

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЫПУСК

УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ К 70-летию кафедры систем управления и информатики

Под редакцией доктора технических наук, профессора А. А. Бобцова

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	679
УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ	
Зименко К. А., Поляков А. Е., Ефимов Д. В., Кремлев А. С. Устойчивость системы последовательно соединенных интеграторов на конечном интервале времени	681
Герасимов Д. Н., Лызлова М. В., Милюшин А. С., Никифоров В. О. Алгоритм адаптивного управления линейным объектом с произвольной относительной степенью	687
Арановский С. В., Лосенков А. А. Прямой адаптивный метод компенсации мультисинусоидальных возмущений.....	694
Шишлаков В. Ф., Анисимова Е. В., Шишлаков А. В., Шишлаков Д. В. Синтез параметров закона управления для нелинейных САУ при различных видах аппроксимации характеристик.....	701
Фуртат И. Б., Тупичин Е. А. Управление нелинейными объектами с запаздыванием на базе модифицированного алгоритма бэкстеппинга.....	707
ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ	
Власов С. М., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна.....	713
Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Математическая модель системы управления температурным полем камеры термической обработки	720
Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Управление температурным полем камеры термической обработки на основе качественного распределения мод... ..	725
Грудяева Е. К., Душин С. Е., Кузьмин Н. Н. Динамические модели управляемых биохимических процессов очистки сточных вод.....	732
Евстигнеев М. И., Литвинов Ю. В., Мазулина В. В., Мищенко Г. М. Алгоритмы управления четырехколесным роботом при движении по пересеченной местности	738
ИНФОРМАТИКА В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	
Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л., Андриевский А. Б. Оценивание состояния многомятниковой системы при коммуникационных ограничениях.....	742
Лихолетова Е. С., Нуйя О. С., Пещеров Р. О., Ушаков А. В. Пропускная способность канала связи как гарантия качества цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом.....	751
Александрова С. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Использование грамианных технологий при ранжировании параметрических неопределенностей.....	759
Глебова Е. С., Блишников А. А. Модификация меток сталеразливочных ковшей в задаче автоматизации их оборота.....	765
Салихов В. И., Вражевский С. А. Исследование методов оптимизации процесса технического оснащения предприятий агропромышленного комплекса	770

EDITOR-IN-CHIEF

prof. E. B. YAKOVLEV

EDITORIAL BOARD

ALESHKIN ANDREY, prof., A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
GRIGORIEV VALERY, prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
GUROV IGOR, prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
EFIMOV VLADIMIR, prof., STC "Orion", St. Petersburg, Russia
ISMAILOV TAGIR, prof., DSTU, Makhachkala, Russia
MUSALIMOV VIKTOR, prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
NIKIFOROV VLADIMIR, prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
OZHIGANOV ALEXANDER, prof., Deputy Chief Editor, ITMO University, St. Petersburg, Russia
PODCHUKAEV VLADIMIR, prof., SSLA, Saratov, Russia
PUZANKOV DMITRY, prof., ETU "LETI", St. Petersburg, Russia
RASPOPOV VLADIMIR, prof., TSU, Tula, Russia
SEVEROV LEONID, prof., SUAI, St. Petersburg, Russia
SOKOLOV BORIS, prof., SPIIRAS, St. Petersburg, Russia
TITOV VITALY, prof., SWSU, Kursk, Russia
TOMASOV VALENTIN, prof., ITMO University, St. Petersburg, Russia
FEDOROV IGOR, acad., N. E. Bauman MSTU, Moscow, Russia
FILIMONOV NIKOLAY, prof., Deputy Chief Editor, M. V. Lomonosov MSU, Moscow, Russia
SHLISHEVSKY VIKTOR, prof., SSGA, Novosibirsk, Russia
YUSHCHENKO ARKADY, prof., N. E. Bauman MSTU, Moscow, Russia

FOREIGN MEMBERS

ABLAMEYKO SERGEY, acad., Belarusian State University, Minsk, Belarus
ALGULIYEV RASIM, acad., Institute of Information Technology of ANAS, Baku, Azerbaijan
SEEGER THOMAS, prof., University of Siegen, Siegen, Germany
SHIPULIN YURIY, prof., Tashkent State Technical University, Tashkent, Uzbekistan

Executive secretary Marina V. Lebetskaya

Editor Irina M. Igoshina

Page-proof, makeup Maria V. Gerasimova

Translation of Yury I. Kopilevich

Address: NRU ITMO, 49 Kronverksky Pr., St. Petersburg, Russia, 197101

Tel: (812) 232-02-95

Fax: (812) 232-02-95

Site: pribor.ifmo.ru

E-mail: pribor@mail.ifmo.ru

PRIBOROSTROENIE

ITMO UNIVERSITY

The journal is published since January 1958

Vol. 58

SEPTEMBER 2015

№ 9

THEMATIC ISSUE

CONTROL AND INFORMATICS IN TECHNICAL SYSTEMS

To the 70th anniversary of Department of Computer Science and Control Systems

By Edition of A. A. Bobtsov, Doctor of Technical Science, Professor

CONTENTS

PREFACE	680
CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS	
Zimenko K. A., Polyakov A. E., Efimov D. V., Kremlev A. S. Finite-Time Stability of System of Series-Connected Integrators	681
Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Milyushin A. S., Nikiforov V. O. Adaptive Control Algorithm for Linear Object with Arbitrary Relative Degree	687
Aranovskiy S. V., Losenkov A. A. Direct Adaptive Method for Multisinusoidal Disturbance Compensation	694
Shishlakov V. F., Anisimova E. V., Shishlakov A. V., Shishlakov D. V. Synthesis of Control Law Parameters for Nonlinear Automatic Control Systems at Various Types of Characteristic Approximation	701
Furtat I. B., Tupichin E. A. Modified Backstepping Algorithm for Control over Nonlinear Plants with Delay	707
APPLIED PROBLEMS OF CONTROL	
Vlasov S. M., Borisov O. I., Gromov V. S., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A. Robust System of Dynamic Positioning for Robotized Model of Surface Craft	713
Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I. Mathematical Model of Control System for Temperature Field of the Heat Treatment Chamber	720
Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I. Control over Temperature Field of the Heat Treatment Chamber on the Base of Qualitative Mode Distribution	725
Grudyaeva E. K., Dushin S. E., Kuzmin N. N. Dynamic Models of the Controlled Biochemical Processes of Wastewater Treatment	732
Evstigneev M. I., Litvinov Yu. V., Mazulina V. V., Mishchenko G. M. Algorithms of Control over Four-Wheel Robot Moving over Rough Terrain	738
INFORMATICS IN TECHNICAL SYSTEMS	
Andrievsky B. R., Fradkov A. L., Andrievsky A. B. State Estimation of the Multipendulum Setup under Communication Constraints	742
Liholetova E. S., Nuyya O. S., Peshcherov R. O., Ushakov A. V. Capacity of Communication Channel as a Guarantee of Quality of Digital Remote Control over Continuous Technical Plant	751
Alexandrova S. A., Slita O. V., Ushakov A. V. Application of Gram Method for Ranging of Parametric Uncertainties	759
Glebova E. S., Blinnikov A. A. Modification of Steel Ladles Labels in the Problem of Automation of the Ladles Turnover	765
Salikhov V. I., Vrazhevsky S. A. Study of Optimization Methods for Technical Equipment of Agricultural Enterprises	770

To the Authors!

The journal “Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie” publishes scientific reviews, full-text articles and short messages, reflecting the unpublished results of theoretical and practical research in the field of fundamental instrument making.

The Journal publishes articles on the following themes: information technologies and systems, devices and automatic control systems, computer engineering, gyroscopic and navigation systems, instruments of precision mechanics, electronic and electromagnetic devices, optical and optoelectronic devices and systems, thermal regimes and reliability of devices and systems, technology and instrumentation, scientific and practical development. In agreement with the Editorial Board can be published a special themed issue devoted to a fairly narrow issue of instrumentation.

The material of the article accepted in electronic form and on any media, executed in a text editor Word without formatting along with a hard copy on A4. Electronic version of the paper may be sent by E-mail: pribor@mail.ifmo.ru

The size of the article (in printed form) must not exceed eight pages, a short presentation of two. Size scientific review previously agreed with the Editorial Board.

Submission includes two copies of:

— the manuscript text; list of references (recommended): review article — not less than 50, for the full text of the article — no less than 15, for short messages — at least 8 of the literary source (at least half of them should be links to the editions listed in international database of citation Scopus and Web of Science); number citations consecutively as they appear in the text;

— extended abstract (150—250 words);

— key words (not less than 5 and not more than 25);

— illustrations: each on a separate sheet of A4 (not overestimate in the text) — big, with a maximum fill;

— the recommendation of the Department (laboratory);

— information about the authors on a template (surname, name, patronymic, name of the organization in accordance with the latest edition of the Charter, the address of the organization, academic degree and title, position, e-mail address).

The article must also enclose agreement on the transfer of copyright.

The main text. The following requirements are common to good practice in the design documents.

Font — Times New Roman, size 14, line spacing 1.5, margins — top and left — 25 mm, bottom — 20 mm, right — 10 mm.

Not allowed alignment with spaces, tabs and end of a paragraph (in the layout will need to be cleared). These symbols must be inserted only when necessary, and not more than once in a row (not to carry with dashes).

Don't insert formulas from MathCad or MatLab!

Figures and tables are to be inserted after the list of references. Graphics are accepted in one of Microsoft formats (Word, Excel, and PowerPoint); vector format is preferable. Don't use color graphics; it is better to apply dotted, dash-and dot lines, etc., or mark lines with numerical symbols.

Editorial Staff

ПРЕДИСЛОВИЕ

Тематический выпуск журнала содержит статьи, подготовленные сотрудниками кафедры систем управления и информатики Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики (Университета ИТМО), а также сотрудничающими с кафедрой коллегами из России. В выпуске отражены основные направления научных исследований кафедры и ее научной школы, представленные как в предыдущих тематических выпусках, так и в научных и методических работах ее сотрудников. Системная методология научной школы кафедры опирается на возможности методов Ляпунова и оптимизации и матричного формализма, заложенного в уравнениях Ляпунова, Сильвестра и Риккати, а также методов качественной теории устойчивости, современной теории нелинейных систем и систем с распределенными параметрами, модального, робастного и адаптивного управления.

Кафедра активно развивает новые направления теории управления и информатики и ее приложений. В частности, в настоящий сборник вошли работы, посвященные управлению робототехническими, биотехническими и мультиагентными системами. Опыт сотрудников кафедры позволяет активно развивать такие перспективные современные исследования, как гибридное и интервальное управление системами с переменными параметрами, управление активными протезами конечностей человека, разработка генетических алгоритмов и прочих наукоемких современных технологий.

Практические исследования, проводимые на кафедре, используются при проектировании вычислительных комплексов, систем и сетей, моделирующих систем воспроизведения искусственного интеллекта, систем управления робототехническими комплексами, двигателями внутреннего сгорания, систем пространственного слежения, прецизионных цифровых электроприводов для комплексов аэрокосмического наблюдения, приборов информационно-навигационных систем, автоматизированных комплексов проектирования бортовой электронно-вычислительной аппаратуры для подвижных объектов.

Выпуск тематического сборника приурочен к 70-летию юбилею кафедры. В настоящее время кафедра систем управления и информатики представляет собой творческий работоспособный коллектив, полный новых идей и планов по развитию теоретических основ, практических и информационных приложений в различных областях теории управления, необходимых для создания высококачественных систем управления и технологических комплексов для хранения и передачи информации.

*Заведующий кафедрой
систем управления и информатики Университета ИТМО,
декан факультета компьютерных технологий и управления,
доктор технических наук, профессор А. А. БОБЦОВ*

PREFACE

The thematic issue is dedicated to scientific and research works carried out by staff members of the Department of Computer Science and Control Systems at St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics, and Optics (ITMO University), as well as by our Russian collaborators. The issue reflects the main avenues of scientific investigations at the Department and areas of applications of its scientific school, represented in research and methodical papers by the academic staff as well as in the previous thematic issues. Systematic methodology of the scientific school of the Department is based on feasibilities of Lyapunov methods of optimization, matrix formalism inherent in Lyapunov, Sylvester, and Riccati equations, as well as on the methods of qualitative theory of stability, up-to date theories of nonlinear systems and systems with distributed parameters, of robust and adaptive control.

The Department actively develops the new lines of investigation in the control theory and informatics, as well as their applications. Specifically, the issue includes papers dedicated to control of robotechnical, byotechnical, and multi-agent systems. The experience gained by the academic staff enables the Department to promote such perspective present-day investigations as hybrid and interval control for systems with variable parameters, control over active human prosthetic limbs, development of genetic algorithms, and other modern science-intensive technologies.

Practical orientation of the researches performed by the Department staff allows development of computer complexes, systems and networks, modeling systems for reproduction of artificial intelligence, systems for control over robotechnical complexes, internal combustion engines, spatial tracking systems, precision digital electric drives for aerospace observation complexes, information and navigation system devices, automated complexes for moving object on-board electronic computing hardware design.

Publication of the thematic issue dedicated to the 70th anniversary of the Department. Today the Department of Computer Science and Control Systems constitutes a creative workable team full of new ideas and plans of further development of theoretical base, practical information applications in diverse areas of the control theory, necessary for creation of high-quality control systems and technological complexes for information storage and transfer in various commercial applications.

*Doctor Technical of Science, Professor A. A. BOBTSOV,
Head of the Department of Computer Science and Control Systems,
Dean of the Faculty of Computer Technologies and Control Technical,
ITMO University*

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ ИНТЕГРАТОРОВ НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ

К. А. ЗИМЕНКО¹, А. Е. ПОЛЯКОВ², Д. В. ЕФИМОВ², А. С. КРЕМЛЕВ¹

¹ *Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: kostyazimenko@gmail.com

² *Государственный институт исследований в информатике и автоматике,
59650, Вильнёв-д'Аск, Франция*

Рассматривается проблема анализа устойчивости системы последовательно соединенных интеграторов на конечном интервале времени. Предложен алгоритм стабилизации системы, основанный на использовании метода неявных функций Ляпунова и применении некоторых свойств однородных систем. Расчет параметров управления базируется на решении системы линейных матричных неравенств. Эффективность предложенного метода подтверждается результатами компьютерного моделирования.

Ключевые слова: *устойчивость на конечном интервале времени, метод неявных функций Ляпунова, управление по вектору состояний.*

Введение. Использование алгоритмов управления и наблюдения за вектором состояний системы гарантирует выполнение всех переходных процессов на конечном интервале времени. На практике такие алгоритмы востребованы, в частности, для синтеза систем управления робототехническими, мехатронными, транспортными и другими устройствами. Поэтому проблема управления на конечном интервале времени весьма актуальна и является предметом множества исследований (см., например, [1—5]).

В настоящей статье предложен алгоритм стабилизации системы последовательно соединенных интеграторов на конечном интервале времени. Схемы управления, используемые при решении задачи стабилизации цепи интеграторов, могут быть легко расширены для более широкого класса систем [6], более того, необходимость разработки подобных алгоритмов управления обуславливается их применением во множестве механических и электромеханических систем [7, 8]. Представленный в настоящей статье алгоритм управления базируется на развитии результатов, полученных в работе [9], в отличие от которых предлагаемый алгоритм не требует выполнения каких-либо дополнительных вычислительных процедур. Расчет параметров управления, как и в [9], выполняется на основе решения системы линейных матричных неравенств. Реализация алгоритма базируется на использовании метода неявных функций Ляпунова и применении некоторых свойств однородных систем.

Постановка задачи. Основные положения. Рассмотрим систему, описывающую цепь интеграторов:

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния, $u \in R$ — управляющее воздействие,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача заключается в синтезе алгоритма стабилизации системы (1) на конечном интервале времени с простой схемой настройки параметров системы управления.

Приведем предварительные сведения о некоторых свойствах системы.

Устойчивость на конечном интервале времени. Рассмотрим математическую модель системы:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(0) = x_0, \quad (2)$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния, $f \in R_+ \times R^n \rightarrow R^n$ — нелинейное непрерывное векторное поле (может быть разрывным по отношению к переменной состояния).

Примем, что начало координат является положением равновесия системы (2).

Определение 1 [2, 4, 9, 10]. Начало координат системы (2) является глобально устойчивым на конечном интервале времени, если для системы выполняются следующие условия:

— аттрактивность на конечном интервале времени (существует такая функция времени стабилизации $T : R^n \setminus \{0\} \rightarrow R_+$, что $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} x(t, x_0) = 0$ для всех $x_0 \in R^n \setminus \{0\}$);

— устойчивость по Ляпунову.

Отметим, что функция времени стабилизации системы позволяет оценить время ее перехода в состояние равновесия.

Однородные системы [11—13]. Введем вектор весов $r = (r_1, \dots, r_n)^T$ и симметричную матрицу $D(\lambda) = \text{diag}\{\lambda^{r_i}\}_{i=1}^n$, где $r_i \in R_+$, $i \in \{1, \dots, n\}$, и $\lambda > 0$. Отметим, что $D(\lambda)x = (\lambda^{r_1}x_1, \dots, \lambda^{r_n}x_n)^T$ для $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in R^n$.

Определение 2 [12]. Функция $g : R^n \rightarrow R$ (векторное поле $f : R^n \rightarrow R^n$) однородна со степенью m , если $g(D(\lambda)x) = \lambda^m g(x)$ ($f(D(\lambda)x) = \lambda^m D(\lambda)f(x)$) для всех $\lambda > 0$ и $x \in R^n$.

Введем однородную единичную сферу $S_r = \{x \in R^n : \|x\|_r = 1\}$, где $\|x\|_r = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^{p/r_i}\right)^{1/p}$ —

однородная норма, $\rho \geq \max_i r_i$.

Теорема 1 [13]. Пусть f — однородное непрерывное векторное поле на пространстве R^n , такое что система (2) локально асимптотически устойчива. Тогда система (2) глобально асимптотически устойчива и для нее существует однородная функция Ляпунова V .

Для однородной функции Ляпунова V со степенью m существуют константы c_1 и c_2 , такие что выполняется следующее неравенство:

$$c_1 \|x\|_r^m \leq V(x) \leq c_2 \|x\|_r^m. \quad (3)$$

Доказательство теоремы приведено в работе [13].

Метод неявных функций Ляпунова. Приведем следующую теорему.

Теорема 2 [9, 14, 15]. Если существует такая непрерывная функция $Q(V, x): R^{n+1} \rightarrow R$, что:

- 1) функция $Q(V, x)$ непрерывно дифференцируема для $\forall x \in R^n \setminus \{0\}$ и $\forall V \in R_+$;
- 2) для любого $\forall x \in R^n \setminus \{0\}$ существуют $V^- \in R_+$ и $V^+ \in R_+$, такие что $Q(V^-, x) < 0 < Q(V^+, x)$;
- 3) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ (V, x) \in \Omega}} V = 0^+$, $\lim_{\substack{V \rightarrow 0^+ \\ (V, x) \in \Omega}} \|x\| = 0$, $\lim_{\substack{\|x\| \rightarrow \infty \\ (V, x) \in \Omega}} V = +\infty$, где $\Omega = \{(V, x) \in R^{n+1} : Q(V, x) = 0\}$;
- 4) неравенство $-\infty < \frac{\partial Q(V, x)}{\partial V} < 0$ выполняется для $\forall x \in R^n \setminus \{0\}$ и $\forall V \in R_+$;
- 5) неравенство $\frac{\partial Q(V, x)}{\partial x} f(x) \leq \eta V^{1-\mu} \frac{\partial Q(V, x)}{\partial V}$ выполняется для $\forall (V, x) \in \Omega$ и некоторых констант $0 < \mu \leq 1$ и $\eta > 0$,

то начало координат системы (2) глобально устойчиво на конечном интервале времени со следующей оценкой времени стабилизации: $T(x_0) \leq \frac{V_0^\mu}{\eta\mu}$.

Доказательство теоремы приведено в работах [9, 14, 15].

Основной результат. Введем неявную функцию Ляпунова:

$$Q(V, x) = x^T D(V^{-1}) P D(V^{-1}) x - 1, \quad (4)$$

где $P = P^T \in R^{n \times n}$ — симметричная положительно-определенная матрица, $D(\lambda) = \text{diag} \{ \lambda^{1+(n-i)\mu} \}_{i=1}^n$ — диагональная матрица, $\mu \in (0, 1]$.

Теорема 3. Если разрешима система линейных матричных неравенств

$$\left. \begin{aligned} AX + XA^T + by + y^T b^T + \alpha X + \beta \mathbf{I}_n &\leq 0, \\ XH_\mu + H_\mu X < 0, \quad X > 0, \quad \beta \mathbf{I}_n &\geq \gamma X, \\ \begin{pmatrix} \gamma & y \\ y^T & X \end{pmatrix} \geq 0, \quad \begin{pmatrix} X & \mathbf{I}_n - H(C) \\ \mathbf{I}_n - H(C) & \beta \mathbf{I}_n \end{pmatrix} \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

для $H_\mu = \text{diag} \{ -1 - (n-i)\mu \}_{i=1}^n$, $H(\lambda) = \text{diag} \{ \lambda^{(n+1-i)\mu} \}_{i=1}^n$, $\mu \in (0, 1]$, $\alpha, \beta, \gamma, C \in R_+ : \alpha > \beta$, $X \in R^{n \times n}$, $y \in R^{1 \times n}$ и существует такое c_u , которое удовлетворяет одному из неравенств

$$\frac{c_1}{C} \geq c_u \geq c_2; \quad (6)$$

$$c_1 \geq c_u \geq \frac{c_2}{C}, \quad (7)$$

где коэффициенты c_1 и c_2 удовлетворяют неравенству (3), то закон управления

$$u(x) = (c_u \|x\|_r)^{1-\mu} k D \left((c_u \|x\|_r)^{-1} \right) x, \quad (8)$$

где $k = yX^{-1}$, стабилизирует систему (1) на конечном интервале времени.

Доказательство. В соответствии с работой [9] система $\dot{x} = Ax + bu + d(t, x)$ робастно устойчива на конечном интервале времени для некоторого возмущающего воздействия $d(t, x)$, если выполняются следующие условия:

1) разрешима система линейных матричных неравенств

$$\begin{aligned} AX + XA^T + by + y^T b^T + \alpha X + \beta \mathbf{I}_n &\leq 0, \\ -\upsilon X \leq XH_\mu + H_\mu X < 0, \quad X > 0, \quad \upsilon \in R_+; \end{aligned} \quad (9)$$

2) закон управления представлен выражением

$$u(V, x) = V^{1-\mu} k D(V^{-1})x, \quad (10)$$

где $V \in R_+$: $Q(V, x) = 0$ и функция $Q(V, x)$ приведена в (4) для $P = X^{-1}$;

3) функция возмущений $d(t, x)$ удовлетворяет неравенству

$$d^T(t, x) D^2(V^{-1}) d(t, x) \leq \beta^2 V^{-2\mu}. \quad (11)$$

Доказательство соответствия функции (4) условиям 1—5 теоремы 2 приведены в работе [9].

Представив разность законов управления (10) и (8) как функцию возмущений

$$d(t, x) = -b(V^{1-\mu} k D(V^{-1})) - (c_u \|x\|_r)^{1-\mu} k D(c_u \|x\|_r)^{-1} x = -V^{1-\mu} b k \left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right) D(V^{-1})x$$

и подставив ее в неравенство (11), получим

$$\left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right) k^T k \left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right) \leq \beta^2 P. \quad (12)$$

Введя неравенство $\beta P \geq \gamma \mathbf{I}_n$ (соответствующее четвертому неравенству системы (5)) и неравенство $k^T k \leq \gamma P$ (соответствующее пятому неравенству системы (5) при использовании дополнения Шура), выражение (12) можно переписать в виде

$$\left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right) P \left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right) \leq \beta \mathbf{I}_n$$

или для $X = P^{-1}$ и $y = kP^{-1}$ — в виде

$$\beta X \geq \left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right)^2. \quad (13)$$

В соответствии с уравнением (4) можно сделать вывод, что функция Ляпунова $V(x)$ является однородной со степенью, равной единице, так как $Q(V, D(\lambda)x) = Q(\lambda^{-1}V, x)$ или $V(D(\lambda)x) = \lambda V(x)$.

Перепишем неравенство (3) следующим образом: $c_1 \|x\|_r \leq V(x) \leq c_2 \|x\|_r$. Тогда для $C \in R_+$, удовлетворяющего неравенству (6) или (7), получим выражение

$$\left(\mathbf{I}_n - H \left(\frac{V}{c_u \|x\|_r} \right) \right)^2 \leq (\mathbf{I}_n - H(C))^2. \quad (14)$$

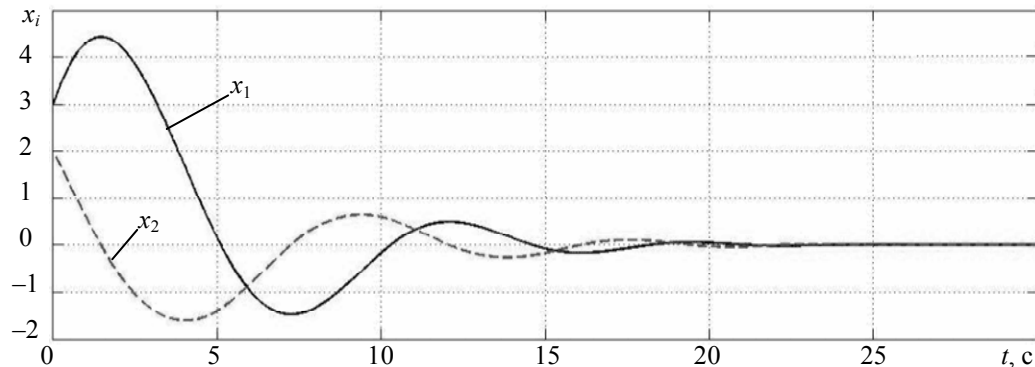
Используя дополнение Шура, неравенство $(\mathbf{I}_n - H(C))^2 \leq \beta X$ можно переписать в виде линейного матричного неравенства, совпадающего с последним неравенством системы (5). ■

Пример. Рассмотрим систему (1) для случая, когда $n = 2$. Решив систему линейных матричных неравенств (5) для $\mu = 0,2$, $C = 0,55$, $\alpha = \gamma = 0,1$, получим следующие значения матриц P и k :

$$P = \begin{pmatrix} 2,1637 & 0,5956 \\ 0,5956 & 3,8310 \end{pmatrix}, \quad k = (-0,6121 \quad -0,4418).$$

Согласно полученным оценкам коэффициентов $c_1 = 1,1$ и $c_2 = 1,96$ параметр c_u в соответствии с выражением (6) должен удовлетворять неравенству $2 \geq c_u \geq 1,96$.

Результаты моделирования для $c_u = 1,97$, $x_1(0) = 3$ и $x_2(0) = 2$ приведены на рисунке.



Заключение. Представлен алгоритм стабилизации системы последовательно соединенных интеграторов, основанный на использовании метода неявных функций Ляпунова и применении некоторых свойств однородных систем. Расчет параметров управления базируется на решении системы линейных матричных неравенств. Эффективность предложенного метода подтверждается результатами компьютерного моделирования.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Amato F., Ariola M. Finite-time control of discrete-time linear systems // IEEE Trans. on Automatic Control. 2005. Vol. 50, Iss. 5. P. 724—729.
2. Roxin E. On finite stability in control systems // Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. 1966. Vol. 15(3). P. 273—283.
3. Levant A. On fixed and finite time stability in sliding mode control // IEEE of the 52nd Annual Conf. on Decision and Control (CDC). 2013. P. 4260—4265.
4. Bhat S. P., Bernstein D. S. Finite-time stability of continuous autonomous systems // SIAM Journal of Control and Optimization. 2000. Vol. 38(3). P. 751—766.
5. Moulay E., Perruquetti W. Finite-time stability and stabilization: State of the art // Lecture Notes in Control and Information Sciences. 2006. Vol. 334. P. 23—41.
6. Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Robust stabilization of MIMO systems in finite/fixed time // Intern. J. Robust. Nonlinear Control. 2014. P. 1—19.
7. Chernous'ko F. L., Ananevski I. M., Reshmin S. A. Control of Nonlinear Dynamical Systems: Methods and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
8. Utkin V. I., Guldner J., Shi J. Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems. CRC Press, 2009. 503 p.
9. Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Finite-time stabilization using implicit Lyapunov function technique // Proc. of the 9th Symp. on Nonlinear Control Systems. 2013. P. 140—145.
10. Orlov Y. Finite time stability and robust control synthesis of uncertain switched systems // SIAM Journal of Control and Optimization. 2010. Vol. 43(4). P. 1253—1271.
11. Зубов В. И. Методы А. М. Ляпунова и их применение. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1957. 242 с.

