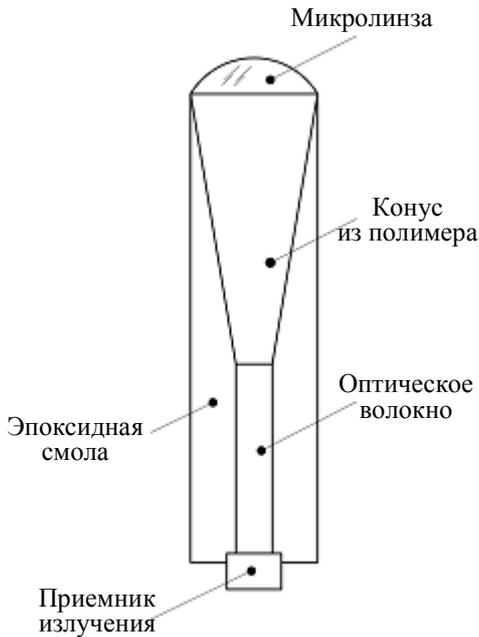


Рис. 2

Предполагается, что такие объективы (см. рис. 2) могут использоваться в системах технического зрения, охранных системах, при создании искусственной сетчатки глаза. Пространственное разрешение мозаичных систем зависит, очевидно, от числа каналов, которое ограничено прежде всего технологическими факторами.

Вместе с тем улучшить энергетическое и пространственное разрешение мозаичных систем позволяет пространственная выборка с перекрытием угловых полей оптических каналов.

**Выборка в мозаичных системах.** Структура мозаичного углового поля представлена на рис. 3.

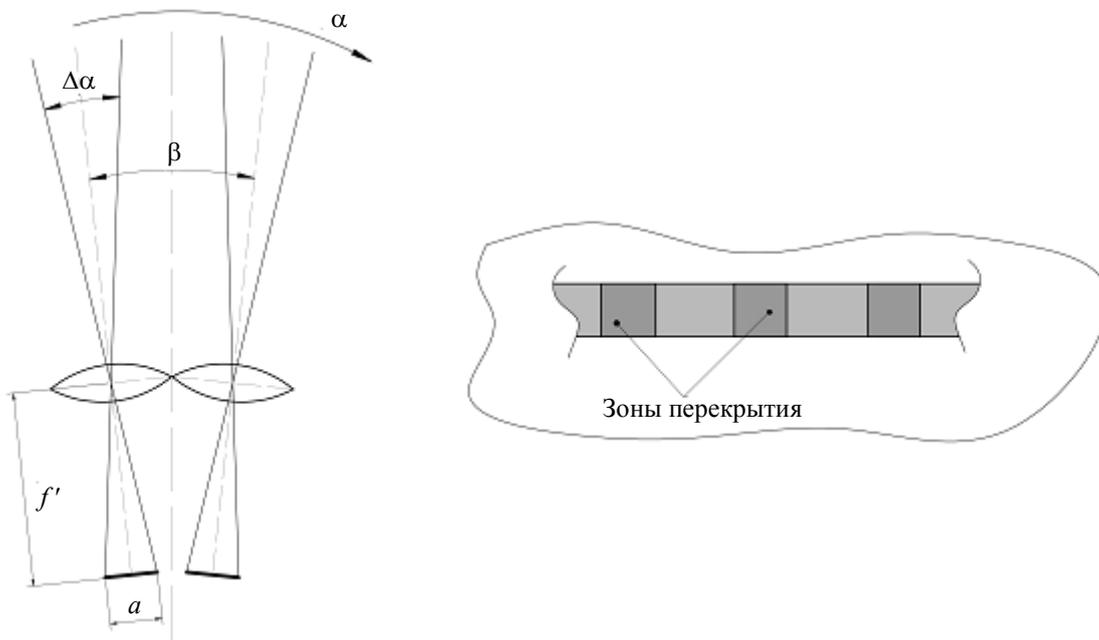


Рис. 3

Угловое поле канала (фасетки) равно  $\Delta\alpha = a / f'$ , рад, где  $a$  — размер полевой диафрагмы,  $f'$  — фокусное расстояние объектива.

Когда значение  $\Delta\alpha$  меньше углового расстояния между каналами  $\beta$  (периода фасеток), образуются „мертвые зоны“ — зазоры между каналами. При выборке в пространстве изображений с помощью фокальной матрицы „мертвые зоны“ неизбежны из-за зазоров между эле-

ментами матрицы, при выборке в пространстве объектов они устраняются естественным образом, если  $\Delta\alpha \geq \beta$ .

Представим процедуру выборки. Допустим, что задана функция  $S(\alpha)$ , описывающая распределение яркости в пространстве объектов по угловому полю как функция угла  $\alpha$  (рис. 4, а — сигналы, б — их спектры). Функция  $S(\alpha)$  имеет пространственно-частотный спектр  $S(f_\alpha)$ , записанный как функция угловых пространственных частот  $f_\alpha$ , рад<sup>-1</sup>.

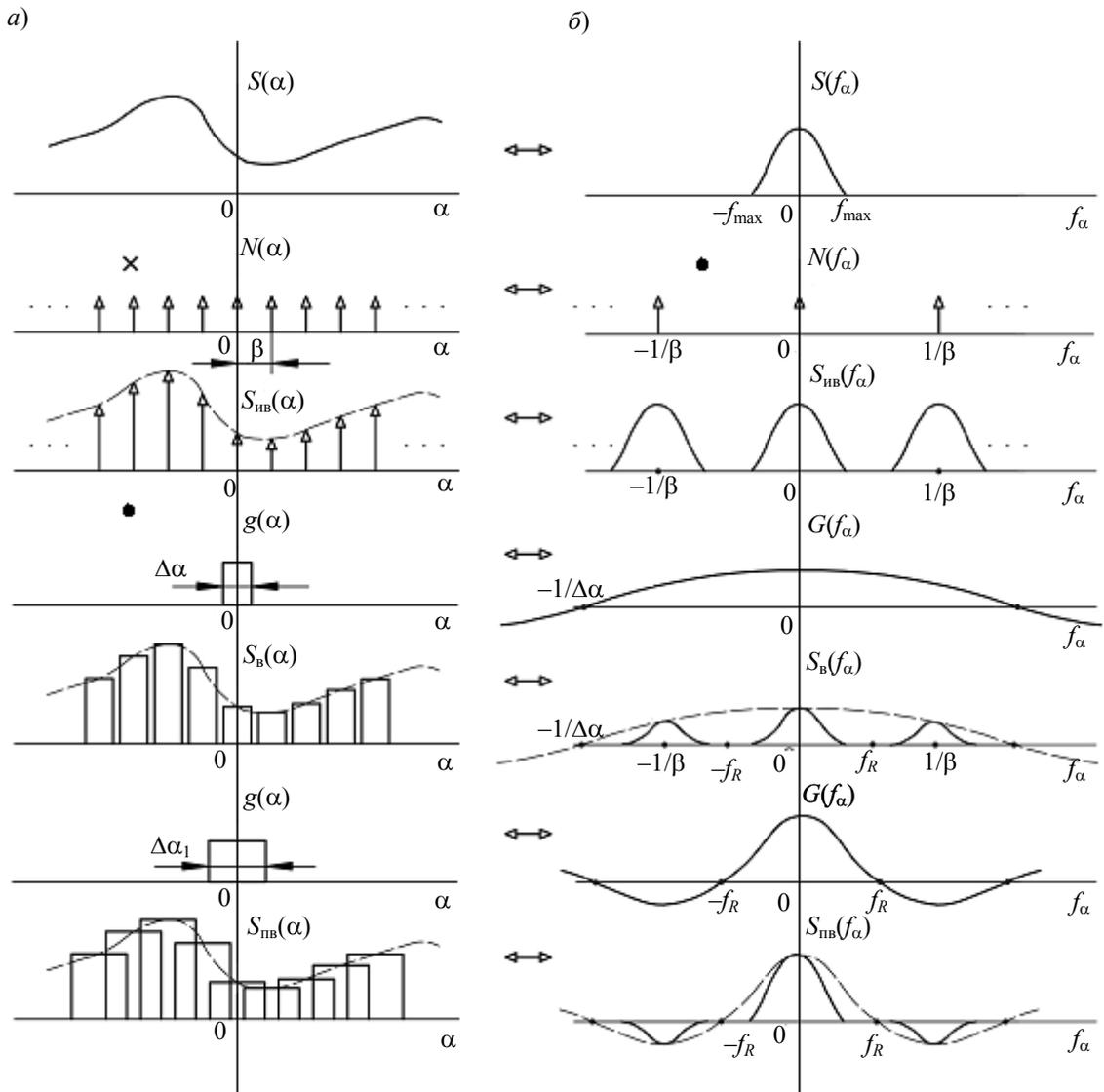


Рис. 4

Используем методику описания усредняющей выборки [3]. Идеальная выборка функции  $S(\alpha)$  описывается следующим произведением:

$$S_{\text{ив}}(\alpha) = S(\alpha) \times N(\alpha), \tag{1}$$

где  $N(\alpha) = \frac{1}{\beta} \text{comb}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$  — решетчатая функция с угловым периодом  $\beta$ , равным угловому расстоянию между каналами. Напомним, что решетчатая функция

$$\text{comb}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) = \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\alpha - n\beta),$$

где  $\delta(\alpha)$  — дельта-функция Дирака.

Произведению (1) соответствует свертка в частотной области, т.е.

$$F[S(\alpha) \times N(\alpha)] = S(f_\alpha) \bullet N(f_\alpha),$$

$$N(f_\alpha) = F[N(\alpha)] = F\left[\frac{1}{\beta} \text{comb}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right] = \text{comb}(\beta f_\alpha) = \frac{1}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_\alpha - \frac{n}{\beta}\right).$$

Здесь запись  $F[ ]$  означает операцию преобразования Фурье от функции в скобках. Функции, указанные стрелками (см. рис. 4), являются парой преобразования Фурье. На основании фильтрующего свойства дельта-функции получим

$$F[S_{\text{ив}}] = S_{\text{ив}}(f_\alpha) = \frac{1}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S\left(f_\alpha - \frac{n}{\beta}\right).$$

Сигнал в каждом оптическом канале (фасетке) усредняется, что может быть представлено сверткой идеальной выборки с прямоугольной ( $S_{\text{пв}}$ ) функцией  $g(x)$ , физический смысл которой — усредненное значение чувствительности канала по угловому полю

$$S_{\text{в}}(\alpha) = S_{\text{ив}}(\alpha) \bullet g(\alpha).$$

Тогда спектр функции  $S_{\text{в}}(\alpha)$ , описывающей усредняющую выборку, будет

$$F[S_{\text{в}}(\alpha)] = S_{\text{ив}}(f_\alpha) \times G(f_\alpha),$$

где

$$G(f_\alpha) = F\left[\text{rect}\left(\frac{\alpha}{\Delta\alpha}\right)\right] = \Delta\alpha \text{ sinc}(\Delta\alpha f_\alpha),$$

$$\text{sinc}(\Delta\alpha f_\alpha) = \frac{\sin(\pi\Delta\alpha f_\alpha)}{\pi\Delta\alpha f_\alpha},$$

$\text{rect}\left(\frac{\alpha}{\Delta\alpha}\right)$  — прямоугольный импульс длительностью  $\Delta\alpha$ , равной величине углового поля канала.