12. Зубов В. И. О системах обыкновенных дифференциальных уравнений с обобщенно-однородными частями // Изв. вузов. Математика. 1958. № 1. С. 80—88.
13. Bacciotti A., Rosier L. Lyapunov Functions and Stability in Control Theory. Springer, 2005. 237 p.
14. Коробов В. И. Решение задачи синтеза с помощью функции управляемости // Докл. АН СССР. 1979. Т. 248, № 5. С. 1051—1055.
15. Adamy J., Flemming A. Soft variable-structure controls: A survey // Automatica. 2004. Vol. 40. P. 1821—1844.

Сведения об авторах

- Константин Александрович Зименко** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: kostyazimenko@gmail.com
- Андрей Евгениевич Поляков** — канд. техн. наук; Государственный институт исследований в информатике и автоматике; E-mail: andrey.polyakov@inria.fr
- Денис Валентинович Ефимов** — канд. техн. наук; Государственный институт исследований в информатике и автоматике; E-mail: Denis.Efimov@inria.fr
- Артем Сергеевич Кремлев** — канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: kremlev_artem@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики
Университета ИТМО

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Зименко К. А., Поляков А. Е., Ефимов Д. В., Кремлев А. С. Устойчивость системы последовательно соединенных интеграторов на конечном интервале времени // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 681—686.

FINITE-TIME STABILITY OF SYSTEM OF SERIES-CONNECTED INTEGRATORS

K. A. Zimenko¹, A. E. Polyakov², D. V. Efimov², A. S. Kremlev¹

¹ ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: kostyazimenko@gmail.com

² National Institut for Research in Informatics & Automatics
(Institut national de recherche en informatique et en automatique — INRIA),
59650, Villeneuve-d'Ascq, France

The problem of finite-time stability analysis of system of series-connected integrators is considered. An algorithm of the system stabilization is proposed. The algorithm makes use of implicit Lyapunov function technique as well as several properties of homogeneous systems. Evaluation of control parameters is based on solution to a system of linear matrix inequalities. Effectiveness of the proposed method is confirmed by presented results of computer modeling.

Keywords: finite time stability, implicit Lyapunov function technique, state feedback control.

Data on authors

- Konstantin A. Zimenko** — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: kostyazimenko@gmail.com
- Andrey E. Polyakov** — PhD; INRIA; E-mail: andrey.polyakov@inria.fr
- Denis V. Efimov** — PhD; INRIA; E-mail: Denis.Efimov@inria.fr
- Artem S. Kremlev** — PhD; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: kremlev_artem@mail.ru

For citation: Zimenko K. A., Polyakov A. E., Efimov D. V., Kremlev A. S. Finite-time stability of system of series-connected integrators // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 681—686 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-681-686

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СТЕПЕНЬЮ

Д. Н. ГЕРАСИМОВ, М. В. ЛЫЗЛОВА, А. С. МИЛЮШИН, В. О. НИКИФОРОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: lyzlovamv@yandex.ru*

Предлагается решение задачи адаптивного управления по состоянию линейным возмущенным объектом с произвольной относительной степенью. Закон управления строится на основе метода стандартных характеристических полиномов. Среднегеометрический корень стандартного полинома является единственным настраиваемым параметром регулятора и генерируется алгоритмом адаптации. Регулятор имеет простую структуру, низкий динамический порядок, равный единице, и обеспечивает ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и экспоненциальное стремление ошибки управления к нулю. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность синтезированного алгоритма.

Ключевые слова: адаптивное управление, линейный объект, система с переменными параметрами.

Введение. Одним из наиболее актуальных направлений современной теории адаптивного и робастного управления является снижение динамического порядка и уменьшение числа арифметических операций в алгоритмах управления с сохранением качества работы замкнутых систем. Одновременно предпринимаются попытки расширения классов моделей объектов, для которых могут быть эффективно использованы простые алгоритмы.

В классической теории адаптивного управления [1—3] представлены базовые результаты для класса линейных стационарных объектов либо с измеряемым вектором состояния, либо описываемых строго положительно вещественными (СПВ) передаточными функциями. Известные алгоритмы управления предполагают настройку или идентификацию всех параметров модели, для чего формируются алгоритмы с высоким динамическим порядком, как минимум равным количеству этих параметров. В решениях, полученных для более широких классов объектов, число производных существенно увеличено. Так, например, алгоритмы с расширенной ошибкой, позволяющие пренебречь требованием СПВ, имеют $2n(n - m + 2) - 1$ производных (n и m — порядки числителя и знаменателя передаточной функции объекта) и требуют $2n - 1$ настраиваемых параметров [4, 5]. Альтернативные решения, основанные на алгоритмах высокого порядка, имеют схожие динамические порядки [6—8].

Концепция предлагаемого алгоритма адаптивного управления основана на формировании сильной обратной связи с помощью заданного стандартного характеристического полинома замкнутой системы, в котором адаптации подлежит только величина среднегеометрического корня. Эта величина растет до тех пор, пока ошибка управления не „уйдет“ в окрестность нуля. Структура алгоритма является простой в отличие от существующих решений (см., например, работы [9, 10], где требуется сложная рекуррентная процедура построения алгоритма адаптации). Предлагаемая концепция базируется на результатах, отраженных в работах [11—15], и рассчитана на более широкий класс линейных параметрически неопределенных объектов, имеющих произвольную относительную степень и обладающих свойством минимальной фазовости.

Постановка задачи. Рассмотрим модель линейного параметрически неопределенного объекта:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \xi, & x(0); \\ y &= x_1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где u — управляющее воздействие, y — регулируемая переменная, $x \in R^n$ — вектор состояния, $\xi \in R^n$ — вектор возмущений (C^∞ , $\|\xi\| \leq \xi^*$),

$$A = \begin{bmatrix} a_{n-1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-2} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_m \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix},$$

здесь a_i , $i = \overline{0, n}$, b_j , $j = \overline{0, m}$, — неизвестные параметры.

Класс моделей объектов управления ограничен следующими допущениями.

Допущение 1. Объект полностью управляем.

Допущение 2. Параметры b_j положительны, а полином $b(s) = b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0$ является гурвицевым.

Допущение 3. Для коэффициента b_m известна нижняя граница $b_{m \min}$.

Допущение 4. Вектор состояния x измеряем.

Необходимо синтезировать закон управления, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы и выполнение целевого неравенства

$$|y_M(t) - y(t)| \leq \Delta \quad \forall t \geq T, \quad (2)$$

где Δ , T — максимальная ошибка и время настройки системы соответственно, y_M — выходной сигнал эталонной модели.

Эталонная модель определяется уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_M &= A_M x_M + B_M g, & x_M(0); \\ y_M &= x_{M1}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $A_M \in R^{n \times n}$ — гурвицева матрица, отражающая желаемые динамические характеристики замкнутой системы в установившемся режиме; $B_M \in R^n$ — вектор управляющего воздействия; $g(t)$ — задающее воздействие.

Предполагается, что величина Δ может быть уменьшена произвольным образом путем изменения коэффициентов регулятора.

Синтез закона адаптивного управления. Введем в рассмотрение ошибку управления $e = x_M - x$, продифференцируем ее с учетом выражений (1) и (3) и после ряда алгебраических преобразований получим

$$\dot{e} = Ae - Bu + \chi, \quad (4)$$

где величина $\chi = (A_M - A)x_M + B_M g - \xi$ ограничена в силу устойчивости эталонной модели (3) и ограниченности сигналов g и ξ .

Для модели (4) предлагается следующий стабилизирующий закон адаптивного управления:

$$u = \frac{1}{b_{m \min}} K^T(\omega) e; \quad (5)$$

$$\dot{\omega} = -\sigma\omega + \gamma\varepsilon^2, \quad \omega(0) \geq 0, \tag{6}$$

где $\varepsilon = y_m - y$; $K(\omega) = [\omega^\rho \ C_{\rho-1}\omega^{\rho-1} \ \dots \ C_2\omega^2 \ C_1\omega \ 0 \ \dots \ 0]$; $\rho = n - m$ — относительная степень модели объекта, $C_i, i = \overline{1, \rho-1}$, — постоянные коэффициенты произвольного гурвицева полинома

$$\lambda^\rho + C_1\lambda^{\rho-1} + C_2\lambda^{\rho-2} + \dots + C_{\rho-1}\lambda + 1, \tag{7}$$

λ — алгебраическая переменная; $\gamma > \sigma > 0$ — постоянные коэффициенты.

Для анализа замкнутой системы подставим выражение (5) в (1):

$$\left. \begin{aligned} \dot{e} &= G(\omega)e + \chi, \quad e(0); \\ \varepsilon &= e_1, \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

где

$$G(\omega) = A - BK(\omega) = \begin{bmatrix} a_{n-1} & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m+1} & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_m - \bar{b}_m \omega^\rho & -\bar{b}_m C_{\rho-1} \omega^{\rho-1} & \dots & -\bar{b}_m C_1 \omega & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 - \bar{b}_1 \omega^\rho & -\bar{b}_1 C_{\rho-1} \omega^{\rho-1} & \dots & -\bar{b}_1 C_1 \omega & 0 & \dots & 1 \\ a_0 - \bar{b}_0 \omega^\rho & -\bar{b}_0 C_{\rho-1} \omega^{\rho-1} & \dots & -\bar{b}_0 C_1 \omega & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{b}_i = b_i / b_{m \min}, \quad i = \overline{0, m}.$$

Характеристический полином матрицы $G(\omega)$ может быть представлен в виде

$$R(\omega, \lambda) = a(\lambda) + \frac{1}{b_{m \min}} b(\lambda) \left[\left(\omega^\rho + f_{\rho-1}(\omega, \omega^2, \dots, \omega^{\rho-1}, \bar{a}, \bar{C}) \right) + \right. \\ \left. + \left(C_{\rho-1} \omega^{\rho-1} + f_{\rho-2}(\omega, \omega^2, \dots, \omega^{\rho-2}, \bar{a}, \bar{C}) \right) \lambda + \dots + \left(C_2 \omega^2 + f_1(\omega, \bar{a}, \bar{C}) \right) \lambda^{\rho-2} + C_1 \omega \lambda^{\rho-1} \right],$$

где $a(\lambda) = \lambda^n - a_{n-1} \lambda^{n-1} - \dots - a_0$ — характеристический полином матрицы A ; \bar{a} — множество параметров $a_i, i = \overline{0, n-1}$, объекта управления; \bar{C} — множество коэффициентов $C_i, i = \overline{1, \rho-1}$, полинома (7); $f_i(\omega, \omega^2, \dots, \omega^i, \bar{a}, \bar{C}), i = \overline{1, \rho-1}$, — функции, включающие суммы и разности своих аргументов (без умножения, деления, возведения в степень и т.д.).

Замечание. Если значение ε достаточно „далеко“ от нуля и, как следствие, правая часть в уравнении (6) положительна, то параметр ω растет. Когда ω достигает достаточно большого значения, функции $f_i(\cdot)$ и константы a_i в полиноме $R(\omega, \lambda)$ становятся пренебрежимо малы по сравнению с $C_i \omega^i$ ($C_0 = 1$). В этом случае полином $R(\omega, \lambda)$ может быть аппроксимирован более простым полиномом

$$\bar{R}(\omega, \lambda) = \lambda^n + \frac{b(\lambda)}{b_{m \min}} \left(\omega^\rho + C_{\rho-1} \omega^{\rho-1} \lambda + \dots + C_2 \omega^2 \lambda^{\rho-2} + C_1 \omega \lambda^{\rho-1} \right). \tag{9}$$

Полученное равенство позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение. Существует такое пороговое значение $\omega_0 > 0$, что если $\omega \geq \omega_0$, то полином $\bar{R}(\omega, \lambda)$ гурвицев.

Доказательство. С помощью теоремы Виета покажем, что корни уравнения $\bar{R}(\omega, \lambda) = 0$ при $\omega \rightarrow \infty$ стремятся к $\lambda_i = q_i, i = \overline{1, m}$, и $\lambda_j = q_j \omega, j = \overline{m+1, n}$, где q_i, q_j — некоторые константы. Действительно, если разделить левую и правую части уравнения (9) на $\omega^n \rightarrow \infty$ и подставить указанные значения λ_i и λ_j , то это уравнение будет сведено к двум предельным равенствам:

а)

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\lambda_i^n}{\omega^n} + \frac{b(\lambda_i)}{b_m \min \omega^m} \left(1 + C_{\rho-1} \omega^{-1} \lambda_i + \dots + C_1 \omega^{1-\rho} \lambda_i^{\rho-1} \right) \right\} =$$

$$= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \frac{q_i^n}{\omega^n} + \frac{b(q_i)}{b_m \min \omega^m} \left(1 + C_{\rho-1} \omega^{-1} q_i + \dots + C_1 \omega^{1-\rho} q_i^{\rho-1} \right) \right\} = \frac{b(q_i)}{b_m \min \omega^m} = 0$$

или

$$b(q_i) = 0, \quad (10 \text{ а})$$

в силу допущения 2 предельные параметры q_i имеют отрицательные вещественные части;

б)

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\lambda_j^n}{\omega^n} + \frac{b(\lambda_j)}{b_m \min \omega^m} \left(1 + C_{\rho-1} \omega^{-1} \lambda_j + \dots + C_1 \omega^{1-\rho} \lambda_j^{\rho-1} \right) \right\} =$$

$$= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ q_j^n + \frac{(b_m q_j^m \omega^m + \dots + b_1 q_j \omega + b_0)}{b_m \min \omega^m} \left(1 + C_{\rho-1} q_j + \dots + C_1 q_j^{\rho-1} \right) \right\} =$$

$$= q_j^n + \frac{b_m q_j^m}{b_m \min} \left(1 + C_{\rho-1} q_j + \dots + C_1 q_j^{\rho-1} \right) = 0,$$

исключив $b_m q_j^m / b_m \min$ из левой и правой частей этого уравнения, получим второе предельное равенство:

$$(b_m \min / b_m) q_j^\rho + C_1 q_j^{\rho-1} + \dots + C_{\rho-1} q_j + 1 = 0. \quad (10 \text{ б})$$

На основании результатов работы [16], где приводятся доказательства необходимых и достаточных условий устойчивости, справедливо следующее утверждение: если полином (7) гурвицев, то полином (10 б) также является гурвицевым для любого соотношения $b_m \min / b_m \in (0, 1]$, которое следует из условий задачи. Кроме того, полином (7) гурвицев и представляет собой частный случай полинома (10 б) (при $b_m \min / b_m = 1$). Иными словами, выбор коэффициентов C_i в выражении (7) определяет расположение предельных значений корней $\lambda_j = q_j \omega$ в левой полуплоскости корневого годографа.

Из предельного равенства

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \{ \lambda_k \} = \begin{cases} q_i, & i = \overline{1, m}; \\ q_j \omega, & j = \overline{m+1, n}, \end{cases}$$

в котором $\operatorname{Re}\{q_i\} < 0, \operatorname{Re}\{q_j\} < 0$, следует существование величины ω_0 . ■

Следствие. Существует такое $\omega_0 > 0$, что если $\omega \geq \omega_0$, то гурвицевость полинома $R(\omega, \lambda)$ следует из вышеприведенных замечания и утверждения.

Таким образом, неустойчивость замкнутой системы приводит к росту ω в соответствии с выражением (6), что, в свою очередь, становится причиной стремления корней λ_k в левую полуплоскость корневого годографа. Такое расположение корней предопределяет устойчивость системы (8)*.

Результаты моделирования. Рассмотрим задачу управления неустойчивым параметрически неопределенным объектом с относительной степенью $\rho = 2$:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -2x_1 + x_2 + \xi_1; \\ \dot{x}_2 &= 4x_1 + x_3 + 5u + \xi_2; \\ \dot{x}_3 &= -500x_1 + 8u + \xi_3,\end{aligned}$$

где $x^T(0) = [0 \ 0 \ 1]$, $\xi^T = [0 \ 0 \ \sin(0,8t)]$.

Закон управления (5), (6) представлен выражениями

$$u = \frac{1}{3}(\omega^2 \varepsilon + 2\omega e_2); \quad (11)$$

$$\dot{\omega} = -0,05\omega + 200\varepsilon^2, \quad \omega(0) = 0, \quad (12)$$

где $\varepsilon = e_1 = y_M - y = x_M - x$.

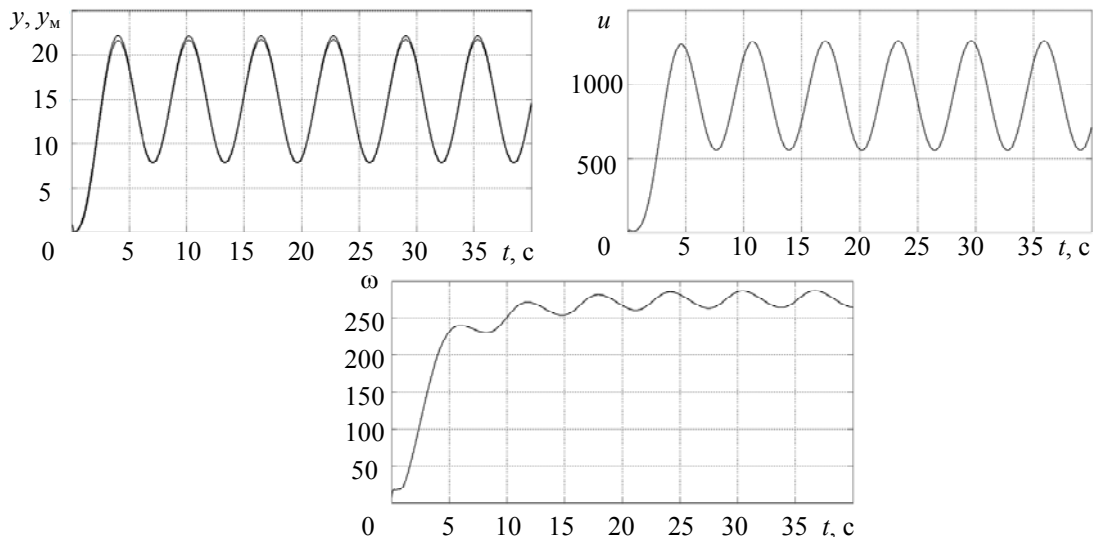
Эталонный сигнал генерируется моделью вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1M} &= x_{2M}; \\ \dot{x}_{2M} &= x_{3M}; \\ \dot{x}_{3M} &= -x_{1M} - 2x_{2M} - 2x_{3M} + g,\end{aligned}$$

где $g = 10\sin t + 15$.

Результаты моделирования иллюстрируются приведенными на рисунке графиками переходных процессов в системе, замкнутой алгоритмом адаптивного управления (11), (12).

Анализ результатов показывает, что все сигналы в системе ограничены.



Заключение. Предложен простой алгоритм адаптивного управления по состоянию параметрически неопределенным возмущенным объектом с произвольной относительной степенью. Процедура синтеза алгоритма основана на методе стандартных характеристических полиномов, в которых среднегеометрический корень является переменной величиной и растет до тех пор, пока система не станет устойчивой, а ошибка управления не окажется в окрестности нуля.

* Строгое доказательство устойчивости замкнутой системы (8) приведено в работе [15].

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981. 448 с.
2. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.
3. Narendra K. S., Annaswamy A. M. Stable Adaptive Systems. N. J.: Prentice-Hall, 1989. 495 p.
4. Feuer A., Morse A. S. Adaptive control of single-input, single-output linear systems // IEEE Trans. on Automatic control. 1978. Vol. 23. P. 557—569.
5. Nikiforov V. O., Fradkov A. L. Adaptive control systems with augmented errors: A survey // Automation and Remote Control. 1994. N 9. P. 1239—1255.
6. Morse A. S. High-order parameter tuners for the adaptive control of nonlinear systems // Proc. of the US — Italy Joint Seminar on Systems, Models and Feedback Theory and Applicators. Capri, Italy. 1992. P. 20 — 26.
7. Ortega R. On Morse's new adaptive controller: parameter convergence and transient performance // IEEE Trans. on Automatic control. 1993. Vol. 38, N 8. P. 1191—1202.
8. Nikiforov V. O. Robust high-order tuner of simplified structure // Automatica. 1999. Vol. 35, N 8. P. 1409—1415.
9. Ilchmann A., Ryan E. P. High-gain control without identification: A survey // GAMM-Mitteilungen. 2008. Vol. 31. P. 115—125.
10. Ilchmann A., Ryan E. P., Townsend P. Tracking control with prescribed transient behavior for systems of known relative degree // Systems & Control Letters. 2006. Vol. 55. P. 396—406.
11. Никифоров В. О., Герасимов Д. Н. Адаптивный регулятор стабилизации простой структуры // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 5 (81). С. 48—52.
12. Gerasimov D. N., Nikiforov V. O. Simple adaptive output control of linear systems // Proc. of Multi-Conf. on Systems and Control. 2014. P. 566—571.
13. Герасимов Д. Н., Лызлова М. В., Никифоров В. О. Простые алгоритмы адаптивного и робастного управления классом линейных объектов с переменными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 5. С. 351—361.
14. Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Nikiforov V. O. Simple adaptive and robust control for a class of time-varying systems // Proc. of the 1st IFAC Conf. on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, IET. 2015. P. 521—526.
15. Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Nikiforov V. O. Simple adaptive control of linear systems with arbitrary relative degree // Proc. of the Multi-Conf. on Systems and Control. St. Petersburg, 2015.
16. Воронов В. С. Показатели устойчивости и качества робастных систем управления // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. № 6. С. 49—54.

Сведения об авторах

- Дмитрий Николаевич Герасимов** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: gerasimovdn@mail.ru
- Мария Владимировна Лызлова** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: lyzlovamv@yandex.ru
- Александр Сергеевич Миллюшин** — магистр; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: miljushin@rambler.ru
- Владимир Олегович Никифоров** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; проректор по научной работе; E-mail: nikiforov@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Герасимов Д. Н., Лызлова М. В., Милушин А. С., Никифоров В. О. Алгоритм адаптивного управления линейным объектом с произвольной относительной степенью // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 687—693.

**ADAPTIVE CONTROL ALGORITHM FOR LINEAR OBJECT
WITH ARBITRARY RELATIVE DEGREE**

D. N. Gerasimov, M. V. Lyzlova, A. S. Milyushin, V. O. Nikiforov

*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: lyzlovamv@yandex.ru*

A solution to the problem of adaptive control over linear perturbed object with arbitrary relative degree is proposed. The control is designed on the basis of the method of standard characteristic polynomials and has only one adjustable parameter which is the averaged radius of roots distribution generated by the first order adaptation algorithm. The regulator possesses a simple structure, low dynamic order equal to one, and provides boundedness of all signals in the closed system and exponential decay of output error to zero equilibrium. Results of digital simulation demonstrate the proposed algorithm effectiveness.

Keywords: adaptive control, linear object, system with variable parameters.

Data on authors

- | | | |
|-------------------------------|---|--|
| Dmitry N. Gerasimov | — | PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: gerasimovdn@mail.ru |
| Maria V. Lyzlova | — | Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: lyzlovamv@yandex.ru |
| Alexander S. Milyushin | — | Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: miljushin@rambler.ru |
| Vladimir O. Niforov | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University; Vice-Rector for Research; E-mail: nikiforov@mail.ifmo.ru |

For citation: Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Milyushin A. S., Nikiforov V. O. Adaptive control algorithm for linear object with arbitrary relative degree // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 687—693 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-687-693

ПРЯМОЙ АДАПТИВНЫЙ МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ МУЛЬТИСИНУСОИДАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

С. В. АРАНОВСКИЙ, А. А. ЛОСЕНКОВ

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: s.aranovskiy@gmail.com

Предложен прямой адаптивный метод компенсации мультисинусоидальных возмущений, основанный на декомпозиции сигналов, применительно к линейному устойчивому объекту с известной моделью. Число синусоидальных компонентов, образующих возмущение, неизвестно, но установлена верхняя граница их количества.

Ключевые слова: прямой адаптивный метод, компенсация возмущений, мультисинусоидальный сигнал.

Введение. Задача подавления узкополосных возмущений, которые с достаточной степенью точности могут быть представлены суммой синусоидальных сигналов, является актуальной для различных, в том числе прикладных, областей, например, таких как: системы виброзащиты, приводы жестких дисков компьютеров, подавление шумов в акустических трактах, управление химическим реактором и др. (подробнее см. работу [1]).

Рассматриваемая задача, как правило, решается с помощью адаптивных методов [2, 3] и принципа внутренней модели [4]. Адаптивные методы могут быть разделены на непрямые, в которых для расчета регулятора необходимо идентифицировать параметры возмущения (см., например, [5—7]), и прямые, не содержащие в явном виде методы идентификации, в которых параметры регулятора подстраиваются непосредственно по доступным измерениям сигналам [1, 2, 8].

В настоящей статье представлен прямой адаптивный метод подавления синусоидальных возмущений, основанный на декомпозиции синусоидальных сигналов.

Постановка задачи. Рассмотрим линейный, заданный в дискретном времени устойчивый объект управления:

$$y(t) = P(q^{-1})u(t) + \rho(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \rho(t), \quad (1)$$

где $t = Tm$ — дискретные моменты времени, T — интервал дискретизации, m — целое неотрицательное число; $y(t)$ — выходной сигнал; $u(t)$ — входной (управляющий) сигнал; $\rho(t)$ — приложенное к выходу объекта возмущение; $P(z)$ — дробно-рациональная передаточная функция объекта управления с известными полиномами $B(z)$, $A(z)$; z — комплексная переменная; q^{-1} — оператор сдвига, $q^{-1}y(t) = y(t-1)$, где $y(t-1) = y(T(m-1))$.

Пусть возмущение задано как сумма конечного числа синусоидальных функций различной частоты:

$$\rho(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (2)$$

где A_i , ω_i , φ_i — неизвестные амплитуда, частота и фаза соответственно i -го компонента сигнала; точное число синусоидальных компонентов N , образующих возмущение, неизвестно,

но установлен верхний предел их количества $N_{\max} : N \leq N_{\max}$; частоты гармоник ограничены: $\omega_{\min} \leq \omega_i \leq \omega_{\max}$.

Ставится задача формирования такого закона управления

$$u(t) = U(y(t)),$$

что $y(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, или, иными словами, закона управления, который обеспечит асимптотическую компенсацию возмущения $\rho(t)$.

Декомпозиция возмущения. Сформируем оценку возмущения $\rho(t)$, действующего на объект управления, следующим образом:

$$\hat{\rho}(t) = y(t) - \hat{P}(q^{-1})u(t) = \rho(t) + \rho_\varepsilon(t), \quad (3)$$

где $\hat{P}(z)$ — передаточная функция модели объекта, $\rho_\varepsilon(t)$ — экспоненциально затухающая функция, вызванная рассогласованием начальных условий модели и объекта.

Так как объект полагается известным, то $\hat{P}(z) \equiv P(z)$, однако далее будем разделять сам объект $P(z)$ и его модель $\hat{P}(z)$, являющуюся частью регулятора. Пренебрегая экспоненциально затухающей функцией, выражение (3) можно переписать в виде

$$\hat{\rho}(t) = \rho(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i).$$

Лемма. Пусть заданы (доступны измерению) $2N_{\max}$ сигналов, определяемых как

$$\bar{x}_j(t) = \sum_{i=1}^N B_{i,j} \sin(\omega_i t + \psi_{i,j}) = \sum_{i=1}^N B_{i,j}^s \sin(\omega_i t) + B_{i,j}^c \cos(\omega_i t), \quad j = 1, \dots, 2N_{\max}, \quad (4)$$

где $B_{i,j}^s = B_{i,j} \cos \psi_{i,j}$ и $B_{i,j}^c = B_{i,j} \sin \psi_{i,j}$ — постоянные коэффициенты, полученные в результате тригонометрических преобразований.

Если параметры $B_{i,j}^s$ и $B_{i,j}^c$ таковы, что матрица

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} B_{1,1}^s & B_{1,2}^s & \dots & B_{1,2N_{\max}}^s \\ B_{1,1}^c & B_{1,2}^c & \dots & B_{1,2N_{\max}}^c \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{N,1}^c & B_{N,2}^c & \dots & B_{N,2N_{\max}}^c \end{bmatrix}$$

является квадратной и имеет обратную, то существует единственный вектор коэффициентов $\bar{\mathbf{k}}$, такой что

$$\bar{\mathbf{k}}^T \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^{2N_{\max}} \bar{k}_j \bar{x}_j(t) = \hat{\rho}(t).$$

Доказательство леммы приведено в работе [9].

Сформируем $2N_{\max}$ сигналов $\mathbf{x}(t) = \{x_j(t)\}$, $j = 1, \dots, 2N_{\max}$:

$$x_j(t) = \hat{P}(q^{-1})\bar{x}_j(t). \quad (5)$$

Если сигналы $\bar{\mathbf{x}}(t)$ таковы, что выполняются условия леммы, то существует единственный вектор коэффициентов \mathbf{k} , такой что

$$\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}(t) = \sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j x_j(t) = \hat{\rho}(t),$$

т.е. возможна декомпозиция оценки возмущения $\hat{\rho}(t)$ по сигналам $x_j(t)$. Тогда номинальный закон управления

$$u_0(t) = -\mathbf{k}^T \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j \bar{x}_j(t)$$

обеспечивает компенсацию возмущения. Действительно, легко проверить, что

$$y(t) = P(q^{-1})u_0(t) + \rho(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j P(q^{-1})\bar{x}_j(t) + \rho(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j x_j(t) + \sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j x_j(t) = 0.$$

Однако номинальный закон управления $u_0(t)$ не может быть реализован, так как вектор \mathbf{k} неизвестен. Введем в рассмотрение оценку $\hat{\mathbf{k}}(t)$, соответствующую критерию наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{k}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{k}}} \sum_t \left(\hat{\rho}(t) - \sum_{j=1}^{2N_{\max}} x_j(t) \hat{k}_j \right)^2. \quad (6)$$

Такое решение может быть получено с использованием методов идентификации, например метода наименьших квадратов (МНК) со списыванием [10, 11]:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{k}}(t) &= \hat{\mathbf{k}}(t-1) + \mathbf{G}(t)\varepsilon(t); \\ \varepsilon(t) &= \hat{\rho}(t) - \mathbf{x}^T(t)\hat{\mathbf{k}}(t-1); \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{P}(t)\mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}{\lambda + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}; \\ \mathbf{P}(t) &= \frac{1}{\lambda} \left(\mathbf{P}(t-1) - \mathbf{G}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}(t-1) \right), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где λ — коэффициент списывания.

Так как сигналы $x_j(t)$ являются синусоидальными, вектор $\mathbf{x}(t)$ обладает свойством неисчезающего возбуждения и $\hat{\mathbf{k}}(t) \rightarrow \mathbf{k}$ при $t \rightarrow \infty$.

Сформируем реализуемый закон управления

$$u(t) = -\hat{\mathbf{k}}^T(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} \hat{k}_j(t) \bar{x}_j(t). \quad (8)$$

Так как $\hat{\mathbf{k}}(t) \rightarrow \mathbf{k}$, то $u(t) \rightarrow u_0(t)$ и $y(t) \rightarrow 0$.

Банк фильтров. Предложенный закон управления требует наличия таких измеряемых сигналов вида (4), для которых условия леммы выполняются. Такие сигналы могут быть получены, например, если для оценки возмущения использовать набор линейных устойчивых фильтров:

$$\bar{x}_j(t) = F_j(q^{-1})\hat{\rho}(t), \quad j = 1, \dots, 2N_{\max}. \quad (9)$$

Очевидно, если фильтр $F_j(z)$ имеет ненулевую амплитудную характеристику на всех частотах ω_i , то сигнал $\bar{x}_j(t)$ является суммой синусоидальных сигналов тех же частот, что и возмущение (2). Существует множество способов формирования банка фильтров $F_j(z)$,

однако не для каждого набора фильтров сигналы (9) будут удовлетворять условиям леммы. Один из способов формирования банка фильтров приведен в следующей теореме.

Теорема. Пусть сигналы $\bar{x}(t)$ сформированы как

$$\bar{x}_j(t) = q^{-(1+j)} \left(F_0(q^{-1}) \hat{\rho}(t) \right), \quad j = 1, \dots, 2N_{\max}, \quad (10)$$

где $F_0(z)$ — устойчивый линейный фильтр с ненулевой амплитудной характеристикой на частотах ω_j .

Тогда для сигналов $\bar{x}_j(t)$ выполняются условия леммы.

Доказательство теоремы приведено в работе [12].

Анализ устойчивости. Выражения (3), (5)—(8) и (10) описывают искомый закон управления $u(t)$, обеспечивающий асимптотическую компенсацию возмущения $\rho(t)$. На рис. 1 приведена схема системы, состоящей из объекта управления (1) с законом управления (3), (5)—(8), (10); здесь банк фильтров описывается выражением (10), а блок оценивания — системой уравнений (7).

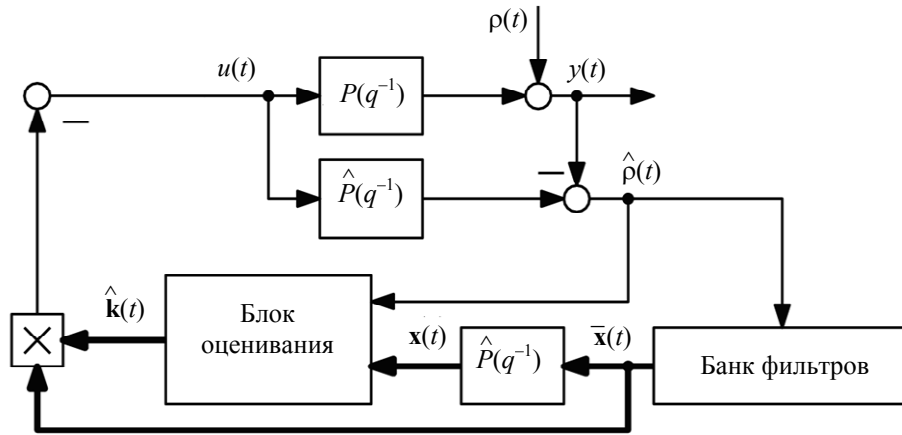


Рис. 1

При тождестве $\hat{P}(z) \equiv P(z)$ данная схема может быть эквивалентно преобразована к разомкнутой схеме, представленной на рис. 2. Поскольку все входящие в разомкнутую схему блоки, а именно объект $P(z)$, банк фильтров (10) и блок оценивания (7), устойчивы в смысле ограниченности сигналов, то и вся разомкнутая система устойчива. Следовательно, устойчива и эквивалентная замкнутая система, представленная на рис. 1.

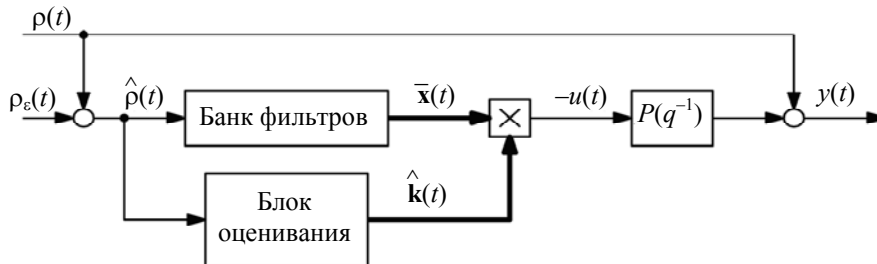


Рис. 2

Численное моделирование. В качестве примера объекта управления рассмотрим малогабаритный оптический телескоп (подобные объекты рассмотрены в работах [13—15]). Модель телескопа является линейной дискретной стационарной устойчивой и описывается передаточной функцией восьмого порядка

$$\hat{P}(z) = P(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\mathbf{Z}_1^T \Psi}{\mathbf{Z}_2^T \Omega}, \quad (11)$$

где векторы

$$\mathbf{Z}_1^T = [z^7 \quad z^6 \quad \dots \quad z^2 \quad 1]; \quad \mathbf{Z}_2^T = [z^8 \quad z^7 \quad \dots \quad z^2 \quad 1];$$

$$\Psi^T = [0,01446 \quad -0,009906 \quad -0,0387 \quad 0,03469 \quad 0,03473 \quad -0,03866 \quad -0,009924 \quad 0,01444];$$

$$\Omega^T = [1 \quad -5,897 \quad 16,22 \quad -27,27 \quad 30,64 \quad -23,53 \quad 12,05 \quad -3,774 \quad 0,5577].$$

Положим, что возмущение (2) содержит $N = 3$ синусоидальных компонента и определяется как

$$\rho(t) = 0,5 \sin(52 \cdot 2\pi t + 30\pi/180) + 0,9 \sin(60 \cdot 2\pi t + 60\pi/180) + 1,5 \sin(70 \cdot 2\pi t + 90\pi/180). \quad (12)$$

В качестве базового фильтра $F_0(z)$ выберем эллиптический полосовой фильтр 14-го порядка с бесконечной импульсной характеристикой, полосой пропускания 50—70 Гц, неравномерностью в полосе пропускания 2 дБ и затуханием в полосе заграждения 60 дБ. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра представлена на рис. 3.

Для оценки вектора $\hat{\mathbf{k}}(t)$ воспользуемся МНК со списыванием (7), выбрав коэффициент списывания $\lambda = 0,985$.

Результаты численного моделирования системы, содержащей объект управления (11) с возмущением (12), закон управления (3), (5)—(8), (10) с базовым фильтром (АЧХ которого приведена на рис. 3) и количеством опорных сигналов в банке фильтров $\bar{x}_j(t)$, $j = 1, \dots, 2N_{\max} = 6$, представлены на рис. 4. Как видно из рисунка, предложенный метод полностью компенсирует мультисинусоидальное возмущение, сформированное из $N_{\max} = 3$ компонентов. При $N < N_{\max}$ также обеспечивается полная компенсация возмущения.

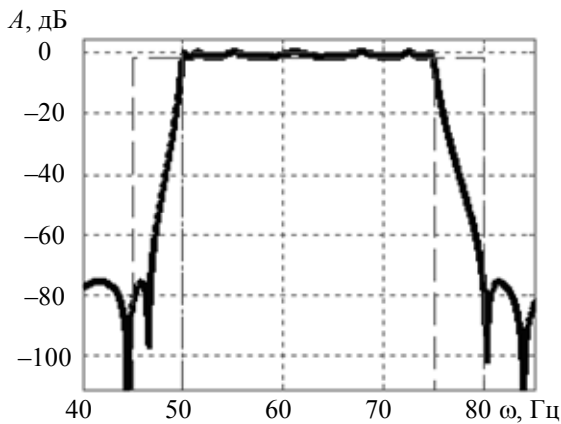


Рис. 3

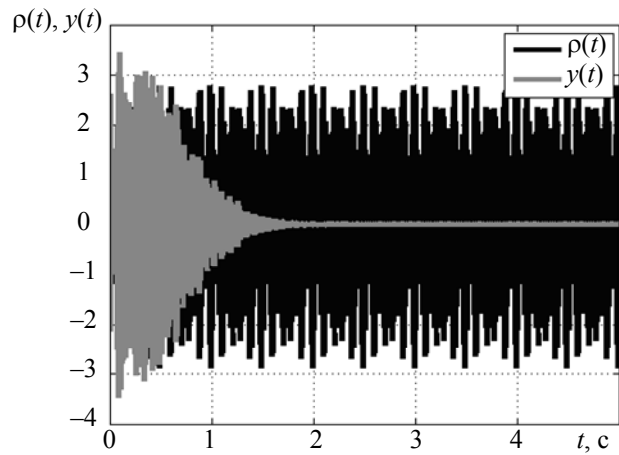


Рис. 4

Заключение. Представлен прямой адаптивный метод компенсации синусоидальных возмущений для линейных известных объектов управления. Предполагается, что возмущение может быть с достаточной точностью представлено в виде суммы известного числа синусоидальных компонентов с неизвестными частотами.

Предложенный метод основан на декомпозиции возмущения. Показано, что для набора опорных сигналов $\bar{x}(t)$ существует представление возмущения как линейной комбинации опорных сигналов, преобразованных в соответствии с моделью объекта. Тогда закон управления, построенный как та же линейная комбинация опорных сигналов, обеспечивает ком-

пенсацию возмущения. Предложен способ формирования опорных сигналов как выходных сигналов банка фильтров, на вход которого подается оценка возмущения.

Приведены результаты моделирования, демонстрирующие состоятельность предложенного метода.

Дальнейшие исследования требуют аналитического доказательства работоспособности предложенного метода в случае, когда оценка количества образующих возмущение синусоидальных компонентов оказывается заниженной. Помимо этого большой научный и практический интерес представляет задача компенсации возмущения для объекта с неопределенными параметрами. В этом случае явный переход к эквивалентной разомкнутой схеме невозможен, что существенно затрудняет анализ устойчивости замкнутой системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Landau I. D., Constantinescu A., Alma M. Adaptive regulation — rejection of unknown multiple narrow band disturbances (a review on algorithms and applications) // Control Engineering Practice. 2011. Vol. 19, N 10. P. 237—252.
2. Bodson M. Rejection of periodic disturbances of unknown and time-varying frequency // Intern. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2005. Vol. 19. P. 67—99.
3. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. Courier Corporation, 2011.
4. Francis B. A., Wonham W. M. The internal model principle of control theory // Automatica. 1976. Vol. 12, N 5. P. 457—465.
5. Арановский С. В., Бобцов А. А., Пыркин А. А. Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта // Автоматика и телемеханика. 2009. № 11. С. 108—116.
6. Арановский С. В., Бобцов А. А., Кремлев А. С. Компенсация конечномерного квазигармонического возмущения для нелинейного объекта // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2006. № 4. С. 14—21.
7. Marino R., Tomei P. Disturbance cancellation for linear systems by adaptive internal models // Automatica. 2013. Vol. 49, N 5. P. 1494—1500.
8. Chen X., Tomizuka M. A minimum parameter adaptive approach for rejecting multiple narrow-band disturbances with application to hard disk drives // IEEE Trans. on Control Systems Technology. 2012. N 20. P. 408—415.
9. Aranovskiy S. Adaptive attenuation of disturbance formed as a sum of sinusoidal signals applied to a benchmark problem // Proc. of the Europ. Control Conf. Zurich, Switzerland, July, 2013. P. 2879—2884.
10. Åström K., Wittenmark B. Adaptive Control. Boston, MA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1994. Iss. 2. 580 p.
11. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
12. Aranovskiy S., Freidovich L. Adaptive compensation of disturbances formed as sums of sinusoidal signals with application to an active vibration control benchmark // Europ. Journal of Control. 2013. N 19. P. 253—265.
13. Васильев В. Н., Томасов В. С., Шаргородский В. Д., Садовников М. А. Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 6. С. 5—11.
14. Арановский С. В., Фуртат И. Б. Робастное управление безредукторным прецизионным электроприводом оси оптического телескопа с компенсацией возмущений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 9. С. 8—13.
15. Арановский С. В., Бардов В. М. Метод оптимальной идентификации параметров линейного динамического объекта в условиях возмущения // Проблемы управления. 2012. № 3. С. 35—40.

Сведения об авторах

- Станислав Владимирович Арановский** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Андрей Андреевич Лосенков** — Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; инженер; E-mail: alosenkov@yandex.ru

Ссылка для цитирования: Арановский С. В., Лосенков А. А. Прямой адаптивный метод компенсации мульти-синусоидальных возмущений // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 694—700.

DIRECT ADAPTIVE METHOD FOR MULTISINUSOIDAL DISTURBANCE COMPENSATION

S. V. Aranovskiy, A. A. Losenkov

ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia

E-mail: s.aranovskiy@gmail.com

The problem of adaptive compensation of multisinusoidal disturbances with unknown parameters is solved for internally stable linear discrete-time plant. The proposed direct approach is based on representation of disturbance as a weighted sum of stable filters. The method does not require an exact number of sinusoidal signals to be known provided that the upper bound of the number is defined.

Keywords: direct adaptive method, disturbance compensation, multisinusoidal signal.

Data on authors

- Stanislav V. Aranovskiy** — PhD; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Andrey A. Losenkov** — ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; Engineer; E-mail: alosenkov@yandex.ru

For citation: Aranovskiy S. V., Losenkov A. A. Direct adaptive method for multisinusoidal disturbance compensation // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 694—700 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-694-700

**СИНТЕЗ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ САУ
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК**В. Ф. Шишлаков¹, Е. В. Анисимова¹, А. В. Шишлаков², Д. В. Шишлаков¹

¹ Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
190000, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: syfmail@yandex.ru

² Концерн «НПО „АВРОРА“», 194021, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается решение задачи синтеза параметров законов управления САУ при аппроксимации характеристик нелинейных элементов аналитическими и иррациональными функциями. В качестве математического аппарата применяется обращение прямого вариационного метода анализа — обобщенного метода Галеркина — на решение поставленной задачи. Показано преимущество данных способов аппроксимации нелинейностей для САУ с гладкими нелинейностями, исключающее необходимость определения точек переключения нелинейных характеристик при работе алгоритма.

Ключевые слова: аналитическая аппроксимация, аппроксимация иррациональными функциями, нелинейные характеристики, обобщенный метод Галеркина.

При решении задачи синтеза нелинейных систем автоматического управления (САУ), в том числе электромеханических и электроэнергетических, не всегда целесообразно использовать кусочно-линейную аппроксимацию. Применение кусочно-линейной аппроксимации в случае гладких нелинейных характеристик обусловлено двумя обстоятельствами:

- допустимостью данного вида аппроксимации для реальной характеристики;
- ограничением числа участков аппроксимации кусочно-линейной характеристики, что связано с точностью интегрирования вычислительной модели или используемым методом синтеза системы.

Многие элементы и устройства САУ имеют гладкие нелинейные статические характеристики, а возможность кусочно-линейной аппроксимации применительно к таким характеристикам связана как с физикой процесса функционирования исследуемой системы, так и с видом нелинейной характеристики. Теоретически любую нелинейную характеристику можно аппроксимировать кусочно-линейными участками, однако с точки зрения функционирования системы подобная модель может оказаться неадекватной реальной САУ.

Для решения задачи синтеза нелинейных САУ произвольной структуры и порядка, при кусочно-линейной аппроксимации нелинейных характеристик, хорошо зарекомендовал себя метод синтеза, математическую основу которого составляет обращение одного из прямых вариационных методов анализа — обобщенного метода Галеркина — на решение задачи синтеза [1—5].

Данный подход позволяет с единых математических, методологических и алгоритмических позиций решать задачу синтеза параметров регулятора по заданным показателям качества работы САУ в переходном режиме для широкого класса линейных и нелинейных систем управления: непрерывных, импульсных (с различными видами модуляции сигнала), дискретных (с несколькими импульсными элементами, работающими как синхронно, так и не синхронно, с одной и несколькими частотами прерывания), дискретно-непрерывных, в том числе и со звеньями чистого запаздывания.

Общая схема решения задачи синтеза параметров закона управления для нелинейных САУ подробно изложена в работах [1—7], где показано, что задача синтеза обобщенным методом Галеркина в вычислительном плане представляет собой задачу нелинейного программирования с целевой функцией, построенной на основе уравнений Галеркина:

$$J = \sum_{q=1}^m \left\{ \sum_{i=0}^n a_i(c_k) A_{qi} + \sum_{i=0}^u b_i(c_k) B_{qi} - \sum_{i=0}^v e_i(c_k) C_{qi} \right\}^2, \quad \min_{c_k} J \rightarrow 0, \quad (1)$$

где $q=1, 2, \dots, m$ — число искоемых параметров c_k закона управления; $a_i(c_k)$, $b_i(c_k)$, $e_i(c_k)$ — вещественные постоянные коэффициенты полиномов оператора обобщенного дифференцирования D уравнения движения нелинейной САУ степеней n , u , v соответственно; A_{qi} , B_{qi} , C_{qi} — интегралы Галеркина:

$$\begin{aligned} A_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{x^\circ(t)\} e^{-\rho_q t} dt = A_q \rho_q^{i-1}, \quad i=0, 1, \dots, n; \\ B_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{F[x^\circ(t)]\} e^{-\rho_q t} dt = B_q \rho_q^{i-1}, \quad i=0, 1, \dots, u; \\ C_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{f(t)\} e^{-\rho_q t} dt = C_q \rho_q^{i-1}, \quad i=0, 1, \dots, v, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $x^\circ(t)$ — желаемое программное движение [1, 2]; $F[x^\circ(t)]$ — нелинейная характеристика; $f(t)$ — внешнее входное воздействие; $e^{-\rho_q t}$ — система из m непрерывно дифференцируемых линейно-независимых координатных функций, представляющих собой полную систему функций; $\rho_q = \rho_1 r^{q-1} = \rho_1 2^{q-1}$, $q=1, 2, \dots, m$, — коэффициенты затухания системы координатных функций, распределенные по геометрической прогрессии (со знаменателем прогрессии $r=2$), $\rho_1 = \alpha$, где $\alpha = \frac{3 \div 4}{T}$ — показатель затухания желаемого процесса (здесь T — время переходного процесса).

В работах [1—7] получены рекуррентные аналитические соотношения вида „вход—выход“, определяющие интегралы (2) для различных внешних входных воздействий и желаемых программных движений, а также нелинейных характеристик, аппроксимированных кусочно-линейно и алгебраически.

Оптимум целевой функции (1) определяется путем использования известных методов поиска экстремума функционала [8, 9] при ограничениях на техническую реализуемость параметров, грубость и абсолютную устойчивость САУ.

Следует отметить, что алгоритм программного комплекса, реализующего обобщенный метод Галеркина [10, 11], имеет в своем составе модуль, определяющий точки переключения на входе нелинейной характеристики для процесса заданного вида (при кусочно-линейной аппроксимации). При работе этого модуля формируется массив данных о значениях моментов переключения (переход с одного линейного участка на другой) для любой типовой кусочно-линейной характеристики, который используется при вычислении значений интеграла B_{qi} .

Значения моментов переключения можно определить с точностью до половины величины приращения координаты времени, т.е. максимальное значение погрешности будет составлять $\delta = \Delta t/2$. Погрешность в определении моментов переключения нелинейных характеристик [2, 3], особенно если число переключений велико, приводит к снижению точности вычисления интеграла B_{qi} , а следовательно, и результатов, получаемых при синтезе параметров регулятора САУ.

Аппроксимацию нелинейных характеристик аналитическими и иррациональными функциями целесообразно использовать для статических характеристик различных электро-механических и электроэнергетических устройств, например асинхронных и синхронных электрических машин (при асинхронном пуске), учета магнитных характеристик и т.д. Несомненное достоинство применения данного вида аппроксимации состоит в следующем: при решении задачи синтеза параметров закона управления с помощью программного комплекса [10, 11] в случае САУ с подобными нелинейными характеристиками при монотонных процессах точки переключения будут отсутствовать. Это не только повысит точность определения значений варьируемых параметров, но и ускорит работу программного комплекса.

Таким образом, для повышения точности определения параметров закона управления представляется целесообразным распространить обобщенный метод Галеркина на решение задачи синтеза нелинейных САУ при аппроксимации нелинейных характеристик аналитическими и иррациональными функциями [12, 13].

Задача синтеза параметров закона управления для САУ, имеющих гладкие нелинейные характеристики, рассматривается в следующей постановке: параметры регулятора при известной структуре определяются из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества работы САУ при ее переходе из одного установившегося состояния в другое и при обеспечении абсолютной устойчивости и грубости системы по варьируемым параметрам.

Как следует из соотношений (1) и (2), для распространения обобщенного метода Галеркина на САУ с аппроксимацией нелинейных характеристик аналитическими или иррациональными функциями необходимо определить интегралы B_{qi} [13—15].

Данные соотношения были определены для программного движения вида

$$x^\circ(t) = (x_y + H^* e^{-\alpha t}) 1(t),$$

где x_y — значение желаемого процесса $x^\circ(t)$ при $t = \infty$; $H^* = x_0 - x_y$; x_0 — начальное значение желаемого процесса в момент времени $t = +0$.

Рекуррентные аналитические соотношения для частных случаев — процессов вида $x^\circ(t) = x_0 e^{-\alpha t} 1(t)$ и $x^\circ(t) = x_y (1 - e^{-\alpha t}) 1(t)$ — приведены в табл. 1, 2 соответственно.

Таблица 1

Вид аппроксимирующей функции	q	Интеграл B_q
$F[x^\circ(t)] = z_0 + \sum_{g=1}^l z_g (x^\circ(t))^g, g = 0, 1, \dots, l$	$1, \dots, m$	$z_0 + \sum_{g=1}^l \frac{z_g x_0^g \cdot \rho_q}{g\alpha + \rho_q}, g = 1, 2, \dots, l$
$F[x^\circ(t)] = \frac{Ax^\circ(t)}{B + (x^\circ(t))^2} + C(x^\circ(t))^{0,3}$	1	$\frac{A}{2x_0} \ln\left(\frac{B + x_0^2}{B}\right) + \frac{Cx_0^{0,3}}{(1+0,3)}$
	2	$\frac{2A}{x_0} - \frac{2AB}{x_0^2 \sqrt{B}} \operatorname{arctg}\left(\frac{x_0}{\sqrt{B}}\right) + \frac{2Cx_0^{0,3}}{(2+0,3)}$
	$3, \dots, m$	$N \left[A \left(\frac{1}{(N-1)x_0} + \sum_{k=1}^m \frac{(-B)^k}{(N-(2k+1))x_0^{2k+1}} + \frac{B^{m+1}}{x_0^N \sqrt{B}} \operatorname{arctg}\left(\frac{x_0}{\sqrt{B}}\right) \right) + \frac{Cx_0^{0,3}}{N+0,3} \right], N = 2^{q-1}$

Таблица 2

Вид аппроксимирующей функции	q	Интеграл B_q
$F[x^\circ(t)] = z_0 + \sum_{g=1}^l z_g (x^\circ(t))^g, g=0, 1, \dots, l$	$1, \dots, m$	$z_0 + \sum_{g=1}^l \frac{z_g (x_y \alpha)^g g!}{\prod_{k=1}^g (g\alpha + \rho_k)}$, $g=1, 2, \dots, l, k=1, 2, \dots, g$
$F[x^\circ(t)] = \frac{Ax^\circ(t)}{B+(x^\circ(t))^2} + C(x^\circ(t))^{0,3}$	1	$-\frac{A}{2x_y} \ln\left(\frac{B+x_y^2}{B}\right) + \frac{Cx_y^{0,3}}{(1+0,3)}$
	2	$\frac{2A}{x_y} - \frac{A}{x_y} \ln\left(\frac{B+x_y^2}{B}\right) - \frac{2AB}{x_y^2 \sqrt{B}} \operatorname{arctg}\left(\frac{x_y}{\sqrt{B}}\right) + \frac{2Cx_y^{0,3}}{(1+0,3)(2+0,3)}$
	$3, \dots, m$	$N \left[A \left(M_1 - M_2 - M_3 \ln\left(\frac{B+x_y^2}{B}\right) - M_4 \operatorname{arctg}\left(\frac{x_y}{\sqrt{B}}\right) \right) + \frac{(N-1)!}{\prod_{i=1}^N (i+0,3)} Cx_y^{0,3} \right], N=2^{q-1}$

В табл. 2 приняты следующие обозначения:

$$M_1 = \sum_{j=1}^{N/2} \frac{\sum_{k=1}^j \frac{(N-1)!}{(2j-2k)!(N-1-2j+2k)!} x_y^{2j-2k} (-B)^{k-1}}{(N-2j+1)x_y^{2j-1}};$$

$$M_2 = \sum_{j=1}^{(N/2)-1} \frac{\sum_{k=1}^j \frac{(N-1)!}{(1+2j-2k)!(N-2-2j+2k)!} x_y^{2j-2k} (-B)^{k-1}}{(N-2j)x_y^{2j-1}};$$

$$M_3 = \sum_{i_1}^{N/2} \frac{(N-1)!}{(2i_1-2)!(N-2i_1+1)!} \frac{x_y^{N-2i_1} (-B)^{i_1-1}}{2x_y^{N-1}},$$

$$M_4 = \sum_{i_2=1}^{N/2} \frac{(N-1)!}{(2i_2-1)!(N-2i_2)!} \frac{x_y^{N-2i_2} (-1)^{i_2-1} (B)^{i_2}}{x_y^N \sqrt{B}}.$$

Таким образом, полученные рекуррентные соотношения позволяют полностью алгебраизировать решение задачи синтеза параметров законов управления для нелинейных непрерывных САУ, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями произвольно высокого порядка, и содержащих нелинейные элементы, характеристики которых целесообразно аппроксимировать аналитическими и иррациональными функциями.