Окончательно получим, что пространственно-частотный спектр усредняющей выборки определяется как

$$S_{\text{в}}(f_\alpha) = \frac{\Delta\alpha}{\beta} \text{sinc}(\Delta\alpha f_\alpha) \sum_{n=-\infty}^{\infty} S\left(f_\alpha - \frac{n}{\beta}\right). \quad (2)$$

Проанализировав (2), а также из графических представлений (см. рис. 4) можно определить влияние углового поля на результаты выборки. Функция  $F[g(\alpha)] = G(f_\alpha)$  выступает как частотная характеристика пространственного фильтра, преобразующего спектр сигнала. Для восстановления сигнала по выборке, как известно, требуется выполнение условия Котельникова, что в рассматриваемом случае выражается неравенством  $\frac{1}{\beta} \geq 2f_{\text{max}}$ , при выполнении которого боковые полосы в спектре выборки не перекрываются (см. рис. 4). В противном случае (при нарушении указанного условия) перекрытие полос осуществляется в области

пространственной частоты  $f_R = \frac{1}{2\beta}$ . Функция  $G(f_\alpha)$  обращается в нуль на частоте  $f_\alpha = \frac{1}{\Delta\alpha}$ .

Если  $f_R = \frac{1}{2\beta} = \frac{1}{\Delta\alpha}$  или  $\Delta\alpha = 2\beta$ , частоты спектра в области наложения боковых полос подавляются фильтром  $G(f_\alpha)$ . Соотношение  $\Delta\alpha = 2\beta$  означает, что угловые поля каналов должны наполовину перекрываться. При заданном числе каналов расширение углового поля вдвое

дает и соответствующий энергетический выигрыш. Следствием этого является возможное искажение высокочастотной составляющей изображения за счет спада функции  $\Delta\alpha \text{sinc}(\Delta\alpha f_\alpha)$ .

Приведенные рассуждения относятся к одномерному случаю выборки. Двумерная выборка описывается более сложно, но вывод, касающийся результатов перекрытия угловых полей оптических каналов, остается в силе.

Отметим, что фасетки глаза насекомых имеют гексагональную структуру. Такой структуре соответствует сетчатый растр дискретизации, в котором решетки строк так же, как и в рассмотренном выше случае, сдвинуты на половину периода. Гексагональный растр при выборке обеспечивает экономию числа отсчетов по сравнению с выборкой по квадратному растру на 15 % [4].

**Заключение.** В отличие от широко распространенных оптико-электронных систем с фокальными матрицами, системы с мозаичным угловым полем реализуют выборку в пространстве объектов, а не в пространстве изображений. Выборка в пространстве объектов может осуществляться с перекрытием угловых полей смежных оптических каналов. Преимуществами такой выборки являются повышение качества изображения за счет подавления пространственных частот в зоне возможного наложения боковых полос в спектре выборки и увеличение потока излучения в оптических каналах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. СССР № 4689468/22. Устройство для определения азимута светоизлучающих объектов / *Соломатин В. А.* и др. 05.05.89.
2. Insect eye inspires future vision [Electronic resource]: <<http://news.bbc.co.uk/1/hi/sci/tech/4946452.stm>>.
3. *Соломатин В. А.* Системы контроля и измерения с многоэлементными приемниками. М.: Машиностроение, 1992. 128 с.
4. *Ярославский Л. П.* Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: Введение в цифровую оптику. М.: Радио и связь, 1987. 296 с.

#### *Сведения об авторе*

**Владимир Алексеевич Соломатин** — д-р техн. наук, профессор; Московский государственный университет геодезии и картографии, кафедра оптико-электронных приборов; E-mail: vsolomatin@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов

Поступила в редакцию  
08.06.09 г.

В. А. ГОЛОВКОВ, В. А. СМИРНОВ

## КОМПЕНСАЦИЯ ПОМЕХ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФИЛЬТРА ВИНЕРА—ХОПФА

Рассмотрен вопрос компенсации помехи путем ее интерполяции с применением линейной фильтрации Винера—Хопфа и использованием выборки из значений реализации и ее производных в начальном и конечном узлах участка, на котором проводится интерполяция. Приведен расчет их эффективности для одного вида функции корреляции помехи. Возможность компенсации помех при обработке сигналов оптико-электронных устройств проверялась экспериментально на макете лазерной оптико-электронной системы. Приведены полученные в эксперименте осциллограммы.

**Ключевые слова:** сигнал, компенсация помехи, выборка, эффективность, фотоприемное устройство, экспериментальная установка, корреляционная функция.

Задача компенсации помех возникает, в частности, при обработке сигналов оптико-электронных устройств, предназначенных для лазерной локации или связи. В общем случае форма регистрируемого оптического сигнала неизвестна — может быть нестабилен сигнал лазера, возможны помехи в виде посторонних засветок и т.п. Помеха на выходе фотоприемных устройств (ФПУ), принимающих такой сигнал, как правило, широкополосна, возможно наличие аддитивных узкополосных составляющих за счет посторонних засветок от источников искусственного освещения, шумов источников питания и самих ФПУ. Плотность вероятности помехи на выходе ФПУ чаще всего считается нормальной, при этом наиболее оптимальны, с точки зрения максимизации отношения сигнал/помеха или минимизации дисперсии помехи, линейные алгоритмы обработки аддитивной смеси сигнала с помехой. Обычно стационарность помех на выходе ФПУ сохраняется, хотя время наблюдаемой реализации ограничено.

Используя свойство стационарности помехи, можно оценить ее параметры, например корреляционную функцию (КФ), и определив моменты времени на границах сигнала, решить задачу компенсации помехи на этом интервале путем ее интерполяции и вычитания помехи из временной реализации. Таким образом решается задача выделения сигнала неизвестной формы на фоне помехи с известными статистическими характеристиками.

Рассмотрим влияние типа выборки и ее размерности на эффективность интерполяции с использованием линейного фильтра Винера—Хопфа. Целесообразно выбирать узлы интерполяции на возможно большем временном интервале, чтобы исключить возможность совпадения узла и самого сигнала. На выходе ФПУ можно получить выборку из отдельных значений помехи и ее производных. В литературе, например [1], указывается, что если считать спектральную плотность помехи ограниченной и применить теорему Котельникова, то использование в узлах интерполяции не только значений случайного процесса, но и его первой производной позволяет в два раза увеличить интервал между узлами интерполяции. При этом необходимо знать все предыдущие отсчеты реализации случайного процесса и граничную частоту спектральной плотности случайного процесса. Различные интерполяционные представления реализаций случайных процессов изучались, например, в работе [2], где приведен список литературы, посвященный этому вопросу. В то же время целесообразно рассмотреть возможность использования простых алгоритмов, позволяющих производить интерполяцию

случайных процессов с минимальной дисперсией, используя линейную фильтрацию, базирующуюся на уравнении Винера—Хопфа [3].

Оценим эффективность алгоритма интерполяции случайного процесса с использованием в узлах интерполяции его значений и нескольких производных (ограничимся случаем двух узлов). Пусть реализация случайного процесса  $\xi(t)$  задана на интервале времени  $t \subset t_0 + T$ , соответственно узлы интерполяции задаются в моменты времени  $t_0$  и  $t_0 + T$ . Внутри интервала  $T$  возможно наличие сигнала. В этом временном интервале будем интерполировать значение реализации помехи  $\xi(t_0 + \tau)$ , где текущее значение  $\tau$  задается в интервале  $0 \leq \tau \leq T$ . Эффективность интерполяции оценим по выборке  $\xi(t_0), \xi(t_0 + T)$  либо по выборке  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi(t_0 + T), \xi'(t_0 + T)$ , а также по выборке  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi''(t_0), \xi(t_0 + T), \xi'(t_0 + T), \xi''(t_0 + T)$ . Винеровский вектор весовых коэффициентов [3] выборки определяется как  $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{P}$ , где  $\mathbf{R}$  — корреляционная матрица входных сигналов, или корреляционная матрица выборки,  $\mathbf{P}$  — вектор-столбец КФ полезного отклика  $\xi(t_0 + \tau)$  и элементов выборки. Минимальное значение условной дисперсии ошибки определяется в виде  $\sigma^2 [\xi(t_0 + \tau)/\xi(t_0) \dots \xi(t_0 + T) \dots] = \sigma^2 - \mathbf{P}^* \mathbf{W}$ , где  $\sigma^2$  — дисперсия случайного процесса, „\*“ — знак транспонирования. Пусть КФ случайного процесса  $R(\tau) = \sigma^2 \rho(\tau)$ , где  $\rho(\tau)$  — нормированная КФ. Если использована выборка  $\xi(t_0), \xi(t_0 + T)$  то очевидно, что  $\mathbf{P}^* = \left\| \sigma^2 \rho(\tau), \sigma^2 \rho(T - \tau) \right\|$ , а матрица  $\mathbf{R}$  определяется в виде

$$\mathbf{R} = \sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & \rho(T) \\ \rho(T) & 1 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Если  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi(t_0 + T), \xi'(t_0 + T)$ , то используя [4], можно получить

$$\mathbf{P}^* = \left\| \sigma^2 \rho(\tau), -\sigma^2 \rho'(\tau), \sigma^2 \rho(T - \tau), \sigma^2 \rho'(T - \tau) \right\|,$$

а матрицу  $\mathbf{R}$  — в виде:

$$\mathbf{R} = \sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \rho(T) & \rho'(T) \\ 0 & -\rho''(0) & -\rho'(T) & -\rho''(T) \\ \rho(T) & -\rho'(T) & 1 & 0 \\ \rho'(T) & -\rho''(T) & 0 & -\rho''(0) \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Если использовать выборку  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi''(t_0), \xi(t_0 + T), \xi'(t_0 + T), \xi''(t_0 + T)$ , то вектор  $\mathbf{P}^* = \left\| \sigma^2 \rho(\tau), -\sigma^2 \rho'(\tau), \sigma^2 \rho''(\tau), \sigma^2 \rho(T - \tau), \sigma^2 \rho'(T - \tau), \sigma^2 \rho''(T - \tau) \right\|$ , а матрица  $\mathbf{R}$  будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{R} = \sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \rho''(0) & \rho(T) & \rho'(T) & \rho''(T) \\ 0 & -\rho''(0) & 0 & -\rho'(T) & -\rho''(T) & -\rho^{(3)}(T) \\ \rho''(0) & 0 & \rho^{(4)}(0) & \rho''(T) & \rho^{(3)}(T) & \rho^{(4)}(T) \\ \rho(T) & -\rho'(T) & \rho''(T) & 1 & 0 & \rho''(0) \\ \rho'(T) & -\rho''(T) & \rho^{(3)}(T) & 0 & -\rho''(0) & 0 \\ \rho''(T) & -\rho^{(3)}(T) & \rho^{(4)}(T) & \rho''(0) & 0 & \rho^{(4)}(0) \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Для оценки точности интерполяции будем использовать величину нормированной дисперсии, обратную коэффициенту подавления помехи [5]:

$$K(\tau) = \frac{\sigma^2 [\xi(t_0+T)/\xi(t_0), \xi'(t_0) \dots \xi(t_0+T), \xi'(t_0+T) \dots]}{\sigma^2} \quad (4)$$

Численные расчеты значения  $K(\tau)$  проведем для случайных процессов с нормированной КФ  $\rho(\tau) = \exp(-\pi\tau^2)$ , при таком представлении КФ энергетическая ширина спектральной плотности случайного процесса  $\Delta f = 1$ , этот результат можно получить из [4]. Такой процесс является дифференцируемым, причем спектральная плотность по оси частот не ограничена, хотя этот процесс относится к классу линейно-сингулярных [6].

На рис. 1 приведена  $K(\tau)$  для случайного процесса с КФ  $\rho(\tau) = \exp(-\pi\tau^2)$ ; кривая 1 соответствует выборке  $\xi(t_0), \xi(t_0+T)$ , 2 —  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi(t_0+T), \xi'(t_0+T)$ , 3 —  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi''(t_0), \xi(t_0+T), \xi'(t_0+T), \xi''(t_0+T)$ . Характер расчетных кривых на рис. 1 очевиден и не требует пояснений.

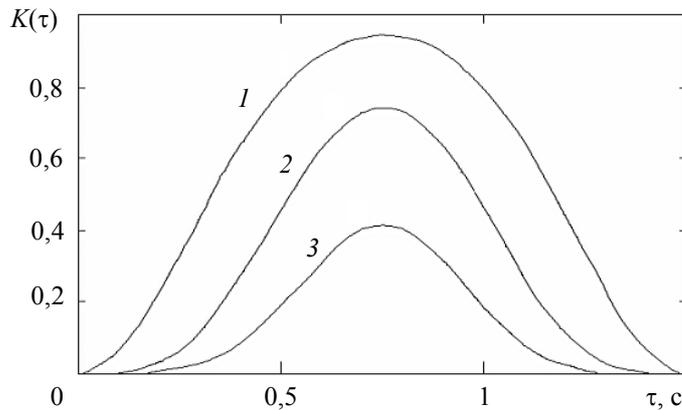


Рис. 1

Можно показать, что алгоритмы с использованием выборки из значений случайного процесса и их производных более эффективны, чем алгоритмы, в которых используется выборка из значений случайного процесса, расположенных вблизи узлов интерполяции типа  $\xi(t_0 - 2\Delta t), \xi(t_0 - \Delta t), \xi(t_0), \xi(T), \xi(T + \Delta t), \xi(t + 2\Delta t)$ , где  $\Delta t$  — некоторый интервал времени. Эффективность последней выборки равна эффективности выборки  $\xi(t_0), \xi'(t_0), \xi''(t_0), \xi(t_0 + T), \xi'(t_0 + T), \xi''(t_0 + T)$  при условии, что  $\Delta t \rightarrow 0$ . Подобные исследования были подробно описаны в работе [7] для алгоритмов прогнозирования случайных процессов, но и при интерполяции случайных процессов с распространенными КФ это положение верно.

Возможность компенсации помех при обработке сигналов оптико-электронных устройств проверялась на экспериментальной установке, блок-схема которой приведена на рис. 2.

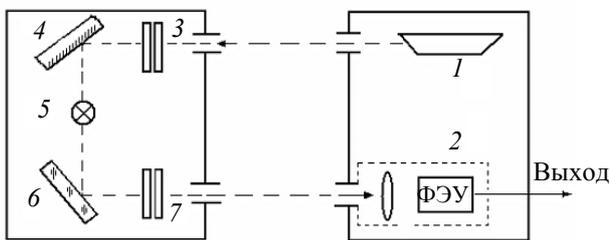


Рис. 2

Установка состоит из модуля имитатора локационного сигнала и головки макета лазерного локатора, включающей импульсный лазер 1 и фотоприемное устройство 2. Излучение лазера 1 ослаблялось с помощью калиброванных фильтров-ослабителей 3 модуля имитатора локационного сигнала. После поворотного зеркала 4 лазерное излучение смешивалось с излучением лампы накаливания 5, имитирующим фоновое излучение. Далее излучение рассеивалось пластиной 6 и после ослабления с помощью фильтров-ослабителей 7 регистрировалось ФПУ 2.

Благодаря применению фильтров 3 и лампы накаливания 5 формировалось любое желаемое отношение сигнал/помеха. Применение фильтров 7 обеспечивало возможность изме-

нения помехи от уровня, определяемого дробовым шумом фотокатода и квантовыми флуктуациями фонового потока, до уровня „гладкой“ фоновой подложки.

Для получения экспериментальных зависимостей эффективности компенсации помехи наряду с импульсным лазером применялся He—Ne-лазер ЛГН 126 непрерывного излучения с длиной волны  $\lambda = 0,63$  мкм, прерываемого модулятором со сменными секторными дисками и редуктором скорости вращения.

Фотоприемное устройство 2 выполнено на основе фотоэлектронного умножителя ФЭУ-175 (с мультищелочным катодом). Для максимально возможного подавления сетевых помех рабочее напряжение ФЭУ формировалось от источника постоянного напряжения (аккумулятора) с применением повышающих преобразователей, от него запитывалась лампа 5.

При постоянной времени ФПУ 100 мкс длительность импульса лазерного излучения была установлена равной 500 мкс. Сигнал с выхода ФПУ поступал через плату аналого-цифрового преобразователя (АЦП) в персональный компьютер, где и проводилась его обработка с целью компенсации помех и выделения принимаемого сигнала.

Частота дискретизации АЦП составляла 5 мкс. Помеха на выходе ФПУ являлась стационарной и реализации помехи в течение одной секунды при отсутствии сигнала были использованы для оценки ее корреляционной функции. Максимальное время корреляции было выбрано равным 3000 мкс. Дальнейшее увеличение времени наблюдения не приводило к изменению оценки корреляционной функции  $R(\tau)$ , что позволило сделать вывод о высокой точности ее оценки.

Реальная КФ помехи оказалась многомодальной. Очевидно, что интерполирующая ее функция должна быть дифференцируемой по крайней мере четыре раза, если использовать выборку с производными второго порядка. Из эвристических соображений в качестве интерполирующей была выбрана функция вида

$$R(\tau) = a \exp[-\alpha \tau^2] - b \exp[-\beta(\tau - \theta_1)^2] - b \exp[-\beta(\tau + \theta_1)^2] - c \exp[-\beta(\tau - \theta_2)^2] - c \exp[-\beta(\tau + \theta_2)^2]. \quad (5)$$

Значения параметров  $a, \alpha$  выбирались исходя из вида центрального лепестка оцененной КФ,  $b, \beta, c, \theta_1, \theta_2$  — исходя из задачи интерполяции боковых лепестков КФ. Выбор такой интерполирующей функции в виде суммы гауссоид позволяет довольно просто интерполировать многомодальную КФ, так как гауссоиды одномодальны и достаточно быстро спадают (в зависимости от множителя в показателе экспоненты).

Оцененная КФ (кривая 1) и интерполирующая ее функция (2) приведены на рис. 3.

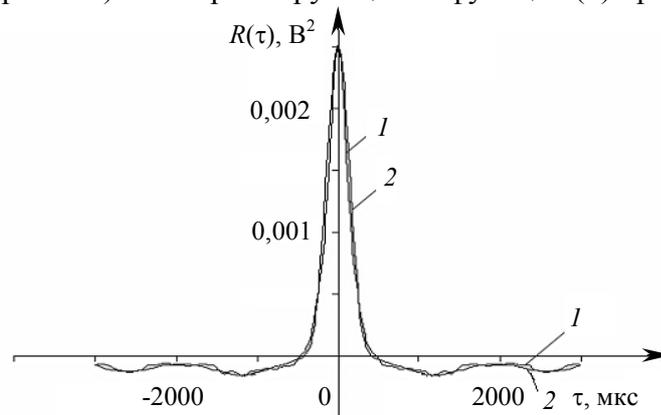


Рис. 3

Интерполяция помехи проводилась в соответствии с выражением

$$\xi(t_0 + \tau) = k_1(\tau)\xi(t_0) + k_2(\tau)\xi'(t_0) + k_3(\tau)\xi''(t_0) + k_4(\tau)\xi(t_0 + T) + k_5(\tau)\xi'(t_0 + T) + k_6(\tau)\xi''(t_0 + T), \quad (6)$$

где коэффициенты  $k_i(\tau)$  при  $i=1, \dots, 6$  рассчитывались как элементы вектора  $\mathbf{W}$ , причем в матрицу  $\mathbf{R}$ , выражение (3) и вектор  $\mathbf{P}$  значения КФ подставлялись, согласно выражению (5), для реально оцененной КФ.

На рис. 4 приведена осциллограмма импульса с аддитивной помехой на выходе ФПУ (кривая 1) и та же реализация, но при помехе, скомпенсированной (2) путем вычитания ее интерполированных значений. Оценка первой и второй производной в моменты  $t_0=0$  и  $T=1000$  мкс проводилась методом конечных разностей. Как видно из рис. 4, помеха была довольно хорошо компенсирована — до появления импульса сигнала она практически сведена к нулю, то же видно и после окончания импульса.

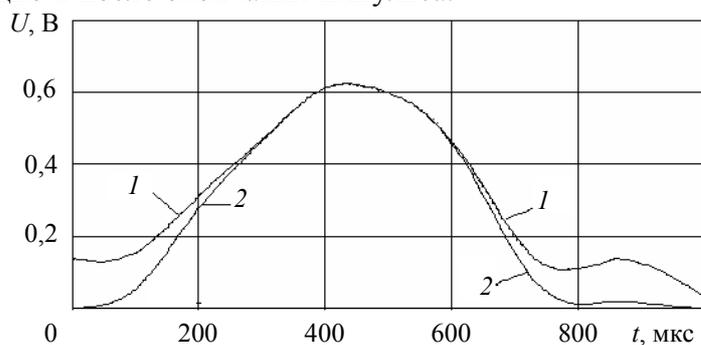


Рис. 4

Таким образом, интерполяция помехи линейным нерекурсивным фильтром Винера—Хопфа за счет оценки значений реализации и ее производных в начальной и конечной точках, а также вычитания ее из наблюдавшейся реализации позволяет компенсировать помеху, восстановив реализацию сигнала на выходе ФПУ. Применение таких методов компенсации помехи целесообразно при возможности обработки уже записанного сигнала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Фinitные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.
2. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Советское радио, 1978. 320 с.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
4. Тихонов В. И., Хищенко В. И. Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1982. 303 с.
5. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
6. Розанов Ю. А. Стационарные случайные процессы. М.: Наука, 1990. 272 с.
7. Головков В. А. Прогнозирование случайного процесса по выборке его производных // Радиотехника и электроника. 1993. № 3. С. 1049—1053.