В ходе решения поставленной задачи обобщенный метод Галеркина был распространен на решение задачи синтеза непрерывных систем автоматического управления при аппроксимации нелинейных характеристик аналитическими и иррациональными функциями. Показа-

ны преимущества данных видов аппроксимации по сравнению с кусочно-линейной, при использовании обобщенного метода Галеркина в качестве математического аппарата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишляков В. Ф. Синтез нелинейных САУ с различными видами модуляции: Монография. СПб: СПбГУАП, 1999.
2. Никитин А. В., Шишляков В. Ф. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: монография / Под. ред. В. Ф. Шишлякова. СПб: СПбГУАП, 2003.
3. Шишляков В. Ф., Шишляков Д. В. Параметрический синтез многосвязных систем автоматического управления обобщенным методом Галеркина // Информационно-управляющие системы. 2006. № 3. С. 51—62.
4. Цветков С. А., Шишляков В. Ф., Шишляков Д. В. Синтез многосвязных систем автоматического управления во временной области // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 12. С. 13—17.
5. Шишляков В. Ф., Цветков С. А., Шишляков Д. В. Синтез параметров непрерывных и импульсных многосвязных систем автоматического управления: Монография / Под. ред. В. Ф. Шишлякова. СПб: СПбГУАП, 2009.
6. Шишляков Д. В., Шишляков А. В. Синтез многосвязных электромеханических систем автоматического управления при аналитической аппроксимации характеристик нелинейных элементов // Автоматизированный электропривод и промышленная электроника: Тр. 6-й Всерос. науч.-практ. конф. / Под общ. ред. В. Ю. Островляничка. Новокузнецк: Изд-во СибГИУ, 2014. 340 с.
7. Шишляков В. Ф., Анисимова Е. В. Аппроксимация характеристик нелинейных звеньев систем автоматического управления торможением колес транспортных средств // Автоматизированный электропривод и промышленная электроника: Тр. 6-й Всерос. науч.-практ. конф. / Под общ. ред. В. Ю. Островляничка. Новокузнецк: Изд-во СибГИУ, 2014. 340 с.
8. Анализ и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. А. А. Воронова и И. А. Огурка. М.: Наука, 1984. 340 с.
9. Алгоритмы динамического синтеза нелинейных автоматических систем / Под ред. А. А. Воронова и И. А. Огурка. СПб: Энергоатомиздат, 1992. 334 с.
10. Шишляков В. Ф., Цветков С. А., Шишляков Д. В. Синтез параметров регуляторов систем автоматического управления: Свид. об отраслевой регистрации разработки № 11912, 08 дек. 2008 г. Отраслевой фонд алгоритмов и программ Министерства образования и науки РФ [Электронный ресурс]: <http://ofernio.ru/portal/search_rto5.php>.
11. Шишляков А. В., Шишляков Д. В. Алгоритм программного комплекса, реализующего обобщенный метод Галеркина для САУ различных классов // Завалишинские чтения'14: Сб. докл. СПб: ГУАП, 2014. 146 с.
12. Шишляков В. Ф., Анисимова Е. В. Аппроксимация характеристик нелинейных звеньев систем автоматического управления иррациональными функциями // Завалишинские чтения'14: Сб. докл. СПб: ГУАП, 2014. 146 с.
13. Чубраева Л. И., Шишляков А. В. Синтез электромеханических систем автоматического управления при аналитической аппроксимации характеристик нелинейных элементов // Информационно-управляющие системы. 2014. № 1. С. 2—8.
14. Шишляков В. Ф., Анисимова Е. В. Синтез параметров САУ при аппроксимации нелинейных характеристик иррациональной функцией обобщенным методом Галеркина // Завалишинские чтения'14: Сб. докл. СПб: ГУАП, 2014. 146 с.
15. Шишляков А. В. Синтез систем автоматического управления с аналитической аппроксимацией нелинейных характеристик // Завалишинские чтения'14: Сб. докл. СПб: ГУАП, 2014. 146 с.

Сведения об авторах**Владислав Федорович Шишляков**

— д-р техн. наук, профессор; СПбГУАП, кафедра управления в технических системах; E-mail: svfmail@yandex.ru

Елена Викторовна Анисимова

— СПбГУАП, кафедра управления в технических системах; ассистент; E-mail: elena-e-v-anisimova@ya.ru

- Андрей Владиславович Шишляков** — Концерн «НПО „АВРОРА“»; инженер-программист;
E-mail: shyshlakov@yahoo.com
- Дмитрий Владиславович Шишляков** — канд. техн. наук, доцент; СПбГУАП, кафедра электромеханики,
робототехники и технической физики;
E-mail: shishlakoff@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
управления в технических системах
СПбГУАП

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Шишляков В. Ф., Анисимова Е. В., Шишляков А. В., Шишляков Д. В. Синтез параметров закона управления для нелинейных САУ при различных видах аппроксимации характеристик // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 701—706.

**SYNTHESIS OF CONTROL LAW PARAMETERS
FOR NONLINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS
AT VARIOUS TYPES OF CHARACTERISTIC APPROXIMATION**

V. F. Shishlakov¹, E. V. Anisimova¹, A. V. Shishlakov², D. V. Shishlakov¹

¹ Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
190000, Saint Petersburg, Russia
E-mail: svfmail@yandex.ru

² Scientific and Production Concern „Aurora“,
194021, Saint Petersburg, Russia

A solution to the problem of synthesis of control law parameters for automatic control system is considered when characteristics of nonlinear elements are approximated by analytic and irrational functions. Inversion of direct variational analysis method (the generalized Galerkin method) is applied. Advantages of the viewed methods of nonlinearities approximation for ACS with smooth nonlinearities are demonstrated.

Keywords: analytical approximation, approximation by irrational functions, nonlinear characteristics, generalized Galerkin method.

Data on authors

- Vladislav F. Shishlakov** — Dr. Sci., Professor; SUAI, Department of Control in Technical Systems;
E-mail: svfmail@yandex.ru
- Elena V. Anisimova** — SUAI, Department of Control in Technical Systems; Assistant;
E-mail: elena-e-v-anisimova@ya.ru
- Andrey V. Shishlakov** — Scientific and Production Concern „Aurora“, Engineer-Programmer;
E-mail: shyshlakov@yahoo.com
- Dmitry V. Shishlakov** — PhD, Associate Professor; SUAI, Department of Electromechanics, Robototronics, and Technical Physics; E-mail: shishlakoff@yandex.ru

For citation: Shishlakov V. F., Anisimova E. V., Shishlakov A. V., Shishlakov D. V. Synthesis of control law parameters for nonlinear automatic control systems at various types of characteristic approximation // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 701—706 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-701-706

**УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ
НА БАЗЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО АЛГОРИТМА БЭКСТЕППИНГА**И. Б. ФУРТАТ¹, Е. А. ТУПИЧИН²

¹ *Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия*
Институт проблем машиноведения РАН, 199178, Санкт-Петербург, Россия
Санкт-Петербургский государственный университет, 199034, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: cainenash@mail.ru

² *Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия*

Предложено решение задачи робастного управления нелинейными объектами с запаздыванием по состоянию. Рассмотрены объекты управления в условиях параметрической неопределенности, действия внешних ограниченных возмущений и измерения только выходной переменной; также изложены условия, при которых нелинейная система с запаздыванием может быть приведена к нормальной форме. Для синтеза алгоритма управления используется модифицированный алгоритм бэкстеппинга (алгоритм обратного обхода интегратора). Процесс синтеза алгоритма управления условно разбивается на n шагов, где n — порядок модели объекта. На каждом шаге синтезируется стабилизирующее управление; на последнем шаге синтезируется основной закон управления, который обеспечивает слежение выходного сигнала объекта управления за гладким эталонным сигналом с требуемой точностью за конечное время. Показано, что для реализации алгоритма достаточно использовать всего один фильтр состояния по сигналу управления и упрощенные законы управления, полученные с использованием реальных дифференцирующих звеньев. Это позволяет существенно упростить расчет и реализацию системы управления. Полученная система управления обладает универсальной структурой по отношению к виду модели объекта управления: линейная, нелинейная, с запаздыванием и без него.

Ключевые слова: робастное управление, метод бэкстеппинга, нелинейная система, запаздывание.

Введение. Рассматривается построение системы управления на базе метода бэкстеппинга. Впервые этот метод был предложен в работе [1] для синтеза адаптивного управления нелинейными объектами по выходу. Использование метода позволяет обеспечить в системе управления параметрическую робастность и возможность учета априорной информации о значениях параметров объекта управления. Последнее свойство наглядно продемонстрировано в работе [2], где представлен эффективный алгоритм бэкстеппинга для параметрически неопределенных объектов с измеряемым скалярным выходом. Другие модификации данного метода рассмотрены, например, в работах [3—5]. Однако предложенные в работах [1—5] методы сложны при аналитическом расчете системы управления и ее технической реализации. Сложность аналитических расчетов заключается в громоздкости вычислений полной производной по времени от стабилизирующих сигналов управления. Трудности, возникающие при технической реализации системы, связаны с большим количеством компонентов и фильтров ее состояния, необходимых для формирования закона управления.

В настоящей статье предложен модифицированный алгоритм бэкстеппинга для робастного управления параметрическими неопределенными объектами с запаздыванием. Показано, что в отличие от схем, рассмотренных в работе [6], в предлагаемой системе управления реализуется всего один фильтр размерности, равной порядку модели объекта, а для вычисления производных стабилизирующих сигналов управления используются реальные

дифференцирующие устройства. Данный результат является обобщением алгоритмов, представленных в работах [7—9].

Постановка задачи. Рассмотрим математическую модель объекта управления:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), x(t-\tau), \xi) + b(x(t), \xi)(u(t) + \varphi(x(t), t)); \\ y(t) &= h(x(t)), \quad x(s) = \sigma(s), \quad s \in [-\tau, 0], \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in X \subset R^n$ — вектор состояния; $u(t) \in R$ — управляющее воздействие; $y(t) \in Y \subset R$ — регулируемая переменная; $t \in T \subset (0, \infty)$; $f(x(t), x(t-\tau), \xi)$, $b(x, \xi)$ и $h(x)$ — гладкие функции соответствующих размерностей; $\xi \in \Xi$ — вектор неизвестных параметров; Ξ — известное ограниченное множество; $\tau > 0$ — неизвестное время запаздывания; $\varphi(x(t), t)$ — неизвестная функция; $\sigma(s)$ — кусочно-непрерывная функция на отрезке $[-\tau, 0]$.

Необходимо синтезировать закон управления, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta \quad \text{для } t > t_f, \quad (2)$$

где $\delta > 0$, $y_m(t)$ — эталонный сигнал, $t_f > 0$ — время переходного процесса.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} L_f^1 h(x) &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x, x(t-\tau), \xi), \quad L_f^n h(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial}{\partial x(t-i\tau)} (L_f^{n-1} h) f(x(t-i\tau), x(t-(i+1)\tau), \xi); \\ L_b h(x) &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} b(x, \xi), \quad L_b L_f^1 h(x) = \frac{\partial}{\partial x} (L_f^1 h) b(x, \xi) + \frac{\partial}{\partial x(t-\tau)} (L_f^1 h) b(x(t-\tau), \xi) \delta(\tau); \\ L_b L_f^{n-1} h(x) &= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial}{\partial x(t-i\tau)} b(x(t-i\tau), \xi) \delta(\tau), \quad \beta_i = \frac{\partial}{\partial x(t-i\tau)} b(x(t-i\tau), \xi). \end{aligned}$$

Здесь $L_f^1 h(x)$, $L_b h(x)$ — производные Ли от функции $h(x)$ по направлению векторных полей $f(x, x(t-\tau), \xi)$, $b(x, \xi)$; $\delta(i\tau)$ — оператор смещения на величину $i\tau$ (например, $\delta(i\tau)u(t) = u(t-i\tau)$).

Введем вектор $z(t)$, определяемый как

$$z = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T = [h(x), L_f^1 h(x), \dots, L_f^{n-1} h(x)]^T = \Phi(x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau)).$$

Если выполнены условия

$$L_b h(x) = L_b L_f h(x) = \dots = L_b L_f^{n-2} h(x) = 0,$$

$$\beta(x, x(t-\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau), \xi) = L_b L_f^{n-1} h(x) \neq 0,$$

то уравнение (1) может быть преобразовано к системе следующего вида:

$$\dot{z}_1(t) = z_2(t);$$

$$\vdots$$

$$\dot{z}_{n-1}(t) = z_n(t),$$

$$\dot{z}_n(t) = L_f^n h(x) + L_b L_f^{n-1} h(x)(u(t) + \varphi(x(t), t)).$$

Предположение 1. Функции $f(x(t), x(t-\tau), \xi)$, $b(x, \xi)$, $h(x)$ — гладкие, и для любых $x(t)$, $x(t-\tau)$ и $\xi \in \Xi$ выполнены следующие условия:

$$L_b h(x) = L_b L_f^1 h(x) = \dots = L_b L_f^{n-2} h(x) = 0,$$

где $L_f^1 h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x, \xi)$, $L_b h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} b(x, \xi)$ — производная Ли от функции $h(x)$ по направлению векторных полей $f(x, \xi)$, $b(x, \xi)$ соответственно.

Производные высших порядков вычисляются по формулам

$$L_f^2 h(x) = \frac{\partial(L_f h(x))}{\partial x} f(x, \xi), \dots, L_f^k h(x) = \frac{\partial(L_f^{k-1} h(x))}{\partial x} f(x, \xi).$$

Предположение 2. Функция Φ взаимно-однозначная при $x(t - i\tau) = 0, i = 0, \dots, n - 1$.

Предположение 3. Разностные уравнения $\varphi(x(t), x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau)) = 0,$

$\sum_{i=0}^{n-1} \beta_i u(t - i\tau) = 0$ асимптотически устойчивые относительно переменных $x(t)$ и $u(t)$.

Предположение 4. Функция $c(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi) = L_f^n h(x)$ ограниченная или ограниченная на множестве Ξ и липшицева по $x(t - i\tau), i = 0, \dots, n - 1$.

Предположение 5. Функция $\varphi(x(t), t)$ ограниченная или ограниченная на множестве T и липшицева по $x(t) \in X$.

Предположение 6. Сигналы $y_m(t), \dot{y}_m(t), \dots, y_m^{(n)}(t)$ — ограниченные.

Аналогичные предположения рассмотрены в работе [10].

Метод решения. Продифференцируем n раз функцию $y(t)$:

$$p^n y(t) = c(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi) + \\ + \beta(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi)(u(t) + \phi(x, t)), \quad (3)$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

С учетом выражения (3) запишем уравнение ошибки $e_1(t) = y(t) - y_m(t)$ в виде

$$p^n e_1(t) = c(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi) + \\ + \beta(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi)(u(t) + \phi(x, t)) - p^n y_m(t). \quad (4)$$

Введем в рассмотрение оператор $Q_{n-1}(p) = \sum_{i=0}^{n-1} k_{n-i} p^i$, такой что полином $Q(\lambda) = \lambda^n + Q_{n-1}(\lambda)$

гурвицев, где λ — комплексная переменная, и перепишем уравнение (4) в виде

$$Q(p)e_1(t) = u(t) + \psi(t), \quad (5)$$

где

$$\psi(t) = c(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi) + \beta(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi)\varphi(x, t) + \\ + (\beta(x, x(t - \tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau), \xi) - 1)u(t) - p^n y_m(t) - Q_{n-1}(p)e(t). \quad (6)$$

Рассмотрим фильтр

$$\dot{v}(t) = A_0 v(t) + l u(t), \quad (7)$$

где $v(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]^T$, $A_0 = \begin{bmatrix} -k_1 & & & \\ -k_2 & I_{n-1} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ -k_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$, $I_{n-1} \in R^{(n-1) \times (n-1)}$ — единичная матрица, $l = [0, \dots, 0, 1]^T$.

Перепишем уравнение (5) с учетом выражения (7):

$$e_1(t) = v_1(t) + Q^{-1}(p)\psi(t). \quad (8)$$

Дифференцируя (8), получаем

$$\dot{e}_1(t) = -k_1 v_1(t) + v_2(t) + \tilde{f}(t), \quad (9)$$

где $Q(p)\tilde{f}(t) = p\psi(t)$.

Представим процедуру синтеза системы управления следующим алгоритмом.

Шаг 1. Определим $v_2(t)$ в виде $v_2(t) = U_1(t)$ и зададим $U_1(t)$ как

$$U_1(t) = -\alpha_1 \mu^{-1} e_1(t) + k_1 v_1(t), \quad (10)$$

где $\alpha_1 > 0$ и $\mu > 0$ — коэффициенты, выбираемые разработчиком.

Подставив (10) в выражение (9), получим

$$\dot{e}_1(t) = -\alpha_1 \mu^{-1} e_1(t) + \tilde{f}(t). \quad (11)$$

Шаг i ($2 \leq i \leq n-1$). Рассмотрим функцию ошибки $e_i(t) = v_i(t) - U_{i-1}(t)$. Взяв производную от $e_i(t)$ вдоль траекторий (5), получим

$$\dot{e}_i(t) = -k_i v_1(t) + v_{i+1}(t) - \dot{U}_{i-1}(t). \quad (12)$$

Предположим, что функция $v_{i+1}(t)$ — сигнал управления в уравнении (12). Пусть $v_{i+1}(t) = U_i(t)$, тогда

$$U_i(t) = -\alpha_i e_i(t) + k_i v_1(t) + \bar{U}_{i-1}(t), \quad (13)$$

где $\alpha_i > 0$ — коэффициент, выбираемый разработчиком, $\bar{U}_{i-1}(t)$ — оценка сигнала $\dot{U}_{i-1}(t)$.

Подставив (13) в выражение (12), получим

$$\dot{e}_i(t) = -\alpha_i e_i(t) - \eta_{i-1}(t), \quad (14)$$

где $\eta_{i-1}(t) = \dot{U}_{i-1}(t) - \bar{U}_{i-1}(t)$.

Шаг n . Рассмотрим функцию $e_n(t) = v_n(t) - U_{n-1}(t)$. Принимая во внимание уравнение (7) и дифференцируя $e_n(t)$, получаем

$$\dot{e}_n(t) = -k_n v_1(t) + u(t) - \dot{U}_{n-1}(t). \quad (15)$$

Сформируем закон управления

$$u(t) = -\alpha_n e_n(t) + k_n v_1(t) + \bar{U}_{n-1}(t), \quad (16)$$

где $\alpha_n > 0$ — коэффициент, выбираемый разработчиком, $\bar{U}_{n-1}(t)$ — оценка функции $\dot{U}_{n-1}(t)$, с учетом которого перепишем выражение (15):

$$\dot{e}_n(t) = -\alpha_n e_n(t) - \eta_{n-1}(t), \quad (17)$$

где $\eta_{n-1}(t) = \dot{U}_{n-1}(t) - \bar{U}_{n-1}(t)$.

Для оценки производных $\dot{U}_{i-1}(t)$, $i = \overline{2, n}$, воспользуемся следующими наблюдателями

$$\dot{\bar{U}}_{i-1}(t) = -\mu^{-1} \bar{U}_{i-1}(t) + \mu^{-1} \dot{U}_{i-1}(t), \quad i = \overline{2, n}. \quad (18)$$

Утверждение. Пусть выполнены предположения 1—6. Тогда существуют константы $\alpha_i > 0$, $i = \overline{1, n}$, и $\mu_0 > 0$, такие что для $\mu \leq \mu_0$ система управления, состоящая из фильтра (7), вспомогательных управляющих воздействий (10), (13), закона управления (16) и наблюдателей (18), обеспечивает выполнение целевого условия (2) для объекта (1).

Доказательство утверждения аналогично приведенному в работах [6—9].

Заключение. Предложен алгоритм слежения выходного сигнала нелинейного объекта управления с запаздыванием за эталонным сигналом в условиях параметрической неопределенности и внешних возмущений. Синтез алгоритма базируется на новой версии метода бэкстеппинга, предложенного в работе [6]. Полученная система управления содержит всего один фильтр размерности, равной размерности модели объекта, а для реализации производных в законах управления используются реальные дифференцирующие звенья.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 13-08-01014), Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031) и Правительства РФ (грант 074-U01); результаты, приведенные в разделе „Метод решения“, получены при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-29-00142) в ИПМаш РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kanellakopoulos I., Kokotović P. V., Morse A. S.* Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems // *IEEE Trans. Automatic Control*. 1991. Vol. 36. P. 1241—1253.
2. *Никифоров В. О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб: Наука, 2003.
3. *Khalil H. K.* *Nonlinear Systems*. N. Y.: Prentice Hall, 2002.
4. *Zheng Y., Yang Y.* Adaptive output feedback control for class of nonlinear systems with unknown virtual control coefficients signs // *Adaptive Control and Signal Processing*. 2007. Vol. 21, N 1. P. 77—89.
5. *Tanner H. G., Kyriakopoulos K. J.* Backstepping for nonsmooth systems // *Automatica*. 2003. Vol. 39. P. 1259—1265.
6. *Фуртат И. Б.* Модифицированный алгоритм обратного обхода интегратора // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2009. № 10. С. 2—7.
7. *Furtat I. B., Tupichin E. A.* Modified simple adaptive-robust backstepping algorithm // *Proc. of the 19th Intern. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR 2014)*, Międzyzdroje, Poland. 2014. P. 183—188.
8. *Furtat I. B., Tupichin E. A.* Modified robust backstepping algorithm for plants with time delay // *Proc. of the 6th Intern. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, St. Petersburg, Russia. 2014. P. 541—545.
9. *Furtat I. B., Tupichin E. A.* Control of nonlinear plant based on modified robust backstepping algorithm // *Proc. of IEEE Intern. Conf. on Control Applications (CCA)*, Antibes, France. 2014. P. 941—946.
10. *Цыкунов А. М.* Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.

Сведения об авторах**Игорь Борисович Фуртат**

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики, профессор; ИПМаш РАН, лаборатория управления сложными системами, ведущий научный сотрудник; СПбГУ, кафедра прикладной кибернетики, ведущий научный сотрудник; E-mail: cainenash@mail.ru

Евгений Александрович Тупичин

— аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: tupichin@mail.ru

Рекомендована лабораторией
управления сложными системами
ИПМаш РАН

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: *Фуртат И. Б., Тупичин Е. А.* Управление нелинейными объектами с запаздыванием на базе модифицированного алгоритма бэкстеппинга // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58, № 9. С. 707—712.

**MODIFIED BACKSTEPPING ALGORITHM
FOR CONTROL OVER NONLINEAR PLANTS WITH DELAY**

I. B. Furtat¹, E. A. Tupichin²

¹*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,
199178, Saint Petersburg, Russia
Saint Petersburg State University, 199034, Saint Petersburg, Russia
E-mail: cainenash@mail.ru*

²*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia*

A solution to the robust control problem of nonlinear plants with a state delay is proposed. The plants under control are considered to possess unknown parameters; the plants are subject to external disturbances, and only output signal are measurable. The conditions for such a nonlinear system to be reducible to the normal form are formulated. The modified backstepping algorithm is used for the control algorithm synthesis. It is shown that implementation of the algorithm calls for the use of only one filter by the control signal and simplified control laws, and therefore calculations and implementation of the control system may be simplified. The obtained system is shown to possess a universal structure independent of the plant model – linear, nonlinear, with or without delay.

Keywords: robust control, backstepping method, nonlinear system.

Data on authors

- Igor B. Furtat** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; IPME RAS, Laboratory Control of Complex Systems; Saint Petersburg State University, Department of Applied Cybernetics; E-mail: cainenash@mail.ru
- Evgeny A. Tupichin** — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: tupichin@mail.ru

For citation: *Furtat I. B., Tupichin E. A. Modified backstepping algorithm for control over nonlinear plants with delay // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 707—712 (in Russian).*

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-707-712

РОБАСТНАЯ СИСТЕМА ДИНАМИЧЕСКОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ДЛЯ РОБОТИЗИРОВАННОГО МАКЕТА НАДВОДНОГО СУДНА

С. М. ВЛАСОВ, О. И. БОРИСОВ, В. С. ГРОМОВ,
А. А. ПЫРКИН, А. А. БОБЦОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.pyrkin@gmail.com*

Представлена робототехническая установка, предназначенная для моделирования движения надводного судна с целью апробации алгоритмов управления системой динамического позиционирования и системой компенсации внешних возмущений. Проанализирована математическая модель робототехнической системы, выполнена декомпозиция многоканальной модели робота на статическую функцию и независимые динамические каналы с одним входом и одним выходом. Разработана робастная система динамического позиционирования судна на основе закона управления „последовательный компенсатор“. Приведены результаты экспериментальных исследований.

***Ключевые слова:** робастное управление, параметрическая неопределенность, система динамического позиционирования, надводное судно, робототехнические системы, последовательный компенсатор.*

Введение. Одной из интересных и актуальных прикладных задач теории управления является разработка систем динамического позиционирования [1—4]. Такие системы применяются, в частности, для автоматического управления надводными судами. В комбинации с алгоритмом планирования пути они могут использоваться для осуществления движения судна по заданным маршрутам без непосредственного участия человека, например при курсировании между портами. Для уменьшения риска выхода из строя реального судна предлагается использовать специальную недорогую робототехническую установку, оснащенную системой технического зрения, с возможностью исследования эффективности различных регуляторов.

В настоящей статье представлена робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна и результаты ее апробации. Приведено решение задачи стабилизации заданных координат и ориентации макета с некоторой точностью, проведено компьютерное моделирование. Также решена задача слежения за командным сигналом с целью удержания макета на маршруте. Представлены результаты экспериментальных исследований, выполненных на робототехнической установке моделирования движения надводного судна.

Робототехническая установка. Основным элементом робототехнической установки, функциональная схема которой представлена на рис. 1, является роботизированный макет судна с тремя исполнительными приводами: основной двигатель и два подруливающих устройства туннельного типа на корме и носу. В оснастку робота также входят аккумулятор и три печатные платы: на первой расположены входные порты, главный микроконтроллер,

стабилизаторы напряжения и выпрямитель электропитания; на второй — модуль беспроводной связи и блок преобразователя сигнала; третья плата полностью состоит из трех драйверов приводов робота, которые получают обрабатываемый вспомогательным микроконтроллером сигнал с широтно-импульсной модуляцией. Затем через блок полевых транзисторов соответствующее напряжение подается на исполнительные приводы. Помимо этого, в состав установки входят бассейн, представляющий собой рабочую область, цифровая камера, закрепленная на штативе над бассейном, джойстик для удаленного управления и компьютер. Локализация робота осуществляется с помощью указанной системы технического зрения и алгоритма обработки видеоизображения в целях получения текущих координат объекта.

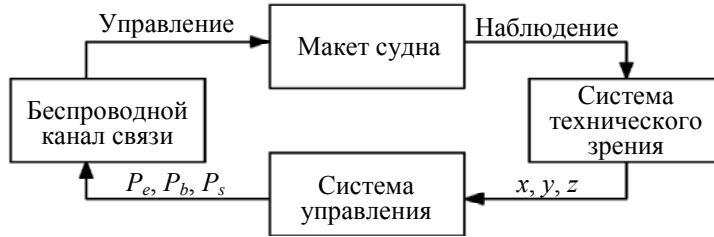


Рис. 1

Математическая модель движения макета. Рассмотрим схему расположения приводов робота, представленную на рис. 2, а, где P_e соответствует основному (продольному) двигателю, в котором также располагается руль, P_b и P_s соответствуют подруливающим устройствам (носовому и кормовому).

Для синтеза алгоритма управления рассматриваемой робототехнической системой выполним декомпозицию нелинейной динамической модели на три составляющие: статическую функцию и независимые динамические каналы с одним входом и одним выходом [4, 5]. Каждый из каналов соотнесем с соответствующими регулируемым переменными x, y и z . Введем виртуальные сигналы управления, действующие на судно (рис. 2, б): обобщенные силы (упоры) P_x, P_y и момент вращения судна M_z , которые являются суперпозицией всех движущих сил исполнительных приводов P_e, P_b и P_s .

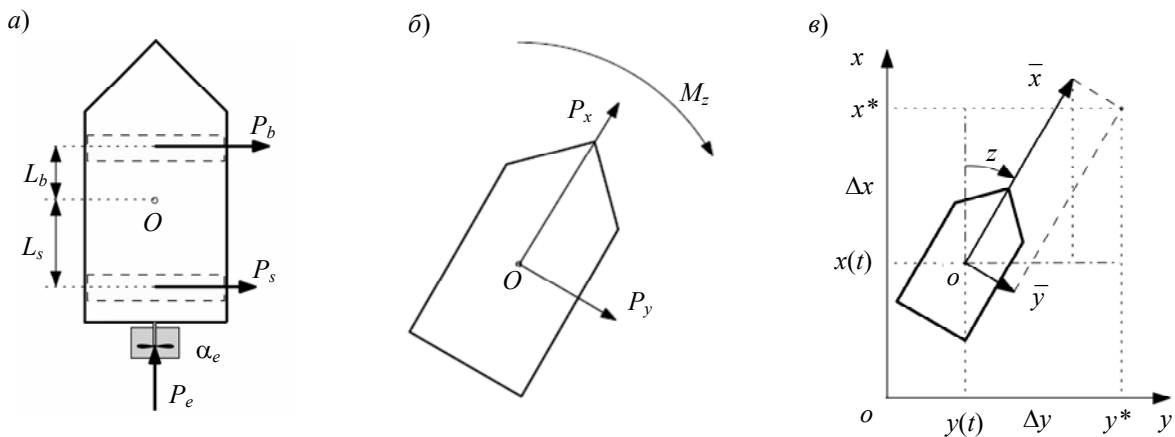


Рис. 2

Уравнения для сил, прилагаемых к центру масс O макета, имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} P_x &= P_e; \\ P_y &= P_b + P_s; \\ M_z &= -\alpha_e P_e L_e + P_b L_b - P_s L_s, \end{aligned} \right\}$$

где L_e — расстояние от центра масс до основного двигателя; L_b и L_s — расстояние от центра масс до носового и кормового подруливающих устройств соответственно; α_e — угол рулевого устройства.