#### Сведения об авторах

- Владимир Алексеевич Головков** — канд. техн. наук; НИИ комплексных испытаний оптико-электронных приборов, Сосновый Бор; E-mail: golovkov\_ggg@mail.ru
- Виктор Александрович Смирнов** — НИИ комплексных испытаний оптико-электронных приборов, Сосновый Бор; старший научный сотрудник

Рекомендована институтом

Поступила в редакцию  
25.09.08 г.

А. Л. СУШКОВ

## ИСПРАВЛЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В ЛИНЗЕ ВВЕДЕНИЕМ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотрена возможность исправления сферической aberrации в одиночной линзе за счет применения осевой, радиальной и сфероконцентрической неоднородности показателя преломления. Проведено сравнение с результатами, полученными при асферизации поверхностью второго порядка.

**Ключевые слова:** сферическая aberrация, асферическая поверхность, радиальная осевая, сфероконцентрическая неоднородность показателя преломления.

В работах [1, 2] показана возможность улучшения характеристик оптической системы, в частности, увеличения апертуры и повышения качества изображения за счет асферизации поверхностей.

В последнее время в связи с бурным развитием оптики неоднородных сред, используемой в эндоскопостроении и согласующих элементах волоконно-оптических линий связи, актуальными стали вопросы применения неоднородности показателя преломления в линзах классических оптических систем. В первую очередь это относится к элементам малогабаритных оптических систем для телевидения, микророботов и др.

Рассмотрим вопросы влияния осевой, радиальной и радиально-осевой (сфероконцентрической) неоднородности показателя преломления на сферическую aberrацию линзы.

Для линзы с неоднородным показателем преломления справедливо соотношение [3]:

$$S_i = \bar{S}_i + \tilde{S}_i, \quad i=1, 2, 3, 4, 5, \quad (1)$$

где  $i$  — номер aberrации третьего порядка,  $S_i$  — коэффициент  $i$ -й aberrации,  $\bar{S}_i$  определяется влиянием поверхности, а  $\tilde{S}_i$  — неоднородностью среды.

В случае тонкой линзы величину вклада переноса  $\tilde{S}_i$  можно принять достаточно малой и пренебречь ей при первичном анализе.

Из литературы [1, 2] известно, что коэффициент aberrации  $S_1$  однородной оптической системы с асферическими поверхностями второго порядка может быть представлен следующим образом:

$$S_1 = \sum_{k=1}^{k=n} h_k P_k + \sum_{k=1}^{k=n} B_k h_k^4, \quad (2)$$

где  $B_k = \frac{b_k}{r_k^3} \delta n_{00k}$ ,  $\delta n_{00k} = n_{00k+1} - n_{00k}$ ,  $b_k$  — коэффициент деформации  $k$ -й поверхности,  $r$  —

радиус поверхности линзы,  $h_k$  — высота первого вспомогательного луча на поверхности линзы,  $P_k$  — поверхностный коэффициент,  $n_{00}$  — показатель преломления оптической среды.

Для радиальной неоднородности показателя преломления  $n_{00}$  — показатель преломления на оси; для осевой неоднородности показателя преломления  $n_{00} = n_0$  — показатель преломления в плоскости начала градиентной среды, задаваемой смещением системы координат  $\Delta z$ .

При всех типах неоднородного показателя преломления выражение для  $\bar{S}_1$  имеет вид [3]:

$$\bar{S}_1 = \sum_{k=1}^{k=n} h_k P_k + \sum_{k=1}^{k=n} K_k h_k^4. \quad (3)$$

Коэффициент  $K_k$  определяется по следующим формулам:

— для осевой неоднородности показателя преломления ( $n_0 + n_{01}z$ )

$$K_k = \frac{\delta n_{01k}}{r_k^2}, \delta n_{01k} = n_{01k+1} - n_{01k}; \quad (4)$$

— для радиальной неоднородности показателя преломления ( $n(y) = n_{00} + n_{10}y^2$ )

$$K_k = \frac{4\delta n_{10k}}{r_k}, \delta n_{10k} = n_{10k+1} - n_{10k}; \quad (5)$$

— для радиально-осевой (сфероконцентрической) неоднородности показателя

$$K_k = \frac{4\delta n_{10k}}{r_k} + \frac{\delta n_{01k}}{r_k^2}, \delta n_{01k} = n_{01k+1} - n_{01k}, \delta n_{10k} = n_{10k+1} - n_{10k}. \quad (6)$$

Анализ выражений (2) и (3) показывает, что за счет различных технологий можно получить близкий результат по исправлению сферической аберрации линзы. Более того, можно проводить предварительные расчеты с применением асферизации поверхности, а в дальнейшем по формулам, связывающим параметры асферической поверхности и неоднородной оптической среды, перейти к введению неоднородности показателя преломления.

**Осевая неоднородность показателя преломления.** Осевое распределение показателя преломления в области аберраций третьих порядков зададим полиномом:

$$n(z) = n_{00} + n_{01}z. \quad (7)$$

Если последовательно вводить осевую неоднородность показателя преломления в область, прилегающую к первой или второй поверхности, то можно показать, что для коэффициента  $n_{01}$  справедливо соотношение

$$n_{01k} = \frac{b_k (n_{00} - 1)}{r_k}, k=1,2, \quad (8)$$

В случае плосковыпуклой линзы для исправления сферической аберрации имеем при  $b_2 = -e^2$ , где  $e$  — эксцентриситет асферической поверхности:

$$n_{01} = \frac{-e^2 (n_{00} - 1)}{r_2}. \quad (9)$$

Из (9) можно получить условие обратного перехода от осевой неоднородности показателя преломления с коэффициентом  $n_{01}$  к асферической поверхности второго порядка с эксцентриситетом

$$e^2 = -\frac{n_{01}r_2}{n_{00} - 1}. \quad (10)$$

Для численного примера возьмем плосковыпуклую линзу с фокусным расстоянием 200 мм. Конструктивные данные линзы следующие:  $r_1 = \infty$ ,  $r_2 = -100$  мм,  $n_{00} = 1,5$ , толщина  $d = 5$  мм.

Известно, что для исправления сферической аберрации третьего порядка асферизацией второй поверхности должно выполняться условие  $e^2 = n_{00}^2$ .

В табл. 1 приведены реальные значения аберрации точки на оси исходной однородной линзы (для  $f' = 200$ ;  $s'_F = 200$ ; относительного входного отверстия 1:6,67;  $r_{3p} = 15$  мм). Здесь и далее используются следующие обозначения:  $\Delta s'$  — продольная сферическая аберрация, мм;

$\Delta y'$  — поперечная сферическая aberrация, мм;  $W(\lambda)$  — волновая aberrация,  $\lambda$  — длина волны;  $m$  — относительная высота прохождения луча на входном зрачке.

Асферизация второй поверхности линзы гиперболоидом с эксцентриситетом  $e^2=2,25$  позволила полностью исправить сферическую aberrацию по всему входному зрачку.

Таблица 1

$m$	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$
1,000	-5,13	-0,39	-13,08
0,866	-3,82	-0,25	-7,35
0,707	-2,54	-0,14	-3,26
0,500	-1,27	-0,05	-0,82
0,000	0,00	0,00	0,00

В табл. 2 приведены результаты расчета сферической aberrации линзы с осевой неоднородностью показателя преломления при вычисленном по формуле (9) значении коэффициента  $n_{01}$  ( $\Delta z=3$  мм;  $n_{01}=0,011 25$ ;  $f'=191,38$ ;  $s'_F=191,38$ ; 1:6,31;  $r_{зр}=15$  мм) и ее значение после оптимизации ( $\Delta z=3$  мм;  $n_{01}=0,012 00$ ;  $f'=190,84$ ;  $s'_F=190,84$ ; 1:6,31;  $r_{зр}=15$  мм). Отличие оптимизированной величины  $n_{01}$  от расчетной по формуле (9) составляет  $\approx 6,7\%$ .

Таблица 2

$m$	Расчет по формуле (9)			Результат оптимизации		
	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$
1,000	-0,302	-0,024	-0,883	-0,003	-0,0002	-0,072
0,866	-0,237	-0,016	-0,513	-0,015	-0,001	-0,058
0,707	-0,164	-0,009	-0,235	-0,019	-0,001	-0,034
0,500	-0,085	-0,003	-0,060	-0,013	-0,0005	-0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

**Радиальная неоднородность показателя преломления.** Радиальное распределение показателя преломления в области aberrаций третьих порядков задается полиномом

$$n = n_{00} + n_{10}y^2 + n_{20}y^4. \quad (11)$$

С учетом (2), (3), (5) обобщенная формула для коэффициента  $n_{10k}$  имеет вид

$$n_{10k} = \frac{b_k(n_{00} - 1)}{4r_k^2}, \quad k=1, 2. \quad (12)$$

Легко показать, что для тонкой линзы оптическая сила  $\Phi_{гр}$ , обусловленная наличием радиальной неоднородности показателя преломления, определяется соотношением

$$\Phi_{гр} = -2n_{10}d. \quad (13)$$

Отсюда получаем

$$n_{10} = -\frac{\Phi_{гр}}{2d}. \quad (14)$$

После подстановки (14) в (12) будем иметь:

$$\Phi_{гр} = -\frac{2b_k d (n_{00} - 1)}{4r_k^2}. \quad (15)$$

Из (15) видно, что знак оптической силы  $\Phi_{гр}$  зависит от знака коэффициента  $b_k$ :

$$\Phi = \Phi_{одн} + \Phi_{гр}, \quad (16)$$

где  $\Phi_{одн}$  — оптическая сила однородной линзы, определяемая значением кривизны поверхностей линзы.

Оптическая сила, вносимая радиальной неоднородностью показателя преломления, положительна:

$$\Phi_{\text{гр}} = \frac{n_{00}^2 d(n_{00} - 1)}{2r_2^2} > 0. \quad (17)$$

Следовательно, применение радиальной неоднородности показателя преломления в отличие от асферизации поверхности приводит к изменению оптической силы исходной линзы.

Числовые данные сферической aberrации линзы после введения радиальной неоднородности ( $f'=189,43$ ;  $s'_F'=189,34$ ;  $1:6,31$ ;  $r_{\text{зп}}=15$  мм;  $n_{10} = -2,8125 \cdot 10^{-5}$ ) по формуле (12) и ее оптимизации ( $f'=188,77$ ;  $s'_F'=188,68$ ;  $1:6,31$ ;  $r_{\text{зп}}=15$  мм;  $n_{10} = -3,0 \cdot 10^{-5}$ ) приведены в табл. 3. Величина волновой aberrации при оптимизированном значении коэффициента  $n_{10}$  не превышает  $0,1\lambda$ .

Таким образом, введение радиальной неоднородности показателя преломления с положительной оптической силой позволило исправить сферическую aberrацию в одиночной линзе. Если в склеенном дублете исправление сферической aberrации достигается за счет совместной работы положительной и отрицательной линз, то в градиентном синглете положительный эффект получен за счет совместного действия двух положительных линз: однородной и радиально-градиентной.

Таблица 3

$m$	Расчет по формуле (12)			Результат оптимизации		
	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$
1,000	-0,306	-0,0241	-0,873	-0,014	-0,0010	-0,062
0,866	-0,232	-0,0158	-0,497	-0,015	-0,0010	-0,0416
0,707	-0,156	-0,0087	-0,223	-0,013	-0,0007	-0,0215
0,500	-0,079	-0,0031	-0,0565	-0,008	-0,0003	-0,0061
0,000	0,000	0,0000	0,000	0,000	0,0000	0,0000

Разница в значениях коэффициента  $n_{10}$  табл. 3 составляет 6,67 %.

**Сфероконцентрическая неоднородность показателя преломления** задается полиномом в сферической системе координат:

$$n(r_g - \rho) = n_{\rho 0} + n_{\rho 1} (r_g - \rho), \quad (18)$$

где  $r_g$  — технологический радиус формирования сфероконцентрической неоднородности показателя преломления,  $\rho$  — текущая координата показателя преломления на технологическом радиусе.

В общем случае значения радиуса поверхности линзы  $r$  и  $r_g$  могут не совпадать.

При переходе к декартовой системе координат [4] имеем:

$$n_{00} = n_{\rho 0}, \quad n_{01} = n_{\rho 1}, \quad n_{10} = -\frac{1}{2r_g} n_{\rho 1}. \quad (19)$$

Подставим  $K_k$  (см. формулу (6)) для первой и второй поверхностей в параметрах (19) и приравняем  $K_k$  к  $B_k$ .

Для первой поверхности линзы будем иметь:

$$K_1 = \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{r_1 r_g} \right) n_{\rho 1} \quad \text{и} \quad n_{1\rho 1} = \frac{b_1 (n_{00} - 1)}{r_1 \left[ 1 - 2 \left( \frac{r_1}{r_{g1}} \right) \right]}. \quad (20)$$

Пусть  $r_1 = r_{g1}$ , тогда

$$n_{1\rho 1} = -\frac{b_1 (n_{00} - 1)}{r_1} \quad (21)$$

Выполнив аналогичные подстановки в формулу для  $K_2$  второй поверхности, имеем:

$$n_{2\rho 1} = \frac{b_2 (n_{00} - 1)}{r_2 \left[ 1 - 2 \left( \frac{r_2}{r_{g2}} \right) \right]} \quad (22)$$

Пусть  $r_2 = r_{g2}$ , тогда получаем

$$n_{2\rho 1} = -\frac{b_2 (n_{00} - 1)}{r_2} \quad (23)$$

В случае плосковыпуклой линзы для устранения сферической aberrации будем иметь:

$$n_{2\rho 1} = \frac{n_{00}^2 (n_{00} - 1)}{r_2} \quad (24)$$

Данные сферической aberrации линзы после выведения по формуле (24) неоднородности ( $f'=187,86$ ;  $s'_F=187,69$ ;  $1:6,31$ ;  $r_{зп}=15$  мм;  $n_{2\rho 1} = -1,125 \cdot 10^{-2}$ ) и ее оптимизации ( $f'=186,74$ ;  $s'_F=186,55$ ;  $1:6,31$ ;  $r_{зп}=15$  мм;  $n_{2\rho 1} = -1,2 \cdot 10^{-2}$ ) приведены в табл. 4.

Таблица 4

m	Расчет по формуле (24)			Результат оптимизации		
	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$	$\Delta s'$	$y'$	$W(\lambda)$
1,000	-0,306	-0,0241	-0,873	-0,017	-0,0010	-0,033
0,866	-0,232	-0,0158	-0,497	-0,009	-0,0006	-0,0014
0,707	-0,156	-0,0087	-0,223	-0,004	-0,0002	-0,0039
0,500	-0,079	-0,0031	-0,0565	-0,001	-0,0000	-0,0004
0,000	0,000	0,0000	0,000	0,000	0,0000	0,0000

Анализ формул (8) и (20), (22) показывает, что при переходе от сфероконцентрической к осевой неоднородности показателя преломления коэффициенты  $n_{\rho 1}$  и  $n_{01}$  сохраняют абсолютное значение, но меняют знак. При  $r_k \neq r_{gk}$  имеются множество промежуточных значений  $n_{\rho 1}$  и, следовательно, широкие возможности по получению различных величин сферической aberrации третьего порядка.

Полученные выводы подтверждаются данными табл. 4 и 2, показывающими, что при осевой неоднородности показателя преломления коэффициент  $n_{01} > 0$ . В противоположность этому при сфероконцентрической неоднородности показателя преломления коэффициент  $n_{\rho 1} < 0$ . Следовательно, технологическая возможность получения убывающего или возрастающего изменения показателя преломления определяет выбор типа неоднородности — осевой или сфероконцентрической. Этот факт имеет важное значение при разработке технологии получения неоднородности показателя преломления.

**Заключение.** Анализ показал, что сферическую aberrацию третьего порядка можно исправить как асферизацией поверхности, так и введением осевой, радиальной или радиально-осевой неоднородности показателя преломления.

При асферизации параксиальные характеристики не изменяются. При введении осевой, радиальной и сфероконцентрической неоднородности оптическая сила линзы изменяется в небольших пределах. Выбор типа неоднородности показателя преломления связан с технологическими возможностями получения градиентной среды.

Хотя рассмотренный подход является приближенным, поскольку не учитывает вклада толщины линзы в коэффициент aberrации, он может быть полезным при оценке исходных параметров линзы с неоднородным показателем преломления. Проведенный анализ показал, что рассчитанные по формулам (9), (12), (24) значения коэффициентов  $n_{01}$ ,  $n_{10}$ ,  $n_{\rho 1}$  для плоско-выпуклой линзы отличаются от оптимизированных не более чем на 7 %.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Заказнов Н. П., Кирюшин С. А., Кузичев В. И.* Теория оптических систем. М.: Машиностроение, 1992. 448 с.
2. *Запрягаева Л. А., Свейникова И. С.* Расчет и проектирование оптических систем. М.: Логос, 2000. 582 с.
3. *Поспехов В. Г., Ровенская Т. С., Сушков А. Л.* Свойства градиентов в области аббераций третьего порядка // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. Т. 32, №1. С. 63—69.
4. *Сушков А. Л.* Параметры сфероконцентрического распределения показателя преломления в сферической и прямоугольной системах координат // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 12. С. 54—60.

**Сведения об авторе****Александр Леонидович Сушков**

— канд. техн. наук, доцент; Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, кафедра оптико-электронных приборов научных исследований; E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов  
научных исследованийПоступила в редакцию  
25.03.08 г.

---

---

# ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

---

---

УДК 536.5

В. П. Ходунков

## МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ НЕОДНОРОДНОГО ДИСПЕРСНОГО ПОТОКА

Рассматривается метод измерения локальных значений температуры потока, основанный на определении зависимости средней амплитуды пульсаций температуры на границе раздела поверхности с неоднородным потоком от средней разности температур. Представлено теоретическое обоснование, приведены экспериментальные результаты.

*Ключевые слова:* локальная температура, неоднородный поток, амплитуда, разность температур, зондирование.

Для большинства технологических процессов, основанных на использовании неоднородных дисперсных потоков (обжиг руд в кипящем слое, термообработка, сжигание низкосортных топлив в виброкипящем или фонтанирующем слое, сушка, утилизация отходов и др.) необходимо знать распределение локальных значений температуры в потоке. Сведения о температурных полях позволяют характеризовать протекающие реакции, а также эффективность работы технологического оборудования. Это особенно актуально для создаваемых энергетических установок с возобновляемыми источниками энергии, работающих при температуре 863—1073 К.

Существующие методы, приборы и устройства для измерения температуры не всегда обеспечивают требуемый результат, особенно на стадиях исследования, проектирования и последующей диагностики процесса. Особенно остро данный недостаток проявляется при использовании высокотемпературных крупномасштабных промышленных аппаратов, в которых традиционные зондовые методы измерения температуры (термопары, термометры сопротивления и др.) вследствие оттоков тепла по длине зонда дают скорее интегральные, чем локальные значения температуры потока. Существует также ограничение по глубине зондирования потока, обусловленное прочностными характеристиками термопреобразователей при значительных температурных и механических воздействиях потока. Возможности применения различных видов пирометров (яркостных, радиационных и др.) для измерения температурных полей также весьма ограничены вследствие сложности сканирования через непрозрачные стенки технологического аппарата. Поэтому разработка новых методов измерения локальных значений температуры для таких систем является актуальной задачей.

В настоящей работе представлен метод измерения локальных значений температуры в неоднородных дисперсных потоках.

Исходя из постановки задачи требуется решить две задачи:

— обеспечить локальность измерения температуры потока;

— расширить область применения метода для крупномасштабных потоков в широком диапазоне значений температуры.

Наиболее правильным представляется использовать в качестве базовых зондовые методы термометрии, с помощью которых вторая задача решается за счет применения охлаждаемых зондов, изготовленных из жаропрочных материалов. При этом существенно уменьшается влияние высокой температуры на прочностные характеристики зонда и обеспечивается возможность зондирования потоков большого (промышленного) масштаба.

Рассмотрим процесс нестационарного теплообмена твердого тела (зонда) с неоднородным потоком. Неоднородный поток можно представить в виде совокупности сменяющихся поочередно отдельных ограниченных в пространстве областей, характеризующихся средними по объему теплофизическими свойствами (теплопроводностью  $\lambda_i$ , удельной теплоемкостью  $c_i$ , плотностью  $\gamma_i$ , температурой  $T_{bi}$ , температуропроводностью  $a_i$  и др.,  $i$  — индекс области). Свойства потока являются интегральными по времени характеристиками данных областей, что справедливо и для температуры потока  $T_b$ .