Помимо абсолютной (неподвижной) системы координат $oxyz$, введем в рассмотрение локальную (подвижную) — $o\bar{x}\bar{y}z$, жестко связанную с судном (рис. 2, в). Необходимо осуществить преобразование координат из одной системы в другую, с учетом их поворота и линейного смещения друг относительно друга:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos z & -\sin z \\ \sin z & \cos z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix},$$

где x_0, y_0 — координаты начальной точки; \bar{x} и \bar{y} — смещения соответственно в продольном и поперечном направлениях в локальной системе координат.

Модель динамических каналов робототехнической системы может быть достаточно сложной для некоторых типов судов, но в общем случае ее можно представить следующим выражением:

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)}u(t) + \frac{g(p)}{a(p)}\omega(t),$$

где $y(t)$ — регулируемая переменная, доступная измерению; $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования; $a(p) = p^n + \dots + a_1p + a_0$, $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1p + b_0$, $g(p) = g_r p^r + \dots + g_1p + g_0$ — полиномы с неизвестными коэффициентами, причем $b(p)$ гурвицев, $b_m > 0$ и $r \leq n-1$; относительная степень передаточной функции $\frac{b(p)}{a(p)}$ предполагается известной и для рассматриваемого объекта принимается равной $\rho = n - m = 2$; нелинейная функция $\omega(t) = \varphi(y(t))$ удовлетворяет условию $|\varphi(y)| \leq C_0 |y| \quad \forall y$, где C_0 — неизвестный параметр.

Синтез закона управления. Разработка алгоритма управления выполняется в два этапа. Сначала синтезируются виртуальные входные сигналы P_x, P_y и M_z для каждого динамического канала, для чего используется метод „последовательного компенсатора“, описанный в работах [6—8], с фиксированными параметрами регулятора. На следующем этапе необходимо распределить нагрузку между приводами судна, рассчитав сигналы управления P_e, P_b и P_s , которые после введения на них ограничений и цифрового кодирования будут подаваться на соответствующие приводы корабля.

Для стабилизации динамических каналов рассматриваемой системы используем следующие алгоритмы для виртуальных управляющих сигналов P_x, P_y и M_z :

$$\begin{aligned} P_x &= k_x (\xi_x + \dot{\xi}_x), \dot{\xi}_x = \sigma_x (-\xi_x + \bar{x}); \\ P_y &= k_y (\xi_y + \dot{\xi}_y), \dot{\xi}_y = \sigma_y (-\xi_y + \bar{y}); \\ M_z &= k_z (\xi_z + \dot{\xi}_z), \dot{\xi}_z = \sigma_z (-\xi_z + z^* - z(t)), \end{aligned}$$

где $k_x, k_y, k_z, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — фиксированные настроечные коэффициенты, которые могут быть выбраны независимо от параметров объекта; смещения \bar{x} и \bar{y} вычисляются в соответствии со следующим выражением:

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos z & \sin z \\ -\sin z & \cos z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x^* - x(t) \\ y^* - y(t) \end{bmatrix}.$$

На выходе „последовательного компенсатора“ формируются виртуальные сигналы управления P_x , P_y и M_z . Движение по оси x будем регулировать основным двигателем, кормовое подруливающее устройство будет выполнять позиционирование по оси y . Носовое подруливающее устройство будет на 75 % выполнять задачу по вращению и на 25 % — по позиционированию вдоль оси y , что необходимо ввиду специфики размещения приводов в работе. Распределитель упоров описывается следующим образом:

$$P_e = P_x, P_s = P_y, P_b = 0,75 \frac{M_z}{L_b} + 0,25 P_y.$$

Экспериментальные исследования. Апробация робастной системы динамического позиционирования роботизированного макета судна включает следующие этапы:

- организация системы технического зрения робототехнической системы;
- обработка видеоизображения с целью определения текущих координат объекта [9];
- преобразование координат по продольному и поперечному каналам из абсолютных в локальные;
- вычисление параметров закона управления типа „последовательный компенсатор“ для каждого из каналов системы и их дискретизация (время дискретизации $T_s = 0,25$ с);
- расчет управляющих воздействий упоров на исполнительные приводы судна;
- экспериментальная апробация, анализ, отладка.

Алгоритм определения координат корабля заключается в поиске на темном фоне белого прямоугольника, соответствующего контуру объекта. Далее определяется его геометрический центр и соответственно текущие координаты по осям x и y . Определение ориентации судна на плоскости осуществляется с помощью красной метки на носовой части, после чего можно определить угол между продольной осью корабля и осью x . На выходе распределителя упоров формируются сигналы управления, которые преобразуются в цифровой формат целочисленных значений на интервале $[-127; 127]$ и затем передаются макету судна по беспроводному каналу связи [10]. В ходе экспериментальных исследований на робототехнической установке получены следующие результаты по определению желаемого положения и ориентации макета и параметров регулятора: $x^* = 0,48$ м, $y^* = 0,36$ м, $z^* = 0$, $k_x = 2$, $k_y = 3$, $k_z = 12$, $\sigma_x = 10$, $\sigma_y = 10$, $\sigma_z = 7$.

На рис. 3 показаны графики переходных процессов для одноканального режима, т.е. когда активен только один динамический канал системы.

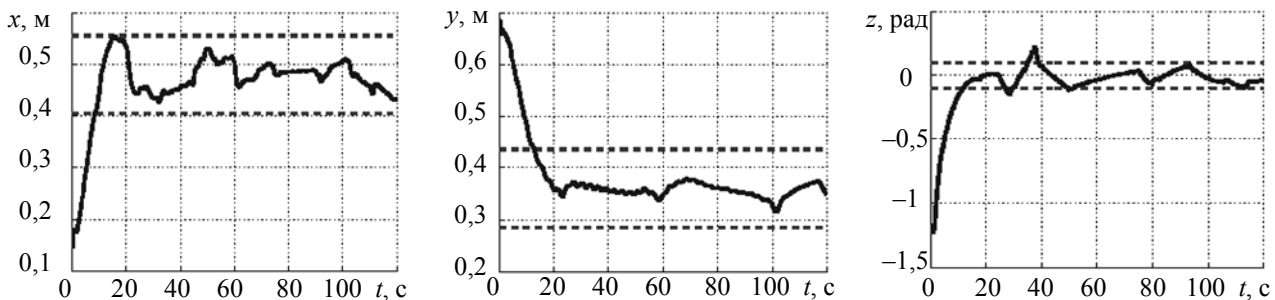


Рис. 3

Графики изменения координат судна для многоканального режима представлены на рис. 4, а, а на рис. 4, б показан путь следования макета судна в заданную область. Анализируя

результаты эксперимента, можно сделать вывод, что координаты судна удалось свести в заданную область Δ_i , $i = \{x, y, z\}$ (отмечена пунктиром).

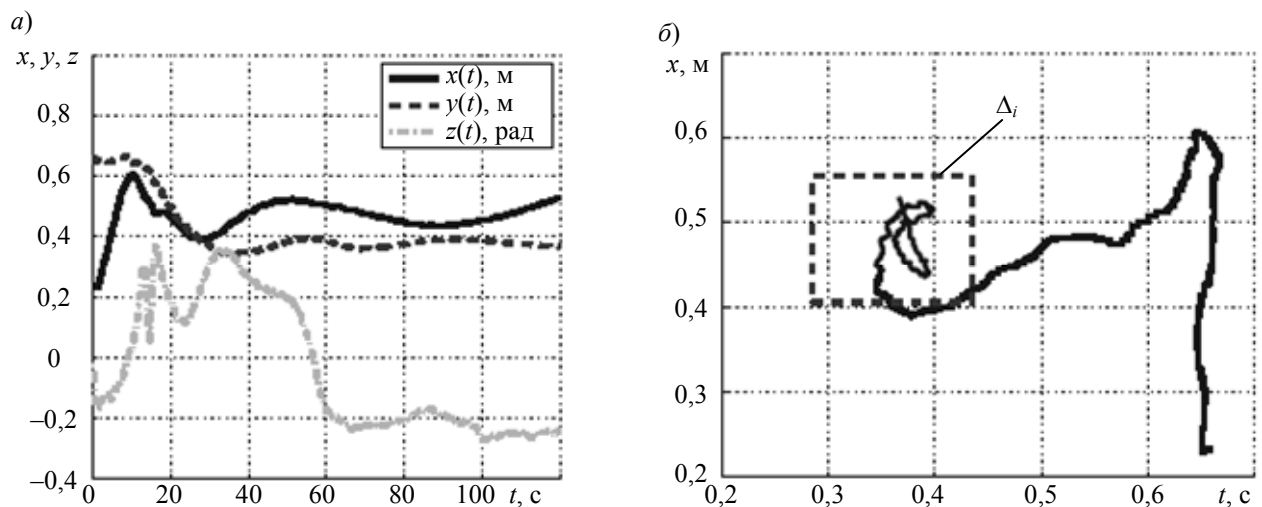


Рис. 4

Заключение. Представлена робототехническая установка, предназначенная для апробации различных алгоритмов управления, в том числе системой динамического позиционирования. Разработана робастная система динамического позиционирования макета надводного судна. Перспективным направлением является исследование простых адаптивных алгоритмов управления [8, 11—15] для решения задачи динамического позиционирования макета судна в заданной точке.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (гос. задание 2014/190, проект 2118; субсидия 074-U01, проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fossen T. I. Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles. Trondheim: Marine Cybernetics, 2002.
2. Fossen T. I. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. John Wiley & Sons Ltd., 2011.
3. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Kolyubin S. A., Surov M. O., Vedyakov A. A., Feskov A. D., Vlasov S. M., Krasnov A. Y., Borisov O. I., Gromov V. S. Dynamic positioning system for nonlinear MIMO plants and surface robotic vessel // Proc. of the 7th IFAC Conf. on Modelling Manag. and Control. 2013. Vol. 7, N 1. P. 1867—1872.
4. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Kolyubin S. A. Output controller for nonlinear and MIMO systems with delay // Proc. of the 21st Mediterranean Conf. on Control and Automation. 2013. P. 1063—1068.
5. Пыркин А. А., Мальцева Т. А., Лабадин Д. В., Суров М. О., Бобцов А. А. Синтез системы управления квадрокоптером с использованием упрощенной математической модели // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 4. С. 47—51.
6. Бобцов А. А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108—117.
7. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 118—129.
8. Bobtsov A. A note to output feedback adaptive control for uncertain system with static nonlinearity // Automatica. 2005. Vol. 41, N 12. P. 1277—1280.

9. Фаронов М. В., Пыркин А. А., Фуртат И. Б., Колюбин С. А., Суров М. О., Ведяков А. А. Робастное управление мобильными роботами с использованием технического зрения // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 12. С. 63—65.
10. Шаветов С. В., Ведяков А. А., Пыркин А. А. Архитектура системы удаленного управления робототехническими объектами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 2 (90). С. 161—163.
11. Fradkov A. L. Synthesis of adaptive system of stabilization of linear dynamic plants // Automation and Remote Control. 1974. Vol. 35, N 12. P. 1960—1966.
12. Barkana I. Parallel Feedforward and Simplified Adaptive Control // Intern. J. of Adaptive Control and Signal Processing. 1987. Vol. 1, N 2. P. 95—109.
13. Andrievsky B. R., Fradkov A. L., Kaufman H. Necessary and sufficient conditions for almost strict positive realness and their application to direct implicit adaptive control systems // Proc. of the Amer. Control Conf. 1994. Vol. 2. P. 1265—1266.
14. Kaufman H., Barkana I., Sobel K. S. Direct Adaptive Control Algorithms — Theory and Applications. N. Y.: Springer, 1998.
15. Barkana I. Comment on design of strictly positive real systems using constant output feedback // IEEE Trans. on Automatic Control. 2004. Vol. 49, N 10. P. 2091—2093.

Сведения об авторах

- | | |
|-----------------------------------|--|
| <i>Сергей Михайлович Власов</i> | — Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; инженер; E-mail: vlasov.serge.m@gmail.com |
| <i>Олег Игоревич Борисов</i> | — Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; инженер; E-mail: oleg.borisow@gmail.com |
| <i>Владислав Сергеевич Громов</i> | — Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; инженер; E-mail: object253@yandex.ru |
| <i>Антон Александрович Пыркин</i> | — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: a.pyrkin@gmail.com |
| <i>Алексей Алексеевич Бобцов</i> | — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru |

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Власов С. М., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 713—719.

ROBUST SYSTEM OF DYNAMIC POSITIONING FOR ROBOTIZED MODEL OF SURFACE CRAFT

**S. M. Vlasov, O. I. Borisov, V. S. Gromov,
A. A. Pyrkin, A. A. Bobtsov**

*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: a.pyrkin@gmail.com*

A robotic setup for surface craft movement modeling is presented. The setup is used for testing of algorithms of control over dynamic positioning and external disturbances effects compensation systems. Mathematical model of the robotic system is analyzed; the multi-channel model is decomposed to separate a static function and independent single input — single output dynamic channels. A robust system for dynamic positioning of the craft based on consequent compensation control law is developed. Results of experimental study are demonstrated.

Keywords: robust control, parametric uncertainty, dynamic positioning system, surface craft, robotic system, consequent compensation.

Data on authors

- Sergey M. Vlasov** — ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; Engineer; E-mail: vlasov.serge.m@gmail.com
- Oleg I. Borisov** — ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; Engineer; E-mail: oleg.borisow@gmail.com
- Vladislav S. Gromov** — ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; Engineer; E-mail: object253@yandex.ru
- Anton A. Pyrkin** — PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: a.pyrkin@gmail.com
- Alexey A. Bobtsov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru

For citation: *Vlasov S. M., Borisov O. I., Gromov V. S., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A.* Robust system of dynamic positioning for robotized model of surface craft // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*. 2015. Vol. 58, N 9. P. 713—719 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-713-719

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ КАМЕРЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

С. В. БЫСТРОВ¹, В. В. ГРИГОРЬЕВ¹, О. К. МАНСУРОВА²,
И. М. ПЕРШИН³, М. И. ПЕРШИН³

¹Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: grigvv@yandex.ru

²Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“,
199106, Санкт-Петербург, Россия

³Филиал Северо-Кавказского федерального университета, 357501, Пятигорск, Россия

Рассматривается проблема использования методики качественного распределения мод, определяющих показатели качества процессов в линейных системах с распределенными параметрами. Для разработки частотной методики синтеза распределенных регуляторов использована модификация критерия Найквиста, позволяющая проводить анализ параметров областей расположения пространственных мод, связанных с показателями качества процессов. Приведена конструкция камеры термической обработки, используемой при моделировании тепловых процессов.

Ключевые слова: распределенные системы, пространственные моды, качественное распределение, камера термической обработки.

Введение. Рассматривается задача применения качественной теории для синтеза систем управления с распределенными параметрами. Под качественным распределением мод понимается расположение мод (корней) в круге радиусом $r > 0$ с центром в точке (β, j_0) , причем сумма $\beta + r$ должна быть меньше нуля, т.е. данный круг должен лежать в левой полуплоскости комплексной плоскости корней [1—4], где параметр β определяет среднюю скорость сходимости процессов к положению равновесия, а параметр r — отклонения траекторий движения от их средних значений.

Рассмотрим применение качественной теории к синтезу распределенной системы управления, передаточная функция которой по отдельным модам может быть представлена в виде отношения полиномов:

$$W_{\eta}(s) = \frac{D_{\eta}(s)}{D_{1,\eta}(s)}, \quad \eta = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где s — оператор Лапласа.

Сведем задачу качественного расположения мод к классической задаче определения устойчивости, для чего введем конформное отображение левой полуплоскости комплексной плоскости в круг произвольным радиусом r с центром в точке (β, j_0) посредством преобразования $s_1 = (1 + s) / (1 - s) \cdot r - \beta$. Полагая, что $s = j\omega$, $s_1 = j\omega_1$, получаем

$$j\omega = j \left(\left(2\omega_1 r / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2) \right) + \left(\omega_1^2 - (r^2 - \beta^2) \right) / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2) \right).$$

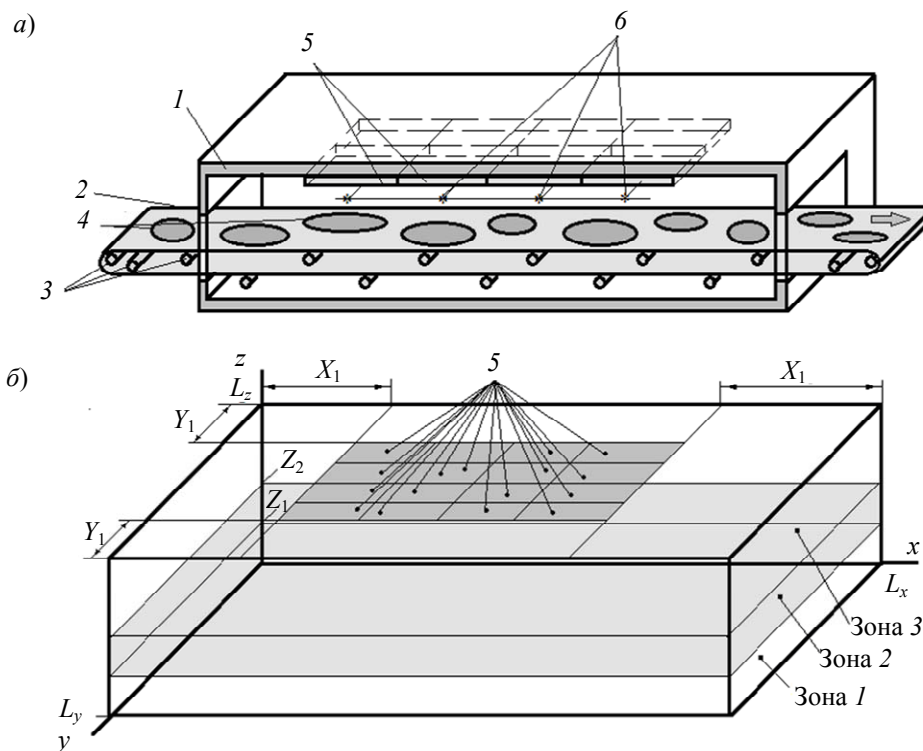
Передаточная функция (1) примет следующий вид:

$$W_{\eta}(s_1) = \frac{D_{\eta}(s_1)}{D_{1,\eta}(s_1)}. \quad (2)$$

В работах [1, 3, 5] показано, что критерий Найквиста может быть применен к системам с распределенными параметрами и характеристический полином по каждой пространственной моде замкнутой системы должен иметь все корни, относительно переменной s_1 , в левой полуплоскости.

Описание объекта управления. В качестве объекта управления рассмотрим нагревательную камеру, предназначенную для термической обработки различных изделий. Конструкция камеры показана на рисунке, а, где 1 — стенка камеры, выложенная из теплоизоляционного материала; 2 — транспортер, изготовленный из жаростойкой (нихромовой) сетки; 3 — валики, обеспечивающие движение сетки вдоль камеры; 4 — изделия; 5 — секционный нагреватель (число секций равно 16).

Температура внутри камеры устанавливается в зависимости от технологического процесса и может изменяться от 300 до 900 °С. Информация о температуре снимается с помощью датчиков 6 (число таких датчиков 16), расположенных внутри камеры на плоскости $\{y, x, z=Z^*\}$. Входное и выходное отверстия камеры закрыты гибкими шторками.



Для построения математической модели температурных полей камеры введем следующие допущения:

- температура передней и задней поверхностей камеры поддерживается постоянной;
- нижняя часть камеры и боковые поверхности теплоизолированы;
- входное воздействие (тепловой поток) излучается секционным нагревателем;
- скорость движения транспортера в камере определяется технологическим процессом.

Математическая модель объекта управления. Схема камеры, используемая при моделировании тепловых процессов, представлена на рисунке, б. Геометрические параметры камеры (в метрах) приведены в таблице.

L_x	L_y	L_z	Z_1	Z_2	Z^*	X_1	Y_1
3	1	0,29	0,05	0,2	0,23	0,6	0,21

С учетом принятых выше допущений математическая модель объекта управления имеет следующий вид:

- для температурного поля в зоне 1:

$$\frac{dT_1(y, x, z, \tau)}{d\tau} = a_1 \left[\frac{d^2 T_1(y, x, z, \tau)}{dx^2} + \frac{d^2 T_1(y, x, z, \tau)}{dy^2} + \frac{d^2 T_1(y, x, z, \tau)}{dz^2} \right],$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x, \quad 0 < z < Z_1;$$

— для температурного поля в зоне 2:

$$\frac{dT_2(y, x, z, \tau)}{d\tau} = a_2 \left[\frac{d^2 T_2(y, x, z, \tau)}{dx^2} + \frac{d^2 T_2(y, x, z, \tau)}{dy^2} + \frac{d^2 T_2(y, x, z, \tau)}{dz^2} \right] - V \frac{dT_2(y, x, z, \tau)}{dx},$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

— для температурного поля в зоне 3:

$$\frac{dT_3(y, x, z, \tau)}{d\tau} = a_3 \left[\frac{d^2 T_3(y, x, z, \tau)}{dx^2} + \frac{d^2 T_3(y, x, z, \tau)}{dy^2} + \frac{d^2 T_3(y, x, z, \tau)}{dz^2} \right],$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_2 < z < L_z;$$

здесь $T_i(y, x, z, \tau)$ — температурное поле в i -й зоне нагревательной камеры, $i=1, 2, 3$; a_i — коэффициент теплопроводности i -й среды; V — скорость движения транспортера в нагревательной камере.

Граничные условия с учетом принятых допущений записываются в виде следующих соотношений:

— для границы раздела фазовых переменных T_1, T_2 :

$$\lambda_1 \frac{dT_1(y, x, Z_1, \tau)}{dz} = \lambda_2 \frac{dT_2(y, x, Z_1, \tau)}{dz}, \quad T_1(y, x, Z_1, \tau) = T_2(y, x, Z_1, \tau),$$

$$\frac{dT_1(y, x, 0, \tau)}{dz} = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x;$$

— для границы раздела фазовых переменных T_2, T_3 :

$$\lambda_2 \frac{dT_2(y, x, Z_2, \tau)}{dz} = \lambda_3 \frac{dT_3(y, x, Z_2, \tau)}{dz}, \quad T_2(y, x, Z_2, \tau) = T_3(y, x, Z_2, \tau),$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x,$$

где λ_1, λ_3 — теплопроводность воздуха, λ_2 — усредненная теплопроводность зоны расположения транспортера с изделиями.

Входное воздействие (тепловой поток секционного нагревателя) на объект управления может быть определено как

$$-\lambda_3 \frac{dT_3(y, x, L_z, \tau)}{dz} = U(y, x, \tau), \quad Y_1 < y < Y_2, \quad X_1 < x < X_2; \quad (3)$$

$$\frac{dT_3(y, x, L_z, \tau)}{dz} = 0, \quad 0 < y < Y_1, \quad 0 < x < X_1; \quad Y_2 < y < L_y, \quad X_2 < x < L_x.$$

Граничные условия для боковых поверхностей определяются выражениями

$$T_1(y, 0, z, \tau) = T_1(y, L_x, z, \tau) = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < z < Z_1, \quad 0 < x < L_x, \quad 0 < z < Z_1;$$

$$T_2(y, 0, z, \tau) = T_2(y, L_x, z, \tau) = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

$$\frac{dT_2(0, x, z, \tau)}{dy} = \frac{dT_2(L_y, x, z, \tau)}{dy} = 0, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

$$T_3(y, 0, z, \tau) = T_3(y, L_x, z, \tau) = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad Z_2 < z < Z_3;$$

$$\frac{dT_3(0, x, z, \tau)}{dy} = \frac{dT_3(L_y, x, z, \tau)}{dy} = 0, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_2 < z < Z_3.$$

Начальные условия полагаются нулевыми. Теплофизические параметры заданы следующими значениями: $a_1 = a_3 = 0,000004 \text{ м}^2/\text{с}$, $a_2 = 0,000019 \text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda_1 = \lambda_3 = 0,059 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$, $\lambda_2 = 12,01 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$. Управляющим воздействием служит тепловой поток нагревателей (функция $U(x, y, \tau)$), а функцией выхода — температурное поле $T_3(x, y, z = Z^*, \tau)$, состояние которого измеряется с помощью датчиков.

Заключение. Для системы управления температурным полем камеры термической обработки построена математическая модель, позволяющая анализировать протекающие динамические процессы и применять методику качественного распределения мод для синтеза распределенных регуляторов, обеспечивающих желаемые показатели качества процессов [3—7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М. Синтез распределенных регуляторов: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. 200 с.
2. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems / V. V. Grigoriev, O. K. Mansurova. St. Petersburg, 2001. Preprint of 5th IFAK Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01).
3. Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М. Анализ устойчивости линейных систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 2—5.
4. Першин И. М. Проектирование системы управления параметрами Кисловодского месторождения минеральных вод. Технологии развития курортно-рекреационного комплекса СКФО // Сб. науч. тр. 2-й науч.-практ. конф. преподавателей, студентов и молодых ученых СКФУ: „Университетская наука — региону“. Пятигорск: Изд-во СКФУ, 2014. Т. 1. С. 141—155.
5. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами: проблемы и перспективы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2—10.
6. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
7. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Синтез распределенных систем управления гидротермическими процессами месторождений минеральных вод // Изв. Южн. фед. ун-та. Технические науки. 2014. № 8. С. 123—137.

Сведения об авторах

- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Ольга Карибековна Мансурова** — канд. техн. наук, доцент; Университет „Горный“, кафедра автоматизации технологических процессов и производств; E-mail: erke7@mail.ru
- Иван Митрофанович Першин** — д-р техн. наук, профессор; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и биотехнических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru
- Максим Иванович Першин** — аспирант; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и биотехнических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики Университета ИТМО

Поступила в редакцию 22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Математическая модель системы управления температурным полем камеры термической обработки // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 720—724.

MATHEMATICAL MODEL OF CONTROL SYSTEM FOR TEMPERATURE FIELD OF THE HEAT TREATMENT CHAMBER**S. V. Bystrov¹, V. V. Grigoriev¹, O. K. Mansurova²,
I. M. Pershin³, M. I. Pershin³**¹*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: grigvv@yandex.ru*²*National Mineral Resources University,
199106, Saint Petersburg, Russia*³*Branch of the North-Caucasus Federal University,
357501, Pyatigorsk, Russia*

Application of the method of qualitative distribution of modes determining the process feature parameters in linear systems with distributed parameters is considered. A frequency technique is developed for synthesis of distributed regulators on the base of modified Nyquist criterion allowing for analysis of parameters of the layout areas of spatial mod-related indicators of quality processes.

Keywords: distributed systems, spatial mode, quality distribution, heat treatment chamber.

Data on authors

- | | | |
|----------------------------|---|---|
| Sergey V. Bystrov | — | PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: sbystrov@mail.ru |
| Valery V. Grigoriev | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: grigvv@yandex.ru |
| Olga K. Mansurova | — | PhD, Associate Professor; University of Mines, Department of Automation of Technological Processes and Productions; E-mail: erke7@mail.ru |
| Ivan M. Pershin | — | Dr. Sci., Professor; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru |
| Maksim I. Pershin | — | Post-Graduate Student; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru |

For citation: Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I. Mathematical model of control system for temperature field of the heat treatment chamber // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 720—724 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-720-724

УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ КАМЕРЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ОСНОВЕ КАЧЕСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОД

С. В. БЫСТРОВ¹, В. В. ГРИГОРЬЕВ¹, О. К. МАНСУРОВА²,
И. М. ПЕРШИН³, М. И. ПЕРШИН³

¹Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: grigvv@yandex.ru

²Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“,
199106, Санкт-Петербург, Россия

³Филиал Северо-Кавказского федерального университета, 357501, Пятигорск, Россия

Представлена методика проектирования регуляторов для управления системами с распределенными параметрами на примере системы управления температурным полем камеры термической обработки, базирующейся на использовании качественного распределения мод, что обеспечивает желаемое качество переходных процессов в замкнутой системе.

Ключевые слова: распределенные системы, пространственные моды, качественное распределение, камера термической обработки.

Постановка задачи. Рассматривается задача проектирования распределенного регулятора для системы управления камерой термической обработки на основе использования методики качественного распределения мод [1—5], что позволяет обеспечить требуемые показатели качества процессов термической обработки. Математическая модель камеры термической обработки описывается уравнениями в частных производных, модели подобных объектов представлены в работах [3—6]. Поскольку уравнения движения таких объектов не имеют аналитического решения, то для оценки динамических характеристик будем использовать численное моделирование.