Для описания механизма переноса теплоты от поверхности твердого тела к потоку воспользуемся граничными условиями третьего рода:

$$dQ_i = \alpha_i S (T_w - T_{bi}) d\tau_i = c_i \gamma_i V_i dT_{bi}, \quad (1)$$

где  $\alpha_i$  — коэффициент теплоотдачи  $i$ -й области с поверхностью, Вт/(м<sup>2</sup> К);  $S$  — площадь поверхности теплообмена, м<sup>2</sup>;  $dQ_i$  — количество теплоты, переданное от  $i$ -й области к поверхности (или наоборот), Вт;  $T_w$  — температура поверхности, К;  $d\tau_i$  — текущее время теплообмена  $i$ -й области с поверхностью, с;  $V_i$  — объем области, участвующей в теплообмене, м<sup>3</sup>;  $dT_{bi}$  — изменение температуры области за время  $d\tau_i$ , К. Преобразовав уравнение (1), получим

$$\frac{dT_{bi}}{T_w - T_{bi}} = A_i \alpha_i d\tau_i; \quad A_i = \frac{S}{c_i \gamma_i V_i}. \quad (2)$$

Проинтегрируем (2) по времени:

$$\int_0^{\tau_i} \frac{dT_{bi}}{T_w - T_{bi}} = \int_0^{\tau_i} A_i \alpha_i d\tau_i, \quad \ln \frac{T_w - T_{bi}(\tau_i)}{T_w - T_{bi0}} = -A_i \alpha_i \tau_i, \quad T_{bi|\tau_i=0} = T_{bi0}, \quad (3)$$

где  $T_{bi0}$  — начальная температура  $i$ -й области, К.

Из соотношений (3) получим зависимость изменения температуры от времени:

$$T_{bi}(\tau_i) = T_w - (T_w - T_{bi0}) \exp(-A_i \alpha_i \tau_i). \quad (4)$$

Изменение (амплитуда) температуры области за время теплообмена  $\tau_i$  составит:

$$\Delta T_{bi} = T_{bi}(\tau_i) - T_{bi0} = (T_w - T_{bi0}) \{ \exp(-A_i \alpha_i \tau_i) - 1 \}. \quad (5)$$

Поскольку нас интересует среднеинтегральная во времени локальная температура потока  $T_b$ , начальные значения температуры подходящих к поверхности областей  $T_{bi0}$  мало отличаются друг от друга, поэтому примем  $T_b = T_{bi0} = T_{b0} = \text{const}$  для времени наблюдения за процессом  $t \gg \tau_i$ . В таком случае среднее значение амплитуды изменения эффективной температуры областей ( $i=1, \dots, N$ ) за время наблюдения  $t$  можно оценить по формуле:

$$\overline{\Delta T_b} \approx \frac{T_w - T_{b0}}{t} \int_0^t \{ \exp(-A_i \alpha_i \tau_i) - 1 \} d\tau_i. \quad (6)$$

Из (6) следует, что среднее значение амплитуды  $\overline{\Delta T_b}$  прямо пропорционально осредненной разности температур теплообменной поверхности и потока:

$$\overline{\Delta T_b} = k(T_w - T_b), \quad k = \frac{1}{t} \int_0^t \{\exp(-A_i \alpha_i \tau_i) - 1\} d\tau_i. \quad (7)$$

Для отдельно взятой среды (потока) и типа теплообменной поверхности значение коэффициента  $k$  есть величина постоянная и не зависящая от разности  $(T_w - T_b)$ . Однако следует иметь в виду, что значения входящего в уравнение для  $k$  коэффициента теплоотдачи  $\alpha_i$  зависят от уровня температуры, поэтому сделанный выше вывод справедлив лишь в ограниченном диапазоне изменения температуры. Поскольку изменение температуры  $i$ -й области за время теплообмена с поверхностью составляет 1—10 К, указанной зависимостью можно пренебречь.

Из изложенного следует, что если на поверхности твердого тела, находящегося в состоянии теплообмена с исследуемым потоком, разместить малоинерционный преобразователь, он будет отслеживать изменения условий теплообмена (температуры потока), вызванные прохождением отдельных областей, а средняя во времени амплитуда изменения его собственной температуры  $\overline{\Delta T_w}$  будет прямо пропорциональна разности  $(T_w - T_b)$ . Зная значения  $\overline{\Delta T_{wj}}$  для каждой  $j$ -й разности температур  $(T_{wj} - T_b)$ , при условии

$$\overline{\Delta T_{wj}} = 0, \quad T_{wj} = T_b \quad (8)$$

и выполнив графическую экстраполяцию зависимости  $\overline{\Delta T_{wj}}(T_{wj})$ , можно точно определить значение локальной температуры потока  $T_b$ .

Отметим, что для определения искомой температуры  $T_b$  достаточно иметь несколько значений  $\overline{\Delta T_{wj}}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ),  $T_{wj} \ll T_b$ , что особенно важно для высокотемпературных исследований.

Экспериментальная проверка метода выполнялась в лаборатории кафедры теплофизики СПбГУ ИТМО [1, 2]. В эксперименте определялась температура кипящего слоя, состоящего из частиц кварцевого песка. На рис. 1 представлены результаты лабораторных измерений — точки, прямая — аппроксимация.

Определенные в соответствии с предложенным методом значения температуры слоя ( $T_b = 298,5$  К) сравнивались с показаниями хромель-копелевой термопары, имеющей погрешность градуировки 3,5 %. Случайная и инструментальная погрешность при измерении данным методом в сумме составила 3,2 %. Расхождение в результатах — ~ 2 %.

Для высокотемпературных измерений была разработана конструкция водоохлаждаемого зонда (рис. 2), имеющего в своем составе малоинерционный термометр сопротивления (здесь 1 — корпус; 2 — платиновый термометр сопротивления; 3, 4 — элементы емкостного преобразователя структуры потока; 5 — трубчатые

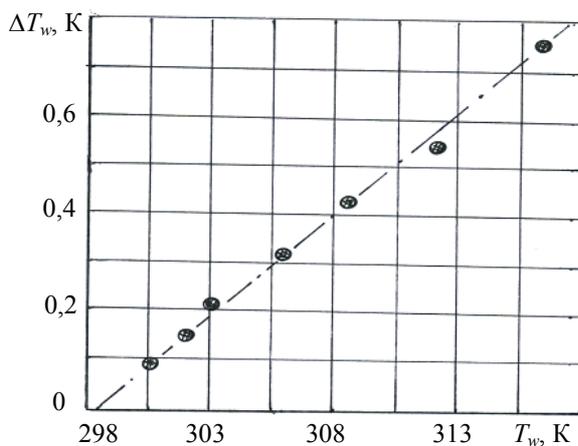


Рис. 1

элементы для подвода теплоносителя). Испытания проводились на обжиговой печи кипящего слоя с температурой 1053—1103 К. Зондирование слоя осуществлялось на глубину 2,5 м.

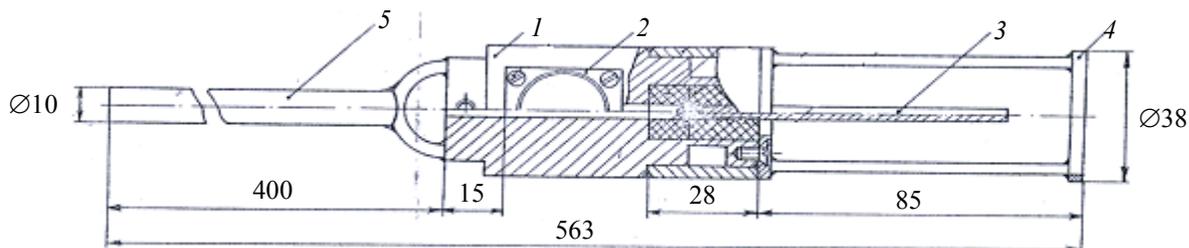


Рис. 2

Предложенный метод расширяет возможности исследования температурных полей в различных потоках. Главным условием применимости метода является наличие в потоке неоднородностей (областей), обуславливающих изменение интенсивности внешнего теплообмена. Такие неоднородности имеются практически в любых разновидностях потока: в кипящем слое — „пакеты частиц“ и „газовые пузыри“; в виброкипящем слое — области с различным эффективным давлением; в газожидкостном потоке — газовая фаза и жидкость; в газовом потоке — области с высоким и низким давлением и т.д. Кроме того, при слабой выраженности неоднородностей в потоке, изменяя положение зонда (например, поворачивая относительно горизонтальной оси), можно варьировать условия теплообмена.

Достоинство метода заключается в возможности точного измерения распределения температур по сечению потока, использования его для высокотемпературных исследований с одновременным повышением надежности и долговечности зондирующих устройств.

Автор работы надеется, что предложенный метод будет полезен для специалистов, занимающихся высокотемпературными измерениями, и послужит основанием для разработки новых измерительных приборов и устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пилипенко Н. В. Нестационарная теплотметрия на основе параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей теплопереноса в одномерных приемниках. Автореф. дис. ... докт. техн. наук. СПб: СПб ГУ ИТМО, 2009. 35 с.
2. Пилипенко Н. В., Ключев В. М., Ходунков В. П. Способы и устройства для определения основных параметров двухфазных дисперсных потоков // Мат. всесоюз. конф. „Методы и средства теплофизических измерений“. М.: МВТУ, 1987. С. 38—42.

#### Сведения об авторе

**Вячеслав Петрович Ходунков**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра энергофизического мониторинга и компьютерной теплофизики;  
E-mail: walkerearth@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
энергофизического мониторинга  
и компьютерной теплофизики

Поступила в редакцию  
14.01.10 г.

Р. В. АНИТРОПОВ, И. Л. ЛИВШИЦ, Д. В. СВИЦУК

## ПРЕДПОСЫЛКИ ПОСТРОЕНИЯ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ КОМПОЗИЦИИ ОБЪЕКТИВОВ

Разработана многозвенная классификация объективов и их элементов, которая создает предпосылки построения экспертной системы композиции объективов, основанные на обобщении и формализации опыта оптиков-экспертов. Применение системы начинающими пользователями поможет усвоению практических навыков проектирования объективов.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, экспертные системы, композиция оптических систем, информационные технологии, информационно-телекоммуникационные системы.

Проектирование экспертных систем относится к одному из направлений в исследованиях объектов искусственного интеллекта. Подобные системы широко применяются в различных областях человеческой деятельности, однако до настоящего времени не использовались для проектирования объективов.

Создание теории композиции профессором М. М. Русиновым [1] и ее дальнейшее развитие [2—5] позволило обобщить и формализовать опыт разработки объективов оптиками-экспертами, что и предоставило возможность создания предпосылок для построения экспертной системы композиции объективов.

На рисунке представлена наиболее общая классификация оптических систем по положению предмета и изображения: „0“ — на бесконечности; „1“ — на конечном расстоянии.



Известны и другие системы классификации объективов [5]. Для обеспечения процесса формализации композиции объективов требуется создание специальной классификации, приводящей в соответствие технические и обобщенные характеристики объективов. Условимся, что любая из семи существенных технических характеристик объектива (фокусное расстояние,  $F$ ; угловое поле,  $W$ ; относительное отверстие,  $J$ ; спектральный диапазон работы,  $L$ ; качество изображения,  $Q$ ; задний фокальный отрезок,  $S$ ; положение апертурной диафрагмы,  $D$ ) может принимать одно из трех значений: „слабое“, „среднее“ и „сильное“, что соответствует обобщенным характеристикам. Затем соотнесем реальные значения технических характеристик объектива с обобщенными.

Следующий шаг — „отчуждение“ знаний по проектированию оптической системы у оптиков-экспертов. Инженеры по знаниям, используя предложенный метод, приводят в соответствие обобщенные характеристики оптической схемы объектива техническим.

Результатом работы является формализованная система выбора структурной схемы объектива [3], которая приводит к созданию эвристического алгоритма синтеза объективов и служит предпосылкой для построения экспертной системы композиции объективов. Представленная система описывает  $3^7 = 2187$  классов объективов, например: один из описываемых классов может быть охарактеризован следующим образом: „0121022“ — короткофокусный, имеющий среднее значение углового поля, светосильный, работающий в нормальном диапазоне ахроматизации, с геометрически-ограниченным качеством изображения, с увеличенным задним фокальным отрезком и вынесенным вперед входным зрачком.

Предлагаемый подход использовался при проектировании информационно-телекоммуникационных и оптико-информационных систем, а также на курсах повышения квалификации по теме „Синтез и композиция оптических систем“ 2000—2005 гг., проведенных по заказу университета КТН, Стокгольм, Швеция. В настоящее время расширенный и дополненный курс разрабатывается для слушателей курсов повышения квалификации СПбГУ ИТМО.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русинов М. М. Композиция оптических систем. Л.: Машиностроение, 1989.
2. Anitropova I. L. Training in principles of synthesis and composition of optical systems at the level of qualification promotion // Proc. SPIE. 1991. Vol. 1603.
3. Anitropova I. L. Simple method for computer-aided lens design with the elements of artificial intelligence // Proc. SPIE. 1992. Vol. 1780.
4. Лившиц И. Л., Сальников А. В., Выбор исходной схемы для расчета объективов // Оптич. журн. 2008. № 11. С. 74—78.
5. Сальников А. В. Компьютерная система для автоматизации процесса структурного синтеза объективов // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, №7. С. 51—54.

#### Сведения об авторах

- Роман Викторович Анитропов** — аспирант; Инжиниринговый центр „ОПТИКА“, Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики; E-mail: roman\_aspherik@mail.ru
- Ирина Леонидовна Лившиц** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, лаборатория специальных оптических и телевизионных систем; E-mail: irina@jupiter.spb.ru
- Дмитрий Владимирович Свищук** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра технологии приборостроения; E-mail: swish92@mail.ru

Рекомендована лабораторией  
специальных оптических  
и телевизионных систем

Поступила в редакцию  
18.02.10 г.

А. А. ГОРБАЧЁВ, Е. В. ГОРБУНОВА, В. В. КОРОТАЕВ

## СТРУКТУРА МНОГОКАНАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются варианты структуры многоканальных распределенных оптико-электронных систем. Выделены особенности построения пассивных и активных, одноуровневых и многоуровневых многоканальных распределенных оптико-электронных систем.

**Ключевые слова:** оптико-электронная система, распределенная система, многоканальная система.

Многоканальные распределенные оптико-электронные системы (МРОЭС) можно описать как совокупность некоторого конечного числа измерительных каналов (КИ) блока выработки решений (БВР). БВР анализирует полученную через КИ информацию от объекта контроля (ОК), проводит ее обработку и представляет результат в удобной для восприятия оператором или системой форме.

В состав каждого измерительного канала МРОЭС пассивного типа входят система предварительной обработки информации (приемная система и преобразователь информативного сигнала, например, электрического или оптического), формирующая информационный сигнал, а также система вторичной обработки информации, обеспечивающая обработку и фильтрацию сигнала КИ [см. лит.]. КИ активной МРОЭС содержит элементы, которые добавляют к информационному полю ОК дополнительное информационное поле.

Структура МРОЭС может быть простой (одноуровневой) и сложной (многоуровневой), т.е. иметь иерархическое представление.

Одноуровневые МРОЭС могут состоять из ряда измерительных модулей (в простом случае — из одного), каждый из которых работает с определенным числом контрольных элементов. Все измерительные модули определяют положение своих контрольных элементов в собственных приборных системах координат. Пересчет этих координат в базовую систему происходит в БВР.

При построении многоуровневых МРОЭС используется принцип реализации измерительных цепей: часть модулей системы выполняет совмещенную функцию контрольного элемента и измерительного модуля. Такое использование модулей позволяет решать ряд задач: использование контрольных точек в труднодоступных местах ОК, повышение надежности измерительной системы за счет использования резервных связей, повышение точности измерения за счет выполнения нескольких измерений в многоканальной системе.

Проект выполнен в рамках аналитической ведомственной целевой программы „Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2010 годы)“.

### ЛИТЕРАТУРА

Якушников Ю. Г. Теория и расчет оптико-электронных приборов. М.: Машиностроение, 1989. 360 с.

#### *Сведения об авторах*

*Алексей Александрович Горбачёв* — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем;  
E-mail: gorbachyov@grv.ifmo.ru

**Елена Васильевна Горбунова**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра опто-электронных приборов и систем; E-mail: vredina\_ia@mail.ru

**Валерий Викторович Коротаев**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра опто-электронных приборов и систем; E-mail: korotaev@grv.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой  
опто-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию  
15.02.10 г.

УДК 535.65

Е. В. ГОРБУНОВА, Д. В. ЖУКОВ, А. Н. ЧЕРТОВ

## ПРОМЫШЛЕННЫЕ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ ЦВЕТНОГО ЗРЕНИЯ

Рассмотрены особенности построения опто-электронных систем технического зрения, позволяющих распознавать объекты по цвету при использовании в технологических процессах. Предложена конструкция системы, превосходящей аналогичные по ряду ключевых параметров.

**Ключевые слова:** опто-электронная система, измерение цвета, распознавание объекта.

Для обработки цветных изображений в промышленных опто-электронных системах технического зрения требуется исследовать основополагающие законы формирования, восприятия, преобразования, анализа цветовой картины в автоматическом режиме. Информативность цветных изображений (в отношении не только цвета и его оттенков, но и формы, и поверхности объектов), много превышает информативность черно-белых кадров, открывает новые возможности для развития опто-электронных измерительных систем различного назначения [1, 2].

Авторами разработана методика габаритно-энергетического расчета системы цветного зрения (СЦЗ) телевизионного типа, построен алгоритм распознавания сложного по структуре и цвету поверхности движущегося объекта, основанный на анализе совокупности областей разной цветности. Предложена конструкция экспериментального образца СЦЗ, которая превосходит существующие аналоги по целому ряду параметров, в том числе:

— вследствие применения при анализе изображений цветовой системы координат HLS с разработанными функциями корректировки алгоритма пересчета реализуется принцип независимости трех цветовых координат друг от друга, что позволяет снизить погрешности измерения цвета объекта и увеличить количество цветовых классов;

— реализуемый принцип независимости цветовых координат друг от друга позволяет при незначительных изменениях алгоритма обработки изображений не только определять принадлежность объекта к тому или иному цветовому классу, но и анализировать форму, а также размеры объекта;

— предлагаемая СЦЗ может использоваться для анализа как прозрачных, так и непрозрачных объектов.

Проект выполнен в рамках федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбунова Е. В., Кортаев В. В., Тимофеев А. Н., Чертов А. Н. Об особенностях сепарирования алмазов по категориям в цветовом пространстве RGB // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 9. С. 32—36.
2. Горбунова Е. В., Чертов А. Н. Использование методов анализа цвета для решения промышленных задач сортировки различных продуктов и материалов // Сб. тр. 3-го конгресса „Профессиональное образование, наука, инновации в XXI веке“. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. С. 173.

*Сведения об авторах*

- Елена Васильевна Горбунова** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра опико-электронных приборов и систем; E-mail: vtedina\_ia@mail.ru
- Дмитрий Валерьевич Жуков** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра опико-электронных приборов и систем
- Александр Николаевич Чертов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра опико-электронных приборов и систем

Рекомендована кафедрой  
опико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию  
18.02.10 г.

## SUMMARY

P. 5—10.

### A METHOD OF COMPUTER-AIDED DESIGN OF AIRBORNE HARDWARE

A computer-aided method for airborne radio-electronic equipment is proposed. The method is aimed at ensuring a practical correspondence of designed object to technical requirements.

**Keywords:** airborne equipment, similarity criterion, proximity measure.

#### *Data on authors*

- Yury A. Gatchin** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design; E-mail: gatchin@ifmo.ru
- Boris V. Vidin** — Cand. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Design Department “Electroavtomatika”, St. Petersburg; Deputy Chief Designer; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Igor O. Zharinov** — Cand. Techn. Sci.; P. A. Efimov Design Department “Electroavtomatika”, St. Petersburg; Chief Specialist; E-mail: igor\_rabota@pisem.net
- Oleg O. Zharinov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Computer and Electronic Systems; E-mail: zharinov@hotbox.ru

P. 11—16.

### CONSTRUCTION OF FINITE GROUPS OF VECTORS FOR SYNTHESIS OF DIGITAL SIGNATURE ALGORITHMS

The problem is analyzed of construction of commutative and noncommutative groups of  $m$ -dimensional vectors, the groups containing high-size subgroups of prime orders. Application of the groups to synthesis of digital signature algorithms is considered.

**Keywords:** finite groups of  $m$ -dimensional vectors, digital signature, cryptographic algorithms.

#### *Data on authors*

- Lidia V. Gortinskaya** — “Vector” Research Institute, St. Petersburg; Senior Scientist; E-mail: lydia-gort@mail.ru
- Eugenia S. Dernova** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State Electrotechnical University “LETI”, Department of Automated Systems for Information Processing and Control; E-mail: evgeshka19@mail.ru
- Dmitry N. Moldovyan** — St. Petersburg Institute of Informatics and Automation, Russian Academy of Sciences; Junior Scientist; E-mail: mnd.spectr@mail.ru
- Pieter A. Moldovyanu** — “Vector” Research Institute, St. Petersburg; Head of Metrology Service; E-mail: nmold@mail.ru

P. 17—25.

### REALIZATION OF BI-SYMMETRIC BOOLEAN FUNCTIONS BY MEANS OF LOGICAL CIRCUITS

New methods are proposed for representation of bi-symmetric Boolean functions by means of fundamental and polynomial-homogeneous symmetric Boolean functions. Effective logical circuits realizing bi-symmetric Boolean functions of four and five variables are described.