Численное моделирование объекта управления. В рассматриваемой задаче будем полагать, что по координатам y , x шаги дискретизации остаются постоянными, а по координате z шаг вычисляется для каждой зоны (рис. 1). На схеме дискретизации: v — точки дискретизации по координате X , $v=1, \dots, N_x$, Δx — шаг дискретизации; ξ — точки дискретизации по координате y , $\xi=1, \dots, N_y$, Δy — шаг дискретизации; i — точки дискретизации по координате z , $i=1, \dots, N_{z,k}$, k — номер зоны расчета, Δz_k — шаг дискретизации по координате z k -й зоны.

Используя схему дискретизации и математическую модель объекта [1—5], построим дискретную модель, с помощью которой составим численный алгоритм для вычисления реакции объекта на заданное входное воздействие. В качестве входного воздействия выберем функции (пространственные моды) вида

$$U(y, x, \tau) = C_{\eta, \gamma}(\tau) \cos(\psi_{\eta} y) \sin(\psi_{\gamma}^* x), \quad \psi_{\eta} = \pi \eta / L_y, \quad \psi_{\gamma}^* = \pi \gamma / L_x, \quad \eta, \gamma = \overline{1, \infty}.$$

Вид пространственных мод обусловлен нулевыми граничными условиями. Как известно, в методике синтеза распределенных регуляторов используются две пространственные моды. Определим реакцию объекта на выбранные моды входного воздействия ($\eta=1, \gamma=1; \eta=4, \gamma=4$).

При моделировании объекта управления были выбраны следующие значения переменных:

$$N_x=8; N_y=8; N_{z,1}=6; N_{z,2}=15; N_{z,3}=10; \Delta x=L_x/(N_x-1); \Delta y=L_y/(N_y-1); \\ \Delta z_k=L_{z,k}/(N_{z,k}-1); L_{z,1}=Z_1; L_{z,2}=Z_2-Z_1; L_{z,3}=L_z-Z_2.$$

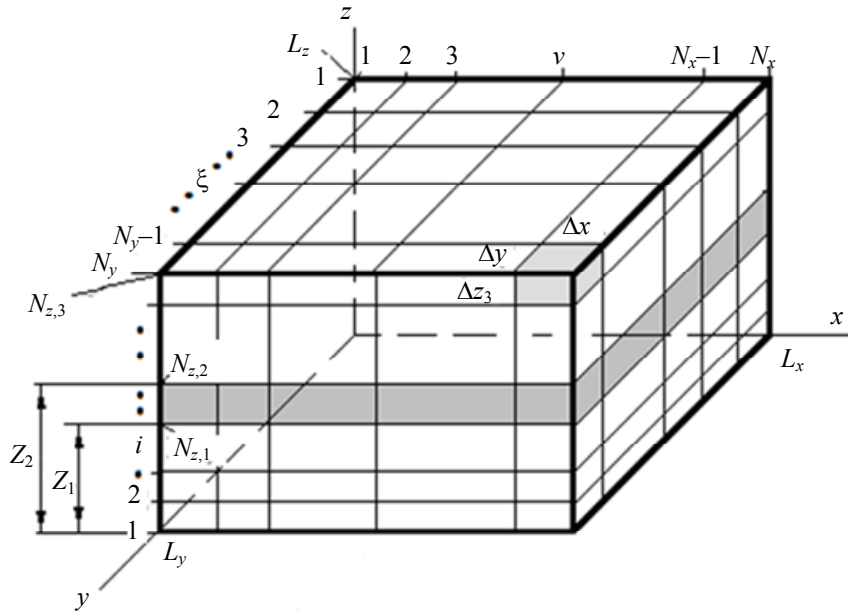


Рис. 1

Аппроксимируем передаточную функцию по выбранным пространственным модам передаточной функцией вида [5]

$$W(G, s) = \frac{K(G)}{T(G)s + 1} e^{-s\tau_3(G)}, \tag{1}$$

где $K(G)$ — коэффициент передачи, $T(G)$ — постоянная времени, τ_3 — постоянная времени запаздывания.

В результате численного моделирования (см. графики входного воздействия U^* и изменения температуры T объекта — рис. 2) получены следующие значения параметров передаточной функции: $\eta=1$, $\gamma=1$, $G_1 = \psi^2_1 + (\psi^*_1)^2 = 10,96$; $K(G_1) = 78,1/21,756 = 3,59$; $T(G_1) = 88 \cdot 60 = 5280$ с; $\tau_3(G_1) = 1,44 \cdot 60 = 86,4$ с.

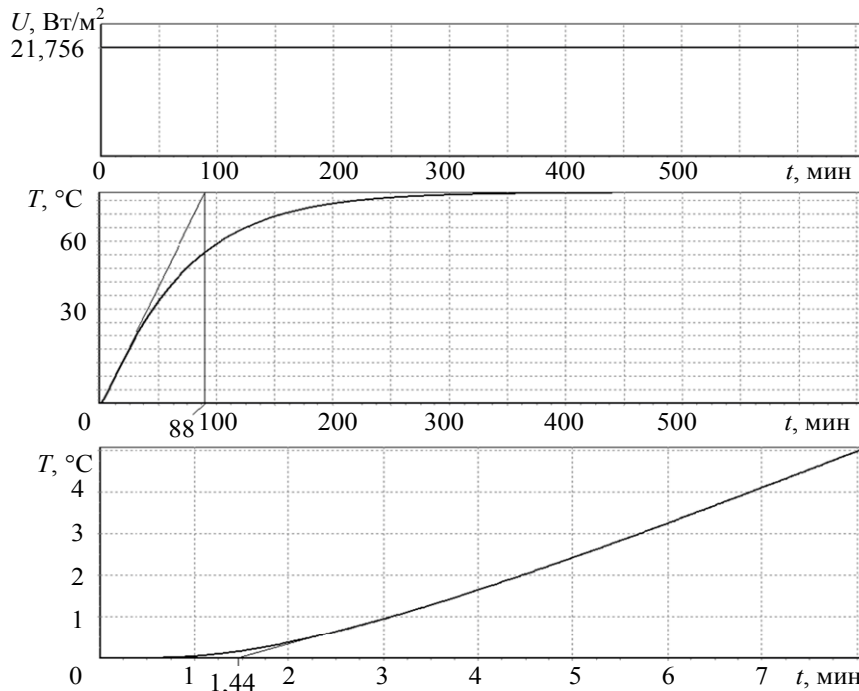


Рис. 2

* О входном воздействии U — см. работу [7, формула (3)].

Аналогичные графики были получены для третьей пространственной моды ($\eta=4, \gamma=4, G_4=\psi^2_{4+}(\psi^*_4)^2=175,36$) и вычислены параметры $K(G_3)=1,16, T(G_3)=2550$ с, $\tau_3(G_3)=112,2$ с.

Методика синтеза распределенного регулятора включает 3 этапа.

Этап 1. Синтез пропорционально-интегрально-дифференциального закона управления для первой пространственной моды. В результате синтеза получены следующие параметры регулятора: $K_p=9,42; T_i=165,6; T_d=145,2$ (при этом значение запаса устойчивости по фазе было выбрано равным $\pi/3$).

Этап 2. Выбор оптимальных значений β и r [3]. Передаточная функция разомкнутой системы с использованием обобщенной координаты [4—6, 8] может быть представлена в виде

$$W_c(G, s) = \left(K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \frac{K(G)}{T(G)s + 1} e^{-s\tau_3(G)}. \quad (2)$$

Полагая в уравнении (2) $s=j\omega$ и переходя к пространству ω_1 следующим образом:

$$j\omega = j \left(\left(2\omega_1 r / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2) \right) + \left(\omega_1^2 - (r^2 - \beta^2) \right) / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2) \right),$$

получаем передаточную функцию (2), зависящую от параметров ω_1, β, r, G .

Как показывают проведенные исследования [3, 4, 8], для оценки устойчивости замкнутой системы (передаточная функция разомкнутой представлена в виде (2)) используется точка пересечения $(\beta - r)$ — см. рис. 3, а. При этом точка пересечения оси Re обозначена на рис. 3, б как $Re(W_c)$. Численное значение $Re(W_c)$ зависит от параметров β, r, G . Зафиксируем значения: $G=G_1$ и $\beta=-0,5$. Изменяя r , определим значение, для которого модуль $|Re(W_c)|$ будет минимальным (см. рис. 3, в).

Оптимальные значения параметров, вычисленные для рассматриваемой задачи: $\beta = -0,5; r = -0,04$. Поле расположения корней исследуемой системы представлено на рис. 4.

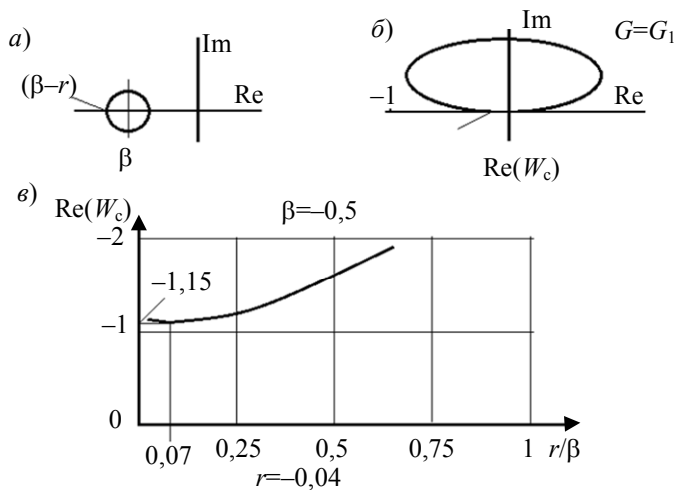


Рис. 3

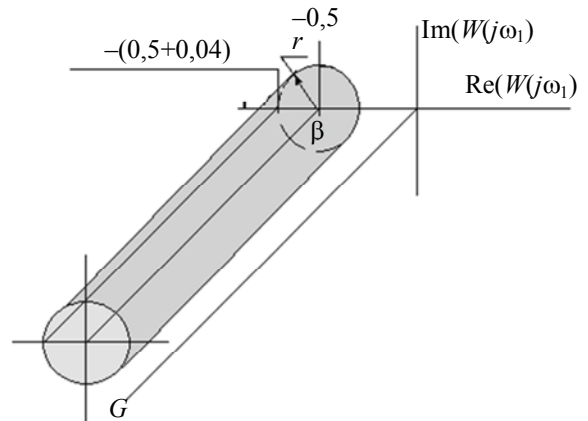


Рис. 4

Этап 3. Синтез распределенного пространственно-усилительного звена. На рис. 5 приведены частотные характеристики разомкнутой системы (2), построенные в пространстве ω_1 для первой и четвертой пространственных мод с использованием вычисленных параметров β и r .

Передаточная функция пространственно-усилительного звена определяется как [6]

$$W_1(x, y) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right], \quad (3)$$

где E_1 — заданное число (общий коэффициент усиления); x, y — пространственные координаты; ∇^2 — лапласиан; n_1 — весовой коэффициент ($n_1 \geq 1$).

Передаточная функция, записанная с использованием обобщенной координаты, имеет вид

$$W_1(G) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (4)$$

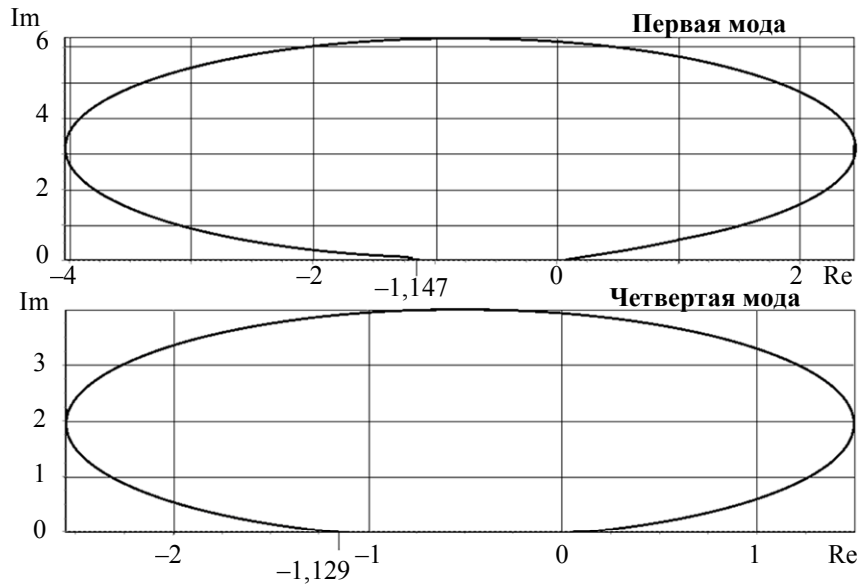


Рис. 5

Используя графическую интерпретацию критерия устойчивости Найквиста [3, 5, 6], вычислим желаемые коэффициенты усиления для выбранных пространственных мод:

$$\bar{M}_1 = -1/(-1,147) = 0,87, \quad \bar{M}_4 = -1/(-1,129) = 0,88.$$

Определим параметры E_1 и n_1 исходя из условия, что в точках G_1 и G_4 (см. (4)) выполняется равенство $W_1(G_i) = \bar{M}_i$:

$$\bar{M}_1 = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right], \quad (5)$$

$$\bar{M}_4 = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_4}{n_1} \right]. \quad (6)$$

Поделив выражение (6) на (5), получим

$$n_1 = \frac{-1 + \Delta M - \Delta M G_1 + G_4}{\Delta M - 1} = \frac{-1 + 1,011 - 1,011 \cdot 10,96 + 175,36}{0,011} = 14\,935,$$

где $\Delta M = \frac{\bar{M}_4}{\bar{M}_1} = \frac{0,88}{0,87} = 1,011$; при этом значения n_1 подчинены ограничению $n_1 \geq 1$.

Подставляя вычисленное значение n_1 в уравнение (5) и преобразуя, получаем

$$E_1 = \bar{M}_1 / \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right] = 0,87 / (1 + 10,96 / 14\,935) = 0,869.$$

Тогда передаточная функция синтезированного пространственно-усилительного звена определяется как

$$W_1(x, y) = 0,869 \left[\frac{14\,935 - 1}{14\,935} - \frac{1}{14\,935} \nabla^2 \right] = 0,869 \left[1 - \frac{1}{14\,935} \nabla^2 \right].$$

Передаточная функция синтезированного регулятора записывается в виде

$$R(x, y, s) = 0,869 \left[1 - \frac{1}{14935} \nabla^2 \right] \left(9,42 + \frac{1}{165,6s} + 145,2s \right). \quad (7)$$

Функция выхода регулятора может быть представлена следующим соотношением:

$$U(x, y, s) = R(x, y, s) \cdot T_{\text{рас}}(x, y, s), \quad (8)$$

$$Y_1 < y < (L_y - Y_1), \quad X_1 < x < (L_x - X_1),$$

где функция рассогласования $T_{\text{рас}}(x, y, s) = T_z(xy) - T_3(xy, s)$, здесь $T_z(xy)$ — желаемое состояние температурного поля; $T_3(xy, s)$ — текущее состояние температурного поля; X_1 и Y_1 — заданные значения [7].

Функция выхода регулятора, записанная во временной области, имеет вид

$$U_1(x, y, \tau) = 0,869 \left[T_{\text{рас}}(x, y, \tau) - \frac{1}{14935} \nabla^2 T_{\text{рас}}(x, y, \tau) \right];$$

$$U(x, y, \tau) = 9,42U_1(x, y, \tau) + \frac{1}{165,6} \int_{\tau} U_1(x, y, \tau) d\tau + 145,2 \frac{\partial U_1(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$Y_1 < y < (L_y - Y_1), \quad X_1 < x < (L_x - X_1).$$

На рис. 6 показан график изменения функции рассогласования, построенный с использованием результатов моделирования замкнутой системы управления рассматриваемым технологическим процессом, при этом $T_z(x, y) = 100$, $x = \xi \Delta x$ ($\xi = 3 \dots 6$), $y = 4 \Delta y$. Аналогичные графики могут быть построены и для других точек.

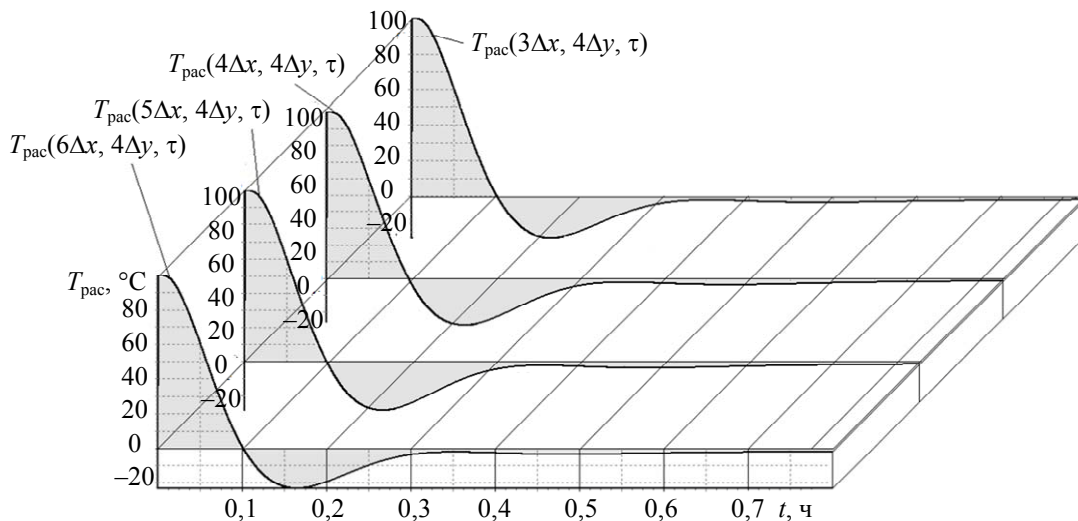


Рис. 6

Заключение. Синтезированный распределенный регулятор достаточно эффективно управляет температурным полем в рабочей зоне камеры термической обработки. При этом полученный регулятор конструктивен и может быть реализован на современных промышленных контроллерах. Приведенная методика синтеза может быть использована для систем управления различными технологическими процессами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М. Синтез распределенных регуляторов: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. 200 с.
2. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems / V. V. Grigoriev, O. K. Mansurova. St. Petersburg, 2001. Preprint of 5th IFAK Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01).

3. Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М. Анализ устойчивости линейных систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 2—5.
4. Першин М. И. Проектирование системы управления параметрами Кисловодского месторождения минеральных вод. Технологии развития курортно-рекреационного комплекса СКФО // Сб. науч. тр. 2-й науч.-практ. конф. преподавателей, студентов и молодых ученых СКФУ: „Университетская наука — региону“. Пятигорск: Изд-во СКФУ, 2014. Т. 1. С. 141—155.
5. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
6. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами: проблемы и перспективы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2—10.
7. Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Математическая модель системы управления температурным полем камеры термической обработки /Наст. вып. С. 720—724.
8. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Синтез распределенных систем управления гидротермическими процессами месторождений минеральных вод // Изв. Южн. фед. ун-та. Технические науки. 2014. № 8. С. 123—137.

Сведения об авторах

- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Ольга Карибековна Мансурова** — канд. техн. наук, доцент; Университет „Горный“, кафедра автоматизации технологических процессов и производств; E-mail: erke7@mail.ru
- Иван Митрофанович Першин** — д-р техн. наук, профессор; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и биотехнических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru
- Максим Иванович Першин** — аспирант; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и биотехнических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики
Университета ИТМО

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Управление температурным полем камеры термической обработки на основе качественного распределения мод // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 725—731.

CONTROL OVER TEMPERATURE FIELD OF THE HEAT TREATMENT CHAMBER ON THE BASE OF QUALITATIVE MODE DISTRIBUTION

S. V. Bystrov¹, V. V. Grigoriev¹, O. K. Mansurova²,
I. M. Pershin³, M. I. Pershin³

¹ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: grigvv@yandex.ru

²National Mineral Resources University,
199106, Saint Petersburg, Russia

³Branch of the North-Caucasus Federal University,
357501, Pyatigorsk, Russia

A method for development of regulators for control over systems with distributed parameters is presented using control system of temperature field of the heat treatment chamber as an example. The method is based on the use of qualitative distribution of modes and ensures desirable quality of transient processes in the closed system.

Keywords: distributed systems, spatial mode, quality distribution, heat treatment chamber.

Data on authors

- Sergey V. Bystrov** — PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Valery V. Grigoriev** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Olga K. Mansurova** — PhD, Associate Professor; University of Mines, Department of Automation of Technological Processes and Productions; E-mail: erke7@mail.ru
- Ivan M. Pershin** — Dr. Sci., Professor; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru
- Maksim I. Pershin** — Post-Graduate Student; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru

For citation: *Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I.* Control over temperature field of the heat treatment chamber on the base of qualitative mode distribution // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*. 2015. Vol. 58, N 9. P. 725—731 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-725-731

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМЫХ БИОХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД

Е. К. ГРУДЯЕВА, С. Е. ДУШИН, Н. Н. КУЗЬМИН

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
„ЛЭТИ“ им. В. И. Ульянова (Ленина), 197022, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: lizayo@yandex.ru*

Представлены нелинейные динамические модели процессов нитрификации и денитрификации в биореакторе с соответствующими зонами и управляемым контуром рециркуляции. Модели основаны на модели Хенце ASM1 и описывают микробиологические процессы в активном иле, при которых происходит удаление соединений азота из сточных вод, изменяются щелочность, концентрации растворимого субстрата и инертных соединений, а также популяции бактерий. Приведены графики переходных процессов, полученные в результате компьютерного моделирования.

Ключевые слова: очистка сточных вод, трехзонный биореактор, активный ил, нитрификация, денитрификация, регулирование.

Введение. Процессы биологической очистки стоков активным илом описываются математическими моделями различной степени сложности и адекватности реальным объектам. Потребность в таких моделях обусловлена требованием высокого качества управления технологическим процессом, ограниченным набором средств измерения, а также временными затратами на проведение лабораторных исследований и сложностью качественного анализа проб иловой массы.

Одной из математических моделей, представляющих основные процессы в активном иле, является модель ASM1 [1, 2]. Эта нелинейная модель описывает процессы удаления соединений азота в результате жизнедеятельности групп бактерий. Бактерии-автотрофы обеспечивают процесс нитрификации при наличии кислорода, в результате чего аммонийный азот окисляется до нитратного. Процесс денитрификации обусловлен действием бактерий-гетеротрофов, которые в бескислородных условиях удаляют нитратный азот, преобразуя его в газообразный.

Типовая технологическая схема очистных сооружений с предвключенной денитрификацией приведена в работе [3]. В ней предусмотрен также рецикл из зоны нитрификации (Н) в зону денитрификации (Д). Недостаток схемы состоит в том, что кислород из зоны Н поступает в зону Д, препятствуя эффективному удалению нитратов. В схеме, представленной на рис. 1, учитывается этот недостаток, поскольку рецикл направлен из последующей зоны (З), в которой кислород отсутствует.

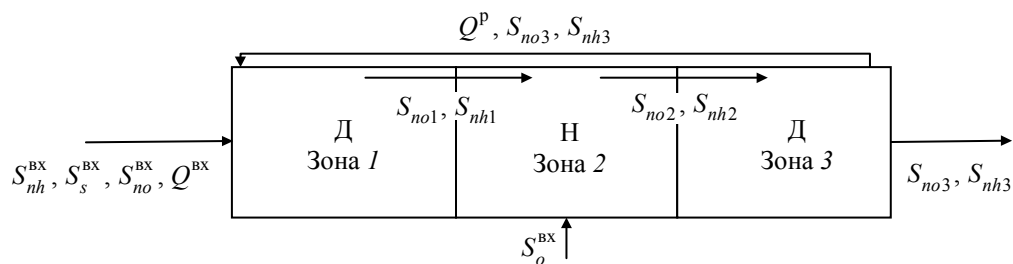


Рис. 1

На рисунке приняты следующие обозначения*: Q^{BX} — расход сточных вод на входе биореактора; Q^P — расход рециркуляционного потока; S_o^{BX} — концентрация растворенного кислорода на входе в реактор; S_{nhi}, S_{noi} — концентрации соответственно аммонийного и нитратного азота в i -й зоне реактора, $i=1, 2, 3$; S_s^{BX} — концентрация легко биологически разлагаемого вещества.

Анализ моделей процессов нитрификации и денитрификации. Как показали исследования [4], математические модели процессов нитрификации и денитрификации характеризуются тремя состояниями равновесия, одно из которых физически неосуществимо. В зависимости от значений входных концентраций субстратов и кислорода, а также времени нахождения в зонах реактора модели переходят в состояние равновесия: точку вымывания или из реактора или точку роста популяции (у каждой модели — собственная особая точка). При этом точка роста может быть как устойчивым узлом, так и устойчивым фокусом. Также в работе [4] для модели денитрификации определены наиболее эффективные, относительно очистки, интервалы времени реакции и значения входных концентраций субстратов.

Управление подачей кислорода (при нитрификации) и входным расходом в случае обедненных стоков позволяет сохранять популяцию бактерий без вымывания их из реактора, а в случае залповых загрязнений должно обеспечивать значения концентраций загрязнений на выходе биореактора в пределах установленных норм.

В зоне нитрификации управление концентрацией растворенного кислорода ограничивается фиксированной температурой воды, причем при низкой концентрации аммония во входном потоке посредством увеличения подачи кислорода можно более эффективно удалять загрязнения, чем при средней или высокой концентрации. Существует предельно допустимая концентрация растворенного кислорода для удаления нитратов.

Постановка задачи и моделирование управляемых процессов. На сегодняшний день для каждой субстанции загрязнения при технологическом расчете системы очистки используются фиксированные средние концентрации загрязнений. На основе этих данных рассчитываются конструктивные параметры реактора и значение входного расхода. Проведенные исследования [5—7] для управляемых моделей многозонного реактора с контуром рециркуляции и подачей кислорода показали результаты на порядок хуже, чем требуется по российским нормам [8].

Моделирование технологического процесса проводилось при входных значениях концентраций загрязнений, усредненных по 28 объектам очистки. Были определены средние и максимальные значения концентраций загрязнений по аммонии, нитратам и легко биологически разлагаемому веществу. Объем всех зон принимался одинаковым и равным 100 м^3 . Расходы жидкости на входе реактора и в контуре рециркуляции фиксированы. Поскольку при подаче на вход реактора „средних“ загрязнений получаемая на выходе концентрация аммония выше установленных норм, требуется обеспечить эффективное его удаление из системы.

Ставится задача разработать универсальную систему регулирования для установок биологической очистки стоков с широким диапазоном концентраций загрязнителей в составе исходной воды, что позволит обеспечить концентрации загрязнителей на выходе в пределах допустимых норм.

Предлагаемая система регулирования включает регуляторы расхода и концентраций. Один регулятор предназначен для управления расходом при рецикле и учитывает средне-взвешенные ошибки регулирования по концентрациям аммония и нитратов; другой регулятор

* В настоящей статье используются обозначения, принятые в работах [1, 2].

управляет входной концентрацией кислорода с учетом ошибки концентрации аммония. Зависимость концентрации аммония от расхода кислорода не учитывалась.

При разработке математической модели принимались следующие ограничения и допущения:

- зоны биореактора характеризуются идеальным перемешиванием иловой массы;
- состав активного ила образован нитрифицирующими и денитрифицирующими бактериями;
- температура в аппарате фиксирована и равна 20 °С;
- на вход биореактора поступают аммонийный азот, нитратный азот, растворенное биологически разлагаемое органическое вещество; входные стоки также характеризуются щелочностью.