**Keywords:** bi-symmetric Boolean functions, fundamental symmetric Boolean functions, polynomial-homogeneous symmetric Boolean functions, logical circuits.

#### *Data on authors*

- Valery P. Suprun* — Cand. Techn. Sci.; Belorussian State University, Department of Equations of Mathematical Physics, Minsk; E-mail: [suprun@bsu.by](mailto:suprun@bsu.by)
- Danila A. Gorodetsky* — Post-Graduate Student; Belorussian State University, Department of Equations of Mathematical Physics, Minsk; E-mail: [danila.gorodecky@gmail.com](mailto:danila.gorodecky@gmail.com)

P. 25—29.

### ANALYSIS OF FINITE AUTOMATON FOR FREQUENCY SYNTHESIS WITH THE USE OF FUNCTIONS OF INTEGER-VALUED ARGUMENT

A mathematical model is proposed for analysis of two- and multi-level pulse sequences at a finite automaton output, the automaton being designed in the form of a sum accumulator or a pulse counter. With the use of functions of integer-valued argument, compact analytical expressions are obtained for temporal and spectral domain description of pulse sequences at the finite automaton output.

**Keywords:** finite automaton, passive digital synthesis, quasi-homogeneous sequence.

#### *Data on author*

- Yury A. Nikitin* — Radio Research Institute, St. Petersburg Branch — LONIIR; Senior Scientist; E-mail: [synter@loniir.ru](mailto:synter@loniir.ru)

P. 30—35.

### CHOICE CRITERION FOR THE LENGTH OF PSEUDO-RANDOM LINEAR CODE SCALE

A minimal lengthening criterion is proposed for the choice of pseudo-random code scale with several informational code tracks for linear translation converters. An example of the criterion application is presented.

**Keywords:** choice criterion, pseudo-random code scale, M-sequence, reader element.

#### *Data on authors*

- Alexander A. Ozhiganov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design; E-mail: [ojiganov@mail.ifmo.ru](mailto:ojiganov@mail.ifmo.ru)
- Zhuan Zhipeng* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design; E-mail: [zhipeng\\_ruan@mail.ru](mailto:zhipeng_ruan@mail.ru)

**P. 36—40.****MATHEMATICAL MODELING OF NONLINEAR DYNAMIC EFFECTS IN DRY-FRICTION SLOW MOTION**

A mathematical model for tribologic interaction is proposed. Variants of dry-friction interaction of objects are analyzed. Results of numerical calculations are presented in a graphic form.

**Keywords:** dry-friction effect, mathematical modeling, calculations, graphics.

*Data on authors*

*George B. Zamoruev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Mechatronics;  
E-mail: georgyz09@gmail.com

*Alexey L. Tkachev* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Mechatronics

**P. 41—43.****EFFECT OF INHOMOGENIETY IN PHYSICAL-MECHANICAL PROPERTIES OF RING MATERIALS ON BALL BEARING VIBROACTIVITY**

An analysis is performed of spectral characteristic of forces responsible for ball bearing vibration due to defects of its elements and inhomogeneity in physical-mechanical properties of materials.

**Keywords:** vibration, ball bearing, inhomogeneity.

*Data on authors*

*Viktor A. Golubkov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Electrotechnique and Technical Diagnostics;  
E-mail: viktor-golubkov@yandex.ru

*Alexander V. Golubkov* — St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Electrotechnique and Technical Diagnostics; Assistant; E-mail: kaerulius2@yandex.ru

**P. 44—47.****RECONSTRUCTION OF SIGNAL BY ITS SAMPLES ON THE BASE OF KOTELNIKOV COUNTS THEOREM**

It is shown mathematically that for univalent restoration of continuous signals by its counts it is necessary for sampling frequency to exceed doubled maximal frequency in the signal spectrum.

**Keywords:** signal reconstruction, sampling, errors.

*Data on author*

*Sergey I. Ziatdinov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Information Net Technologies; E-mail: kaf.53@GUAP.ru

P. 47—52.

### MICROWAVE POWER PULSE GENERATOR MODULE

A description is given of a microwave generator module on the base of Gunn diode 3A762A with the output power of no less than 36 W, frequency operation range of 8—11 GHz, and dimensions of 46×42×36 mm. Schematic diagram of control pulse limiter and exciter is presented. Peculiarities of the module design and methods of adjustment are described.

**Keywords:** Gunn diode, generating module, pulse limiter, exciter.

*Alexander A. Titov*

#### *Data on authors*

— Dr. Techn. Sci., Professor; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronics and Protection of Information; E-mail: titov\_aa@rk.tusur.ru

*Vladimir P. Pushkarev*

— Cand. Techn. Sci.; Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronics and Protection of Information

*Boris I. Avdochenko*

— Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Department of Radioelectronics and Protection of Information

P. 53—56.

### INPUT DEVICE FOR QUANTUM COMPUTER ON ELECTRONS IN COUPLED WAVEGUIDES

Requirements are formulated for input device of a quantum computer with electrons in coupled waveguides as basic elements. Schematic diagram of the module is designed on the base of the problem of initial state generator for the computer. Equations are derived and numerical modeling is carried out for an actual realization of the model with the use of one-dimensional limited parabolic potential well.

**Keywords:** quantum computer, quantum well, initial state.

*Alexander E. Kurasov*

#### *Data on author*

— Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Higher Mathematics; E-mail: akurasov@gmail.com

*Igor Yu. Popov*

— Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Higher Mathematics; Head of Department; E-mail: popov@mail.ifmo.ru

P. 57—61.

### SPACE DISCRETIZATION IN OPTICAL-ELECTRONIC SYSTEMS WITH MOSAIC ANGULAR FIELD

Speculation is presented concerning peculiarities of optical-electronic systems with mosaic structure of angular field in which fields of adjacent channels may overlap.

**Keywords:** space discretization, mosaic angular field, optical-electronic systems.

*Vladimir A. Solomatin*

#### *Data on authors*

— Dr. Techn. Sci., Professor; Moscow State University of Geodetic and Cartography, Department of Optical-Electronic Instruments; E-mail: vsolomatin@mail.ru

**P. 62—66.****COMPENSATION FOR NOISE IN OPTICAL-ELECTRONIC DEVICES WITH THE USE OF WIENER—HOPF FILTER**

The problem is considered of noise compensation on the base of Wiener—Hopf linear filtering with the use of sampling of signal values and its derivatives in initial and terminal points of interpolation interval. Effectiveness of the method is calculated for a specified noise correlation function. Possibility of noise compensation is confirmed by experiments carried out with a model of laser optical-electronic system. Experimental oscillograms are presented.

**Keywords:** signal, noise compensation, sampling, effectiveness, photodetector, experimental setup, correlation function.

*Data on authors*

- Vladimir A. Golovkov* — Cand. Techn. Sci.; Research Institute for Complex Testing of Optoelectronic Devices and Systems, Sosnovy Bor; E-mail: golovkov\_ggg@mail.ru
- Viktor A. Smirnov* — Research Institute for Complex Testing of Optoelectronic Devices and Systems, Sosnovy Bor; Senior Scientist

**P. 67—72.****CORRECTION OF THIRD-ORDER SPHERICAL ABERRATION OF A LENS BY INTRODUCED REFRACTIVE INDEX INHOMOGENIETIES**

The possibility is considered of correction of spherical aberration of a single lens by introduction of axial, radial, and spherically concentric inhomogeneity of refractive index. Comparison with results obtained with aspherization of second-order surface is carried out.

**Keywords:** spherical aberration, aspherical surface, radial (axial, spherically concentric) refractive index inhomogeneity.

*Data on author*

- Alexander L. Sushkov* — Cand. Techn. Sci.; Bauman Moscow State Technical University, Department of Opto-Electronic Equipment and Systems; E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

**P. 73—76.****A METHOD TO MEASURE LOCAL TEMPERATURE IN INHOMOGENEOUS DISPERSED FLOW**

A method is proposed for measurement of local temperature in inhomogeneous flow. The method is based on dependence of mean amplitude of temperature fluctuations at the flow interface on mean temperature difference. Theoretical background is developed, results of confirmatory experiments are presented.

**Keywords:** local temperature, inhomogeneous flow, amplitude, temperature difference, sounding.

*Data on author*

- Vyacheslav P. Hodunkov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Thermal Physics and Energy-Physical Monitoring; E-mail: walkerearth@mail.ru

P. 77—78.

### PREREQUISITES FOR DEVELOPMENT OF EXPERT SYSTEM FOR LENS COMPOSITIONS

A multi-level classification is developed for lenses and lens elements. The classification is considered as a precondition for creation of an expert system for lens compositions on the base of generalization and formalization of experience of specialists in optics. Employment of the system by novice users is suggested to help practical training in lens design.

**Keywords:** artificial intellect, expert systems, optical system composition, information technologies, information-telecommunication systems.

#### *Data on authors*

- Roman V. Anitropov** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Engineering Center “Optics”;  
E-mail: roman\_aspherik@mail.ru
- Irina L. Livshits** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Laboratory of Special Optical and Television Systems;  
E-mail: irina@jupiter.spb.ru
- Dmitry V. Svistchuk** — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics; E-mail: swish92@mail.ru

P. 79—80.

### STRUCTURE OF MULTICHANNEL DISPERSED OPTICAL-ELECTRONIC SYSTEMS

Variants of structure of multichannel dispersed optical-electronic system are considered. Peculiarities of construction of passive and active, single- and multilevel multichannel dispersed optical-electronic systems are discussed.

**Keywords:** optical-electronic system, dispersed system, multichannel system.

#### *Data on authors*

- Alexey A. Gorbachev** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Instruments and Systems;  
E-mail: gorbachyov@grv.ifmo.ru
- Elena V. Gorbunova** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Instruments and Systems;  
E-mail: vredina\_ia@mail.ru
- Valery V. Korotaev** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Instruments and Systems; E-mail: korotaev@grv.ifmo.ru

P. 80—81.

### INDUSTRIAL OPTICAL-ELECTRONIC COLOR VISION SYSTEMS

Consideration is given to design features of optical-electronic technical vision systems able to recognize object by its color. Proposed design of such a system is shown to exceed analogs in a number of key parameters.

**Keywords:** optical-electronic system, color measurement, object recognition.

#### *Data on authors*

- Elena V. Gorbunova** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Instruments and Systems;  
E-mail: vredina\_ia@mail.ru
- Dmitry V. Zhukov** — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Instruments and Systems
- Alexander N. Chertov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Optical-Electronic Instruments and Systems