Модель управляемого трехзонного биореактора с подачей кислорода во вторую зону представлена системой из трех групп уравнений — по 11 уравнений в каждой группе (всего 33 уравнения) [1, 2]:

$$\frac{dX_{ba(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} X_{ba3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (X_{ba(i)} - X_{ba(i-1)}) + r_{ba}(S_{nh(i)}, S_{o(i)}, X_{ba(i)});$$

$$\frac{dX_{bh(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} X_{bh3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (X_{bh(i)} - X_{bh(i-1)}) + r_{bh}(S_{no(i)}, S_{s(i)}, S_{o(i)}, X_{bh(i)});$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_{nh(i)}}{dt} = \rho \left(\frac{Q^{BX}}{V_i} S_{nh}^{BX} + \frac{U^P}{V_i} S_{nh3} \right) - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (S_{nh(i)} - S_{nh(i-1)}) + \\ + r_{nh}(S_{nh(i)}, S_{no(i)}, S_{s(i)}, S_{o(i)}, S_{nd(i)}, X_{ba(i)}, X_{bh(i)}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_{no(i)}}{dt} = \rho \left(\frac{Q^{BX}}{V_i} S_{no}^{BX} + \frac{U^P}{V_i} S_{no3} \right) - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (S_{no(i)} - S_{no(i-1)}) + \\ + r_{no}(S_{no(i)}, S_{s(i)}, S_{o(i)}, S_{nd(i)}, X_{ba(i)}, X_{bh(i)}); \end{aligned}$$

$$\frac{dS_{s(i)}}{dt} = \rho \left(\frac{Q^{BX}}{V_i} S_s^{BX} + \frac{U^P}{V_i} S_{s3} \right) - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (S_{s(i)} - S_{s(i-1)}) + r_{ss}(S_{no(i)}, S_{s(i)}, S_{o(i)}, X_{bh(i)}, X_{s(i)});$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_{o(i)}}{dt} = \rho \frac{Q^P}{V_i} S_{o3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (S_{o(i)} - S_{o(i-1)}) + v \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} U_o + \\ + r_o(S_{nh(i)}, S_{s(i)}, S_{o(i)}, X_{ba(i)}, X_{bh(i)}); \end{aligned}$$

$$\frac{dX_{s(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} X_{s3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (X_{s(i)} - X_{s(i-1)}) + r_{xs}(S_{no(i)}, S_{o(i)}, X_{ba(i)}, X_{bh(i)}, X_{s(i)});$$

$$\frac{dS_{nd(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} S_{nd3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (S_{nd(i)} - S_{nd(i-1)}) + r_{snd}(S_{no(i)}, S_{o(i)}, S_{nd(i)}, X_{bh(i)}, X_{nd(i)}, X_{s(i)});$$

$$\frac{dX_{nd(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} X_{nd3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (X_{nd(i)} - X_{nd(i-1)}) + r_{xnd}(S_{no(i)}, S_{o(i)}, X_{ba(i)}, X_{bh(i)}, X_{nd(i)}, X_{s(i)});$$

$$\frac{dS_{alk(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} S_{alk3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (S_{alk(i)} - S_{alk(i-1)}) + r_{alk}(S_{nh(i)}, S_{no(i)}, S_{s(i)}, S_{o(i)}, S_{nd(i)}, X_{ba(i)}, X_{bh(i)});$$

$$\frac{dX_{p(i)}}{dt} = \rho \frac{U^P}{V_i} X_{p3} - \frac{Q^{BX} + U^P}{V_i} (X_{p(i)} - X_{p(i-1)}) + r_{xp}(X_{ba(i)}, X_{bh(i)}), \quad i = 1, 2, 3,$$

где

$$\rho = \begin{cases} 1, & i = 1; \\ 0, & i = 2, 3, \end{cases} \quad \nu = \begin{cases} 1, & i = 2; \\ 0, & i = 1, 3, \end{cases} \quad U^P = \begin{cases} C_p, & Q^P > C_p; \\ Q^P, & 0 \leq Q^P \leq C_p; \\ 0, & Q^P < 0, \end{cases} \quad U_o = \begin{cases} C_o(\theta), & S_o^{BX} > C_o; \\ S_o^{BX}, & 0 \leq S_o^{BX} \leq C_o; \\ 0, & S_o^{BX} < 0, \end{cases}$$

при этом если индекс какой-либо переменной концентрации X_i или S_i принимает нулевое значение ($i = 0$), то соответствующая переменная равна нулю ($X_0 = 0, S_0 = 0$); ρ — коэффициент, учитывающий концентрации элементов рециркуляционного потока и их концентрации во входном потоке; ν — коэффициент, учитывающий концентрации растворенного кислорода, подаваемого в зону 2 (нитрификации); r — скорости изменения концентраций в результате химических реакций, представляющие собой нелинейные функции концентраций; U^P — сигнал управления расходом при рецикле; U_o — сигнал управления концентрацией кислорода; C_p, C_o — ограничения сверху для управляющих сигналов U^P и U_o ; θ — температура иловой смеси в реакторе; V_i — объем i -й зоны; концентрации аммонийного S_{nh} и нитратного S_{no} азота являются регулируемыми на выходе переменными.

На рис. 2 приведены графики переходных процессов концентраций аммонийного и нитратного азота на выходах двух- и трехзонного реакторов (кривые 1 и 2 соответственно) равного объема при одинаковых постоянных воздействиях на входе. Как видно из графиков, трехзонный реактор при одном и том же расходе входного потока обеспечивает лучшую очистку от соединений азота. По нитратному азоту отклонение переходного процесса от установившегося значения меньше и время установления также меньше.

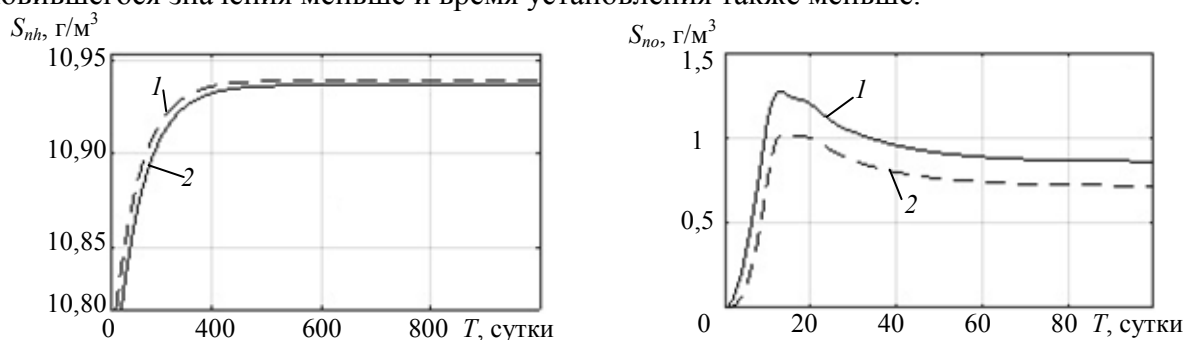


Рис. 2

На рис. 3 представлены графики концентраций аммонийного и нитратного азота на выходе трехзонного реактора с регулируемым рециклом из зоны нитрификации и регулируемой концентрацией растворенного кислорода в этой зоне. Переходные процессы получены при постоянном уровне подачи „средних“ загрязнений (кривая 1) и залповой подаче в течение 5 дней максимальных загрязнений в состоянии равновесия на 200-е сутки (кривая 2), а также при залпе максимальных загрязнений в начале процесса (кривая 3).

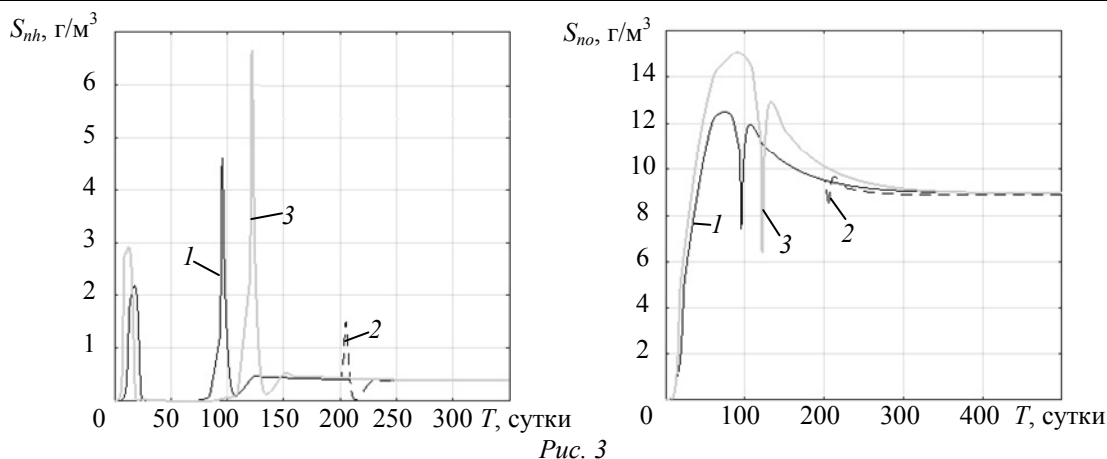


Рис. 3

Заключение. Разработанные динамические математические модели управляемых процессов нитрификации и денитрификации для трехзонного биореактора могут быть положены в основу построения установок биологической очистки сточных вод. Проведенные исследования с использованием предложенных моделей показали, что регулирование расхода рециркуляционного потока и концентрации растворенного кислорода в зоне нитрификации при фиксированном входном расходе позволяет обеспечить допустимые концентрации загрязнений на выходе при „средних“ концентрациях на входе. Система регулирования способна справляться с залповыми нагрузками, подаваемыми в различные моменты времени. Трехзонный реактор обеспечивает лучшую очистку, чем двухзонный за счет снижения негативного влияния кислорода при рецикле на денитрификацию. Таким образом, за счет предлагаемой схемы регулирования система может обеспечивать необходимое качество очистки при сравнительно широком диапазоне входных концентраций загрязнений. Это позволяет проектировать реакторы меньшего объема и, следовательно, снизить стоимость очистной установки.

В ходе исследования не учитывалось изменение температуры в реакторе и ее влияние на кинетические параметры системы и степень ограничения регулирования кислорода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Henze M., Grady C. P. L., Gujer W., Marais G. v. R., Matsuo T. Activated Sludge Model No. 1: Scientific and Technical Report. London: IAWPRC, 1987. 37 p.
2. Хенце М., Армозс П., Ля-Кур-Янсен Й., Арван Э. Очистка сточных вод. М.: Мир, 2009. 480 с.
3. Большаков Н. Ю. Биотехнологии на страже экосистемы // СтройПРОФИ. 2013. № 2(11). С. 54—56.
4. Грудяева Е. К., Душин С. Е. Анализ динамики процесса нитрификации в модели биологической очистки сточных вод ASM1 // Изв. СПбГЭТУ „ЛЭТИ“. 2015. Вып. 1. С. 12—17.
5. Гордеева Ю. Л., Гордеев Л. С. Математическая модель непрерывного процесса в биореакторе с рециклом субстрата и биомассы // Вестник АГТУ. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 2. С. 9—18.
6. Weijers S. R. Modelling, Identification and Control of Activated Sludge Plants for Nitrogen Removal. Eindhoven: Techn. Univ. Eindhoven, 2000. 235 p.
7. Stahl T., Duffy G., Kestel S., Gray M. Dissolved oxygen control based in real-time oxygen uptake rate estimation // Florida Water Resources Journal. 2013. N 4. P. 50—53.
8. СНиП 2.04.03-85. Канализация. Наружные сети и сооружения. М.: ОАО „ЦПП“, 2012. 97 с.

Сведения об авторах

- Елизавета Камаловна Грудяева** — аспирант; СПбГЭТУ „ЛЭТИ“, кафедра автоматки и процессов управления; E-mail: lizayo@yandex.ru
- Сергей Евгеньевич Душин** — д-р техн. наук, профессор; СПбГЭТУ „ЛЭТИ“, кафедра автоматки и процессов управления; E-mail: dushins@yandex.ru

Николай Николаевич Кузьмин — канд. техн. наук, профессор; СПбГЭТУ „ЛЭТИ“, кафедра автоматике и процессов управления; E-mail: nnkuzmin@etu.ru

Рекомендована кафедрой
автоматики и процессов управления

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Грудяева Е. К., Душин С. Е., Кузьмин Н. Н. Динамические модели управляемых биохимических процессов очистки сточных вод // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 732—737.

**DYNAMIC MODELS OF THE CONTROLLED BIOCHEMICAL PROCESSES
OF WASTEWATER TREATMENT**

E. K. Grudyaeva, S. E. Dushin, N. N. Kuzmin

*Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", 197022, Saint Petersburg, Russia
E-mail: lizayo@yandex.ru*

Nonlinear dynamic models of nitrification and denitrification processes in the bioreactor with the corresponding zones and the controlled recirculation contour are presented. The models are based on ASM1 model proposed by Henze to describe the microbiological processes in active sludge that involve removal of nitrogen compounds from wastewater, change of alkalinity, concentration of soluble substratum and inert compounds, as well as bacteria populations. Graphs of transient processes obtained with computer modeling are demonstrated.

Keywords: wastewater treatment, three-zone bioreactor, active sludge, nitrification, denitrification, control.

Data on authors

- Elizaveta K. Grudyaeva** — Post-Graduate Student; ETU "LETI", Department of Automation and Control Processes; E-mail: lizayo@yandex.ru
- Sergey E. Dushin** — Dr. Sci., Professor; ETU "LETI", Department of Automation and Control Processes; E-mail: dushins@yandex.ru
- Nikolay N. Kuzmin** — PhD, Professor; ETU "LETI", Department of Automation and Control Processes; E-mail: nnkuzmin@etu.ru

For citation: Grudyaeva E. K., Dushin S. E., Kuzmin N. N. Dynamic models of the controlled biochemical processes of wastewater treatment // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 732—737 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-732-737

АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЧЕТЫРЕХКОЛЕСНЫМ РОБОТОМ ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТИ

М. И. ЕВСТИГНЕЕВ, Ю. В. ЛИТВИНОВ, В. В. МАЗУЛИНА, Г. М. МИЩЕНКО

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: yurl13@yandex.ru

Рассматривается алгоритм управления мобильным роботом в условиях возникновения неизвестных препятствий на пути следования. Идентификация препятствия осуществляется с помощью системы технического зрения. В качестве мобильного робота рассматривается модель на основе четырехколесного шасси автомобильного типа с электроприводом.

Ключевые слова: мобильный робот, идентификация препятствий, техническое зрение.

Для выполнения своих функциональных задач роботы должны уметь автономно перемещаться по траекториям, заданным оператором. Как правило, в современных мобильных роботах (МР) для этой цели используется навигационная система, которая определяет координаты робота, планирует траекторию в текущий момент времени и управляет его движением. Для решения данных задач используются такие технические средства, как дальномеры, видеокамеры с механической обратной связью, стереовидеокамеры, гироскопы [1].

Системный анализ и программное обеспечение, необходимое для обработки данных, поступающих с указанных технических устройств, подразумевает выбор алгоритмов решения задач навигации, реализацию этих алгоритмов в виде программ и сравнение их работы по эффективности и надежности функционирования.

Мобильный робот представляет собой четырехколесную тележку с двумя ведущими задними колесами и двумя передними рулевыми, его схема представлена на рис. 1.

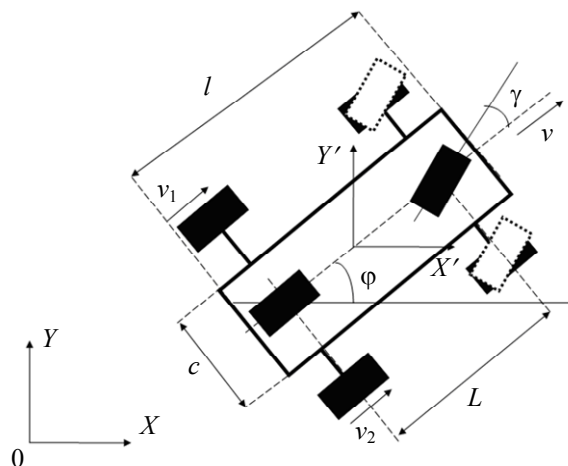


Рис. 1

В качестве переменных состояния колесного робота рассматриваются следующие величины: X' , Y' — координаты базовой точки робота; γ — угол поворота передних колес; φ — угол поворота центральной линии платформы; v — модуль вектора скорости робота.

Кинематическая модель робота описывается следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= v \cos \varphi; \\ \dot{Y} &= v \sin \varphi; \\ \dot{\varphi} &= \omega = \frac{v \operatorname{tg} \gamma}{L}, \end{aligned} \right\}$$

где L — расстояние от базовой точки до переднего колеса, ω — скорость вращения платформы вокруг вертикальной оси [2].

Перемещение робота описывается системой линейных дифференциальных уравнений [3]:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{1}$$

где A и B — матрицы состояния и управления соответственно, x — вектор состояний, u — вектор управления.

Представим непрерывную гладкую траекторию в дискретном виде, причем время дискретизации Δt стремится к нулю, а траектория на каждом дискретном участке линейна. Тогда система линейных уравнений (1), в соответствии с [3], может быть представлена в виде

$$x^{k+1} = \tilde{A}x^k + \tilde{B}u, \tag{2}$$

где $\tilde{A} = \Delta t A + \varepsilon$, $\tilde{B} = \Delta t B$, здесь ε — ошибка (отклонение от заданной траектории); k — шаг дискретизации.

Согласно [4] уравнение (2) можно представить в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} v_x^{k+1} \\ v_y^{k+1} \\ \omega^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x^k \\ v_y^k \\ \omega^k \end{bmatrix} + B \Delta t Q \cdot \begin{bmatrix} \Delta \omega_1 \\ \Delta \omega_2 \\ \Delta \omega_3 \\ \Delta \omega_4 \end{bmatrix},$$

где матрица управления

$$B = 2\pi r \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ -0,25 & 0,25 & 0,25 & -0,25 \\ -\frac{1}{2(c+l)} & \frac{1}{2(c+l)} & -\frac{1}{2(c+l)} & \frac{1}{2(c+l)} \end{bmatrix},$$

а матрица поворота

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \varphi^k & -\sin \varphi^k & 0 \\ \sin \varphi^k & \cos \varphi^k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

здесь r — радиус колес, c — ширина платформы, l — длина платформы.

Функциональная схема мобильного робота представлена на рис. 2.

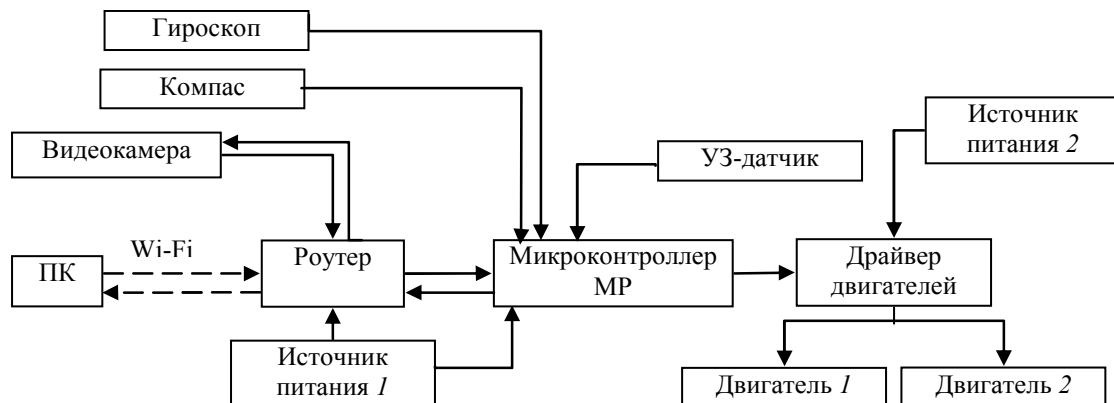


Рис. 2

Оператор формирует на персональном компьютере начальную траекторию (программу) движения МР с учетом известных на данный момент препятствий. Программа с компьютера (посредством Wi-Fi роутера) отсылается на микроконтроллер МР. Дальнейшее движение робота полностью автономно. С помощью датчиков (УЗ-датчика, видеокамеры, цифрового компаса, гироскопа) робот получает информацию о состоянии его рабочей зоны. На основе обработки этих данных начинается выполнение соответствующего заложенного в микроконтроллер алгоритма — движение по заданной траектории.

В работе [5] рассматривается алгоритм обнаружения роботом препятствия при движении по плоскости, способы его объезда и возвращения на первоначально заданную траекторию. Применительно к движению по пересеченной местности этот алгоритм следует доработать, так как робот может принять наклонную поверхность за препятствие и начать его объезжать, что потребует дополнительных энергетических и временных затрат (рис. 3).

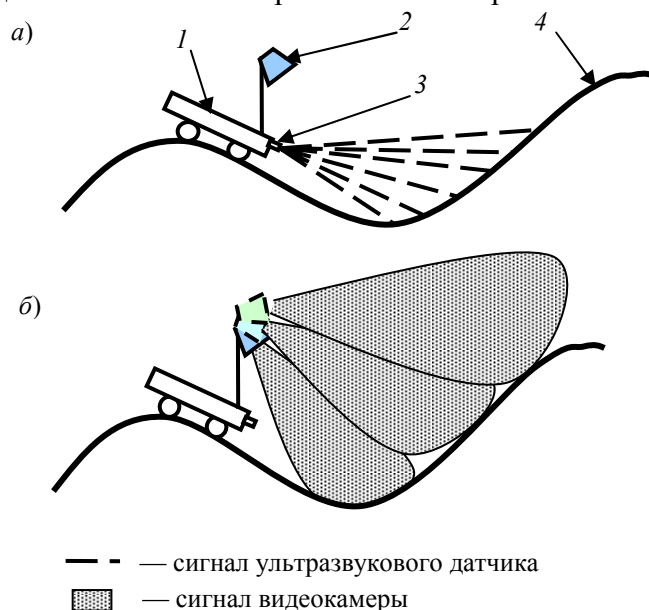


Рис. 3

При движении МР 1 по пересеченной местности возможен вариант, когда УЗ-датчик 3 примет противоположный склон 4 как препятствие (см. рис. 3, а). В этом случае включается видеокамера 2, которая начинает сканирование местности в вертикальной плоскости (рис. 3, б). Далее с помощью алгоритма распознавания образов анализируется последовательность видеок кадров и определяются границы возможного препятствия и его наклон. Если препятствие не имеет четких границ, то система технического зрения определяет это не как препятствие, а как подъем местности. Мощности двигателей рассматриваемой модели МР недостаточно для преодоления подъема с углом наклона более 30° . Если данные с гироскопа и видеокамеры превышают это значение, то МР будет идентифицировать впереди лежащую поверхность как препятствие и приступит к выполнению маневра объезда. Иначе, он продолжит движение по заданной траектории.

Таким образом, разработаны алгоритмы анализа окружающей обстановки с использованием системы технического зрения и выработки на их основе команд управления мобильным роботом при движении по пересеченной местности. Проведенное моделирование показало работоспособность предложенного подхода к указанной проблеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Литвинов Ю. В., Мазулина В. В., Фролов С. Н., Салмыгин И. П., Бушуев А. Б. Использование веб-камеры для обнаружения препятствий на пути движения мобильного робота // Системы обработки информации. Информационные проблемы теории акустических, радиоэлектронных и телекоммуникационных систем. 2013. № 7 (114). С. 24—26.

2. Канатников А. Н., Касаткина Т. С. Особенности перехода к путевым координатам в задаче путевой стабилизации // Наука и образование: МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электронный журнал. 2012. № 7.
3. Караваяев Ю. Л., Трефилов С. А. Дискретный алгоритм управления по отклонению мобильным роботом с омниколесами // Нелинейная динамика. 2013. Т. 9, № 1. С. 91—100.
4. Красовский А. А. Справочник по теории автоматического управления. М.: Наука, 1987. 712 с.
5. Мазулина В. В., Литвинов Ю. В., Щаев Е. Г., Мищенко Г. М. Управление мобильным роботом на трассе с препятствиями // Научные достижения XXI века. Достижения и перспективы нового столетия. 2014. Т. 5, № 2. С. 34—38.

Сведения об авторах

- Максим Игоревич Евстигнеев** — магистрант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: maksim269@mail.ru
- Юрий Володарович Литвинов** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики E-mail: yurl13@yandex.ru
- Вероника Васильевна Мазулина** — магистрант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: nikasummit@rambler.ru
- Галина Михайловна Мищенко** — магистрант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: nipleg@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: *Евстигнеев М. И., Литвинов Ю. В., Мазулина В. В., Мищенко Г. М.* Алгоритмы управления четырехколесным роботом при движении по пересеченной местности // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 738—741.

ALGORITHMS OF CONTROL OVER FOUR-WHEEL ROBOT MOVING OVER ROUGH TERRAIN

M. I. Evstigneev, Yu. V. Litvinov, V. V. Mazulina, G. M. Mishchenko

*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: yurl13@yandex.ru*

An algorithm of control over mobile robot is considered for the case of unknown obstacles on the route. Identification of an obstacle is carried out with the use of a technical vision system. A model based on four-wheel motorcar-type chassis is used as an example of mobile robot.

Keywords: mobile robot, obstacle identification, technical vision.

Data on authors

- Maksim I. Evstigneev** — Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: maksim269@mail.ru
- Yury V. Litvinov** — PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: yurl13@yandex.ru
- Veronika V. Mazulina** — Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: nikasummit@rambler.ru
- Galina M. Mishchenko** — Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: nipleg@mail.ru

For citation: *Evstigneev M. I., Litvinov Yu. V., Mazulina V. V., Mishchenko G. M.* Algorithms of control over four-wheel robot moving over rough terrain // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 738—741 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-738-741

ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ МНОГОМАЯТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ ПРИ КОММУНИКАЦИОННЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Б. Р. Андриевский¹, А. Л. Фрадков¹, А. Б. Андриевский²

¹ *Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: bandri@yandex.ru

² *Институт проблем машиноведения РАН, 199178, Санкт-Петербург, Россия*

Для мехатронного комплекса — многомаятникового стенда — продемонстрировано применение процедуры кодирования-декодирования данных, основанной на использовании модели динамики объекта и встроенного наблюдающего устройства с малой загрузкой канала связи. Результаты экспериментальных исследований на стенде показали эффективность предложенного метода передачи информации для реальной системы с неопределенностью модели объекта при ошибках измерений и потере данных в канале связи.

Ключевые слова: *многомаятниковая установка, математическая модель, передача данных, канал связи, оценивание состояния, эксперимент.*

Введение. В последнее десятилетие большой интерес вызывают сетевые системы управления. Идея их построения заключается в использовании последовательных сетей связи для обмена информацией и сигналов управления между различными физическими компонентами систем, которые могут быть физически распределенными. Сетевые системы управления представляют собой системы реального времени, в которых данные между чувствительными и исполнительными элементами, а также между элементами и регулятором передаются через общую или переключаемую сеть связи (см., например, [1—3]). Включение сети связи в систему управления может привести к снижению общей производительности системы из-за ошибок квантования, задержки сигнала во времени и утрате отдельных результатов измерений. В связи с цифровым характером канала связи каждый передаваемый сигнал квантуется конечным набором символов [1]. Таким образом, конечно-множественный характер циркулирующих в системе данных должен быть явно принят во внимание при проектировании сетевых систем управления.

Важной проблемой является снижение скорости передачи потока данных по цифровому каналу связи. Алгоритмическому решению этой проблемы посвящено множество исследований [4—7], где, в частности, показано, что управление линейными системами и наблюдение за ними возможно тогда и только тогда, когда пропускная способность канала связи превышает скорость производства системой энтропии в окрестности состояния равновесия (так называемая „теорема о скорости передачи данных“) [8—12]. Предложены различные схемы кодирования-декодирования данных, позволяющие приблизиться к минимально возможной скорости их передачи. Известны два способа решения этой задачи: применение интеллектуальных датчиков, в алгоритмах работы которых используются модели динамики объекта,

и масштабирование (*zooming*), т.е. обновление диапазона кодирования данных во время управления процессом или наблюдения за ним [13—16].

Синхронизация нелинейных систем при коммуникационных ограничениях исследована в работах [17—21]. Показано, что для схемы с кодером-декодером первого порядка верхняя предельная граница ошибки синхронизации пропорциональна максимальной скорости изменения передаваемого по каналу связи сигнала и обратно пропорциональна скорости передачи информации (пропускной способности канала). Установлено, что при идеальном канале связи и неискаженных измерениях алгоритмы синхронизации с парой кодер/декодер полного порядка обеспечивают экспоненциальное затухание ошибки синхронизации, если пропускная способность канала связи превышает определенный порог. Подход, предложенный в работе [20], был впоследствии применен при наблюдении нелинейных систем по каналу связи с ограниченной пропускной способностью [21—24].

Метод оценивания состояния системы. Следуя работам [23—24], опишем метод оценивания состояния по каналу связи. Рассмотрим модель объекта в следующей *форме Лурье* (линейная часть и нелинейность в обратной связи по выходу):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\psi(y), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ — вектор переменных состояния объекта; $y(t)$ — скалярная выходная переменная; A — $n \times n$ -матрица; B — $n \times 1$ -матрица; C — $1 \times n$ -матрица; $\psi(y)$ — непрерывная нелинейная функция.

Считаем, что измеряется только выходная переменная $y(t)$ объекта. Задача состоит в оценивании неизмеряемого вектора состояния $x(t)$ с помощью удаленного наблюдающего устройства на основе доступных измерений с учетом ограниченности скорости передачи данных по каналу связи. С этой целью вводится следующий *нелинейный наблюдатель полного порядка*:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B\psi(\hat{y}) + L\varepsilon(t), \quad \hat{y}(t) = C\hat{x}(t), \quad (2)$$

где $\hat{x}(t) \in R^n$ — вектор оценок состояния объекта; $\hat{y}(t)$ — скалярная выходная переменная наблюдателя; $\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ — сигнал ошибки между выходами объекта и наблюдателя; L — $n \times 1$ -матрица, подлежащая выбору при синтезе наблюдателя.

Предполагается, что оценки состояния, вырабатываемые на стороне передатчика, формируются интеллектуальным сенсором на основе полной информации о выходе объекта (с учетом погрешности измерений) и по каналу передается только скалярная переменная, причем вместо значений $y(t)$ передается $\varepsilon(t)$. Согласно „*условию равноосведомленности*“ [4, 6] ошибка оценивания $\varepsilon(t)$ должна кодироваться в наблюдателе на стороне источника сигнала символами из конечного алфавита в дискретные моменты времени $t_k = kT$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ — дискретное время, T — интервал квантования. Полученная в результате кодирования величина $\bar{\varepsilon}[k] = \bar{\varepsilon}(t_k)$ должна использоваться вместо $\varepsilon(t)$ в наблюдателе (2), таким образом, наблюдатель принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + B\psi(\hat{y}) + L\bar{\varepsilon}(t), \quad \hat{y}(t) = C\hat{x}(t), \\ \bar{\varepsilon}(t) &= \bar{\varepsilon}[k] \quad \text{при } t \in [t_k, t_{k+1}), \quad t_k = kT. \end{aligned} \quad (3)$$

Значение $\bar{\varepsilon}[k]$ передается через канал связи приемнику, где воспроизводится процедура оценивания состояния, а именно — в декодере выполняется алгоритм

$$\dot{\hat{x}}_d(t) = A\hat{x}_d(t) + B\psi(\hat{y}_d) + L\bar{\varepsilon}(t), \quad \hat{y}_d(t) = C\hat{x}_d(t), \quad (4)$$

где $\hat{x}_d(t) \in R^n$ — вектор оценки состояния объекта, генерируемый в декодере, причем $\hat{x}_d(0) = \hat{x}(0)$.*

При преобразовании дискретной последовательности $\bar{e}[k]$ в непрерывный сигнал $\bar{e}(t)$, входящий в формулу (4), используется экстраполятор нулевого порядка, так что $\bar{e}(t) = \bar{e}[k]$ при $kT \leq t < (k+1)T$.

Процедуры кодирования. Рассмотрим статический кодер (кодер без памяти) с равномерной дискретизацией и фиксированным диапазоном преобразования. Зададим вещественное $M > 0$ и целое $v \geq 0$. Построим процедуру кодирования на основе отображения $q_{v,M} : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, задающего равномерное по уровню квантование в интервале $I = [-M, M]$.

Введем шаг квантования $\delta = 2^{1-v} M$ и определим функцию квантования (кодирования) как

$$q_{v,M}(y) = \begin{cases} \delta \cdot \langle \delta^{-1} y \rangle, & \text{если } |y| \leq M; \\ M \operatorname{sgn} y, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5)$$

где $\langle \cdot \rangle$ — функция округления до ближайшего целого.

Очевидно, что $|y - q_{v,M}(y)| \leq \delta/2$ для всех y , таких что $|y| \leq M + \frac{\delta}{2}$, и все значения $q_{v,M}(y)$ принадлежат диапазону преобразования I . Заметим, что передаваемое по каналу кодовое слово содержит $R = \log_2(2^v + 1)$ бит информации.

Известна [12—16] более совершенная схема кодирования, в основе которой лежит идея изменения параметра M вместе с заменой симметричного интервала I на интервал Y_{k+1} , охватывающий некоторую окрестность предсказанного по данным предыдущих измерений на $(k+1)$ -м шаге значения выходного сигнала $y_{k+1} \in Y_{k+1}$. Если интервал Y_{k+1} мал по сравнению с возможным отклонением значения y от предсказанного, то можно уменьшить величину M , шаг квантования δ и, следовательно, точность воспроизведения сигнала, не увеличивая при этом информационную нагрузку канала связи. Для реализации этой идеи используются *кодирующие устройства с памятью*. Изменение параметра M во времени на каждом такте (шаге) k передачи данных аналогично масштабированию изображения в оптических системах. Такой подход позволяет повысить точность кодирования данных в установившемся режиме, предотвращая, в то же время, насыщение кодирующего устройства в начале процесса.

Последовательность M_k может быть рассчитана заранее и может вводиться программно (так называемое „изменение масштаба, управляемое временем“), либо значения M_k могут быть вычислены рекуррентно на основе текущих измерений („изменение масштаба, управляемое событиями“) [15, 22].

Опишем процедуру кодирования подробнее [19—24]. Кодирование данных и их передача через канал связи осуществляется в дискретные моменты времени $t_k = kT_0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ — номер шага, T_0 — *интервал квантования по времени (интервал выборки)*. Выходной сигнал $y(t)$ объекта измеряется датчиком и преобразуется в дискретную последовательность значений $y_k = y(kT_0)$. Введем последовательность *смещений* c_k с нулевым начальным значением $c_0 = 0$. На k -м шаге работы кодера сравниваются текущее значение y_k

* Считаем, что получаемые результаты измерений — без искажений, запаздывание и искажение в канале связи отсутствуют.

со смещением c_k , выработанным на предыдущем шаге, и формируется сигнал рассогласования $\delta y_k = y_k - c_k$. Этот сигнал затем подвергается квантованию по уровню с заданной разрядностью ν и текущим значением масштаба $M = M_k$ в соответствии с выражением (5). Выходной сигнал кодера

$$\bar{\delta y}_k = q_{\nu, M_k}(\delta y_k) \quad (6)$$

передается через канал связи в виде символа, содержащего до r бит информации из выбранного алфавита. Смещение c_{k+1} и масштаб M_k пересчитываются по следующему алгоритму:

$$c_{k+1} = c_k + \bar{\delta y}_k, \quad c_0 = 0, \quad k = 0, 1, \dots; \quad (7)$$

$$M_k = (M_0 - M_\infty)\rho^k + M_\infty, \quad (8)$$

где $\rho \in (0, 1)$ — параметр затухания сигнала, M_∞ — асимптотически предельное значение M_k ; начальное значение M_0 должно быть достаточно большим, чтобы охватывалась вся область начальных значений выходного сигнала y_0 .

Уравнения (3), (6) — (8) описывают алгоритм работы кодирующего устройства. Аналогичные соотношения рассчитываются декодером, который вычисляет значения \tilde{c}_k , \tilde{M}_k по переданным через канал связи в виде кодов значениям $\bar{\delta y}_k$. Декодирующее устройство формирует на выходе сигнал

$$\tilde{y}_k = \tilde{c}_k + \bar{\delta y}_k, \quad (9)$$

который совпадает с квантованным сигналом \bar{y}_k . Далее, значение \bar{y}_k „расширяется“ экстраполятором нулевого порядка на весь интервал квантования по времени $[kT_0, (k+1)T_0)$, и на выходе декодирующего устройства формируется процесс непрерывного времени $\bar{y}(t)$.

Экспериментальная установка. Экспериментальное исследование представленных в работах [19—24] схем передачи данных проводилось для сложной механической системы — цепи маятников, входящей в состав многомаятникового мехатронного стенда Института проблем машиноведения РАН (Санкт-Петербург) [25—27].

Многомаятниковый мехатронный стенд содержит модульную многосекционную механическую колебательную систему, электронное оборудование (включая средства связи с центральным компьютером), электрический двигатель с компьютерным управлением, персональный компьютер для обработки данных и представления результатов управления в режиме реального времени.

Установка состоит из набора взаимосвязанных маятниковых секций, диффузно соединенных пружинами. В основании каждой секции имеется платформа для размещения электронного оборудования и датчиков угла поворота. На оси вращения маятника установлен диск оптического датчика, служащего для измерения угла поворота и определения направления вращения маятника. Диск имеет 90 прорезей, которые при вращении перекрывают щель датчика на опоре маятника. Датчик состоит из излучателя (светоизлучающего диода) и приемника (фотодиода). Полученные последовательности сигналов позволяют измерять угол (фазу) и скорость вращения маятника.

Оси соседних маятниковых секций связаны торсионными пружинами, осуществляющими взаимодействие между маятниками, что обеспечивает обмен энергией между соседними секциями. В принципе может быть подключено любое количество секций. В настоящее

время изготовлены механические части 50 секций. Фотография цепи из 12 секций представлена на рис. 1.



Рис. 1

Система обмена данными предназначена для их передачи от центрального компьютера к интерфейсным платам маятниковых секций. Каждая плата представляет собой интеллектуальное электронное устройство хранения и обработки результатов измерений, предназначенное для разгрузки процессора управляющего компьютера. Центральный управляющий компьютер содержит процессор Intel Celeron и служит для высокоуровневого управления локальными контроллерами модульных секций, а также для обработки и визуализации результатов экспериментов. Компьютер работает под управлением операционной системы GNU/Linux. Результаты экспериментов могут обрабатываться в программных средах MatLab или Scilab [28].

Результаты экспериментов. Экспериментальные данные, полученные на стенде, были использованы для исследования описанного выше метода передачи данных с малой загрузкой канала связи [23—25].

В экспериментах использовалась цепь из четырех маятниковых секций и двигателя, присоединенного к секции № 1 через торсионную пружину. В ходе экспериментов на двигатель подавалось управляющее напряжение в виде гармонического сигнала или нерегулярных колебаний. Углы поворота приводного вала и маятников измерялись посредством оптических датчиков с частотой дискретизации 500 Гц с погрешностью $3,5 \cdot 10^{-2}$ рад. Затем результаты измерений обрабатывались алгоритмами кодирования для передачи по каналу связи. Изменение угла φ , соответствующего крайнему „левому“ положению маятника (угол вала двигателя), может рассматриваться как экзогенное воздействие, приложенное к установке (цепи маятников). Для передачи значения угла φ использовался кодер первого порядка.

При построении кодеров полного порядка на основе наблюдателей для маятниковых секций использована следующая модель динамики цепочки, нормализованная относительно моментов инерции маятников [24, 25]:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + \mu \dot{\varphi}_1 + \omega_0^2 \sin \varphi_1 - k_{\text{тр}} (\varphi_2 - 2\varphi_1) &= k_{\text{тр}} u(t); \\ \dots\dots\dots \\ \ddot{\varphi}_i + \mu \dot{\varphi}_i + \omega_0^2 \sin \varphi_i - k_{\text{тр}} (\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) &= 0, \quad i = 2, \dots, N-1; \\ \dots\dots\dots \\ \ddot{\varphi}_N + \mu \dot{\varphi}_N + \omega_0^2 \sin \varphi_N - k_{\text{тр}} (\varphi_N - \varphi_{N-1}) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где N — число маятников в цепи; φ_i — угол отклонения i -го маятника от вертикального положения; μ , ω_0 , $k_{\text{тр}}$ — коэффициент вязкого трения, собственная частота колебаний маятника при малой амплитуде и жесткость торсионной пружины соответственно; $u(t)$ — угол поворота ротора двигателя.

Рассмотрим решение задачи снижения объема передаваемых по шине данных на основе описанного метода кодирования. Пусть значения углов отклонения некоторых маятников измеряются с минимально возможной ошибкой и передаются с требуемой частотой по каналу связи, тогда как значения углов отклонения остальных маятников передаются через процедуру кодирования на основе кодера полного порядка.

Модель (10) использована для синтеза алгоритма оценивания состояния (3), применяемого в кодере полного порядка. На основе процедуры идентификации были получены следующие значения: $\mu=0,95 \text{ с}^{-1}$, $\omega_0=5,5 \text{ с}^{-1}$, $k_{\text{тр}}=5,8 \text{ с}^{-2}$. Выбор матрицы L выполнен методом расположения полюсов наблюдателя, так чтобы получить многочлен Баттерворта [29]: $\det(\lambda I - A + LC) = \lambda^2 + 1,4\Omega\lambda + \Omega^2$, где параметр $\Omega = 5 \text{ с}^{-1}$. В выражении (8) выбраны следующие значения: $M_0 = 0,5$, $M_\infty = -0,01$, $\rho = 0,829$. Время выборки для каждого канала (один двигатель и четыре маятника) определено из интервала [10; 100] мс.

Количество двоичных разрядов кодирования варьировалось от $\nu = 1$ (двоичный кодер) до $\nu = 9$. Для передачи и оценки значений углов отклонения маятника были реализованы две схемы кодирования [19—22]: кодер первого порядка с наблюдателем на стороне приемника (для передачи значения угла поворота двигателя) и кодер полного порядка с наблюдателем на стороне кодера и декодера (для передачи значений углов отклонения маятников). Результаты измерений обрабатывались с помощью процедур передачи данных и рассчитывались ошибки оценивания. Следует отметить, что „точные“ значения углов отклонения маятников из-за погрешности оптических датчиков не известны, что сказывается на оценке точности по результатам экспериментов. Скорость передачи данных для соответствующего канала рассчитывалась как $R = \nu/T_0$.

Результаты экспериментов показаны на рис. 2—5. Примеры процессов изменения угловых положений маятников № 1, 2 и переданных по каналу связи значений φ_i для различных скоростей передачи данных по каналу двигателя (R_m) и каналу маятника (R_φ) приведены на рис. 2, 3.

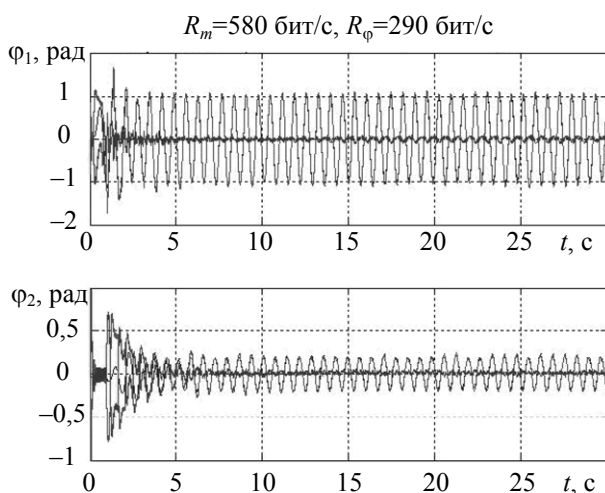


Рис. 2

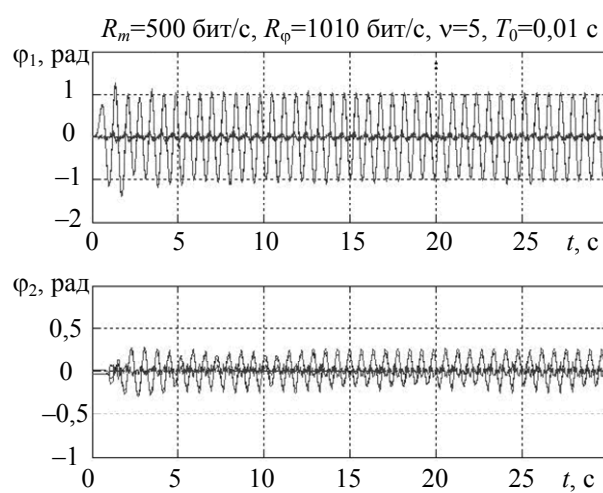


Рис. 3

Зависимости обобщенного показателя точности — среднеквадратической относительной ошибки передачи данных (Q) в установившемся режиме — от параметров процедуры кодирования при $\nu = 2, \dots, 9$ представлены на рис. 4, 5.

Полученные результаты соответствуют теоретическим положениям работ [17—22], согласно которым двоичный кодер оптимален относительно загрузки канала связи, необходимой для обеспечения требуемой точности, а для кодера полного порядка существует

определенный порог, ограничивающий минимально допустимую загрузку канала для передачи данных.

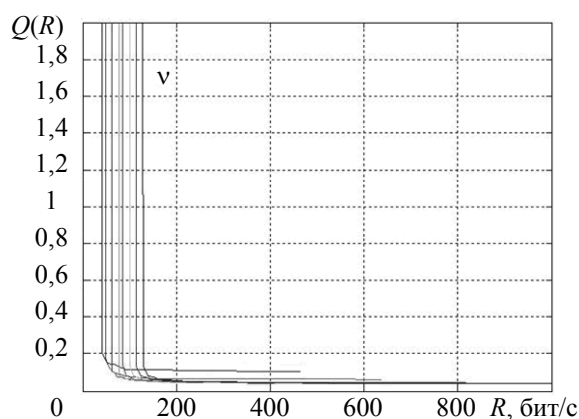


Рис. 4

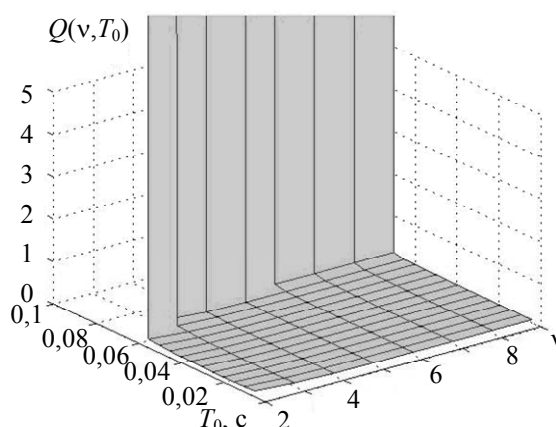


Рис. 5

Заключение. Рассмотрен метод удаленного оценивания состояния колебательной системы посредством передачи данных по цифровому каналу связи с использованием модели динамики объекта при реализации встроенного наблюдателя для сложной механической системы — многомаятниковой установки. Экспериментально определено, что скорость передачи данных может быть принята равной 200 бит/с, — это обеспечивает приемлемую точность передачи данных о состоянии объекта по цифровому каналу связи. Согласно результатам экспериментов в случае кодера полного порядка существует порог, ограничивающий снизу допустимую загрузку канала связи для надежной передачи данных, что подтверждает теоретические результаты работ [17—22].

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при поддержке Российского научного фонда (грант 14-29-00142) в ИПМаш РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ishii H., Francis B. A. Stabilizing a linear system by switching control with dwell time // IEEE Trans. on Automatic Control. 2002. Vol. 47, N 12. P. 1962—1973.
2. Goodwin G., Haimovich H., Quevedo Q., Welsh J. A moving horizon approach to networked control system design // IEEE Trans. on Automatic Control. 2004. Vol. 49, N 9. P. 1427—1445.
3. Abdallah C. T., Tanner H. G. Complex networked control systems: Introduction to the special section // IEEE Control Systems Magazine. 2007. Vol. 27, N 4. P. 3—32.
4. Nair G. N., Fagnani F., Zampieri S., Evans R. Feedback control under data rate constraints: An overview // Proc. IEEE. 2007. Vol. 95, N 1. P. 108—137.
5. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Управление и наблюдение через каналы связи с ограниченной пропускной способностью // Гирокоспия и навигация. 2009. № 4 (67). С. 103—114.
6. Андриевский Б. Р., Матвеев А. С., Фрадков А. Л. Управление и оценивание при информационных ограничениях: к единой теории управления, вычислений и связи // Автоматика и телемеханика. 2010. № 4. С. 34—99.
7. Matveev A. S., Savkin A. V. Estimation and Control over Communication Networks. Boston: Birkhauser, 2009.
8. Nair G. N., Evans R. J. State estimation via a capacity-limited communication channel // Proc. of the 36th IEEE Conf. on Decision and Control, San Diego, California, USA, Dec. 1997. P. 866—871.
9. Nair G. N., Evans R. J. Communication-limited stabilization of linear systems // Proc. of the 39th IEEE Conf. on Decision and Control, Sydney, Australia, Dec. 2000. P. 1005—1010.
10. Nair G. N., Evans R. J. Mean square stabilisability of stochastic linear systems with data rate constraints // Proc. of the 41st IEEE Conf. on Decision and Control, Las Vegas, Nevada. USA, Dec. 2002. Vol. WeM02. P. 1632—1637.

11. *Nair G. N., Evans R. J.* Stability of model-based networked control systems with time-varying transmission times // *Systems & Control Letters*. 2000. Vol. 41. P. 49—56.
12. *Nair G. N., Evans R. J.* Exponential stabilisability of finite-dimensional linear systems with limited data rates // *Automatica*. 2003. Vol. 39. P. 585—593.
13. *Liberzon D.* Nonlinear stabilization by hybrid quantized feedback / Eds.: *N. Lynch, B. Krogh*. Berlin — Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. P. 243—257.
14. *Brockett R. W., Liberzon D.* Quantized feedback stabilization of linear systems // *IEEE Trans. on Automatic Control*. 2000. Vol. 45, N 7. P. 1279—1289.
15. *Liberzon D.* Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals // *Automatica*. 2003. Vol. 39. P. 1543—1554.
16. *Tatikonda S., Mitter S.* Control under communication constraints // *IEEE Trans. on Automatic Control*. 2004. Vol. 49, N 7. P. 1056—1068.
17. *Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J.* Chaotic observer-based synchronization under information constraints // *Physical Rev. E*. 2006. Vol. 73. P. 066209.
18. *Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л.* Метод пассивации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации // *Автоматика и телемеханика*. 2006. № 11. С. 3—37.
19. *Фрадков А. Л., Андриевский Б. Р.* Адаптивная синхронизация нелинейных систем // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2007. Т. 50, № 10. С. 17—23.
20. *Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J.* Synchronization of passifiable Lurie systems via limited-capacity communication channel // *IEEE Trans. Circuits Syst. I*. 2009. Vol. 56, N 2. P. 430—439.
21. *Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J.* Hybrid quantised observer for multi-input-multi-output nonlinear systems // *Proc. of the 17th IEEE Intern. Conf. Control Applications (CCA 2008)*, San Antonio, Texas, USA, 3—5 Sept., 2008. P. 1195—1200.
22. *Fradkov A. L., Andrievsky B., Peaucelle D.* Estimation and control under information constraints for LAAS helicopter benchmark // *IEEE Trans. on Control Systems Technology*. 2010. Vol. 18, N 5. P. 1180—1187.
23. *Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л.* Метод пассивации в задачах синхронизации и оценивания состояния нелинейных систем по цифровому каналу связи // *Управление большими системами: Сб. тр.* 2011. № 35. С. 20—58.
24. *Фрадков А. Л., Андриевский Б. Р., Андриевский А. Б.* Оценивание состояния пассивируемых нелинейных систем при коммуникационных ограничениях // *Информационно-управляющие системы*. 2011. № 1. С. 28—33.
25. *Fradkov A. L., Andrievsky B., Boykov K. B.* Multipendulum mechatronic setup: Design and experiments // *Mechatronics*. 2012. Vol. 22, N 1. P. 76—82.
26. *Fradkov A. L., Andrievskiy B., Boykov K. B., Lavrov B. P.* Multipendulum mechatronic setup for studying control and synchronization // *Dynamics and Control of Hybrid Mechanical Systems: World Scientific Series on Nonlinear Science* / Eds.: *G. Leonov, H. Nijmeijer, A. Pogromsky, A. Fradkov*. Singapore: World Scientific, 2010. Ser. B, Vol. 14. P. 211—222.
27. *Фрадков А. Л., Андриевский Б. Р., Бойков К. Б., Андриевский А. Б.* Многомаятниковый мехатронный комплекс // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2011. № 1. С. 41—54.
28. *Андриевский А. Б., Андриевский Б. Р., Капитонов А. А., Фрадков А. Л.* Решение инженерных задач в среде Scilab: Учеб. пособие. СПб: НИУ ИТМО, 2013.
29. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.

Сведения об авторах

- Борис Ростиславич Андриевский** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра управления сложными системами; E-mail: bandri@yandex.ru
- Александр Львович Фрадков** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра управления сложными системами; E-mail: fradkov@mail.ru
- Алексей Борисович Андриевский** — аспирант; ИПМаш РАН, E-mail: andrievskyalexey@gmail.com

Ссылка для цитирования: Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л., Андриевский А. Б. Оценивание состояния много-маятниковой системы при коммуникационных ограничениях // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 742—750.

**STATE ESTIMATION
OF THE MULTIPENDULUM SETUP UNDER COMMUNICATION CONSTRAINTS**

B. R. Andrievsky¹, A. L. Fradkov¹, A. B. Andrievsky²

¹ *ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: bandri@yandex.ru*

² *Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,
199178, Saint Petersburg, Russia*

Application of the coding-decoding procedure based on a plant dynamics model for implementation of embedded observer with low-bitrate data transmission channel is demonstrated for computer-controlled mechanical system — a multipendulum setup. Experimental results show efficiency of the proposed method in the case of corrupted measurements and plant model uncertainty.

Keywords: multipendulum setup, mathematical model, data transmission, communication channel, state estimation, experiment.

Data on authors

- Boris R. Andrievsky** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Complex Systems Control; E-mail: bandri@yandex.ru
- Alexander A. Fradkov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Complex Systems Control; E-mail: fradkov@mail.ru
- Alexey B. Andrievsky** — Post-Graduate Student; IPME RAS; E-mail: andrievskyalexey@gmail.com

For citation: Andrievsky B. R., Fradkov A. L., Andrievsky A. B. State estimation of the multipendulum setup under communication constraints // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 742—750 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-742-750

ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА СВЯЗИ КАК ГАРАНТИЯ КАЧЕСТВА ЦИФРОВОГО ДИСТАНЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫМ ТЕХНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Е. С. ЛИХОЛЕТОВА, О. С. НУЙЯ, Р. О. ПЕЩЕРОВ, А. В. УШАКОВ

¹ *Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: olga.nuyya@gmail.com

На примере задачи цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом показано, что пропускная способность в предоставленной канальной среде может оказаться основным ограничением возможности достижения требуемого качества системы управления. Положения статьи иллюстрируются примером.

Ключевые слова: пропускная способность, канал связи, дистанционное управление, непрерывная система, среда, полоса пропускания, передаточная функция, помехозащищенный код.

Введение. Постановка задачи. Рассмотрим непрерывную систему типа „одномерный вход—одномерный выход“ (ОВОВ), аналитически сконструированную любым из доступных в настоящее время способов [1], так что она описывается передаточной функцией „вход—выход“, параметризованной характеристической частотой ω_0 :

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{(n-i)}}. \quad (1)$$

В передаточной функции (1) коэффициенты $v_i, i = \overline{1, n}$, задают [1] характер распределения корней полинома $D(s, \omega_0) = s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{(n-i)}$, а характеристическая частота ω_0 — размеры области локализации корней на комплексной плоскости. Параметр ω_0 определяет основные показатели [1] непрерывной системы как в переходном, так и в установившемся режиме: это — длительность переходного процесса, добротность по скорости, полосы пропускания на различных уровнях амплитудных частотных характеристик отношений „вход—выход“ и „вход—ошибка“. Инвариантными к значению параметра ω_0 являются такие показатели системы, как величина перерегулирования переходной характеристики, число ее полуколебаний за время переходного процесса и запасы устойчивости.

Ставится задача оценить, как изменятся условия реализуемости требуемого значения характеристической частоты ω_0 при рассмотрении передаточной функции (1) в задаче организации цифрового дистанционного онлайн управления непрерывным техническим объектом (НТО) в канальной среде, связывающей его с устройством формирования цифрового сигнала управления по прямому и обратному каналам связи (КС).

Системные факторы канальной среды. Наличие канальной среды в задаче цифрового дистанционного онлайн управления при использовании протокола PPP (Point-to-Point Protocol) [2] порождает необходимость учитывать следующие системные факторы.

1. Осуществление терминальными аппаратными средствами четырехфазного преобразования „параллельный — последовательный“ при передаче и „последовательный — параллельный“ при приеме в прямом и обратном каналах связи с задержкой, равной длительности преобразуемого кода в каждом из КС.

2. Использование при передаче помехозащищенных кодов, что приводит к увеличению формата передаваемого кода за счет введения в его состав проверочных разрядов.

3. Коррекция обнаруженных искажений передаваемых помехозащищенных кодов с временными затратами, определяемыми способом организации коррекции.

4. Обмен информацией в „дуплексной“ или „полудуплексной“ формах в зависимости от конкретных свойств используемого последовательного интерфейса (телемеханического протокола), сопровождающийся дополнительными временными затратами.

5. Выполнение процедуры скремблирования — дескремблирования передаваемой/принимаемой кодовой комбинации цифрового сигнала управления для обеспечения синхронной работы генераторов передающей и принимающей сторон, что требует дополнительных временных затрат.

6. Использование динамического наблюдающего устройства при формировании сигнала управления даже в случае полной непосредственной измеримости компонентов вектора состояния в силу скалярной природы канальной среды.

Первый системный фактор увеличивает размерность дискретной модели НТО на два, так что при разработке системы цифрового управления приходится иметь дело с агрегированным дискретным объектом размерностью $n_A = n + 2$: „задержка на цикл передачи сигнала цифрового управления в прямом КС — дискретная модель НТО порядка n — задержка на цикл передачи выходного сигнала в обратном КС“. В случае использования аппарата модального управления [3—5] придется выбирать модальную модель также размерностью n_A .

Системные факторы 2—5 увеличивают в различной мере интервал дискретности Δt , в соответствии с которым осуществляется обмен информацией по прямому и обратному каналам системы, по сравнению с длительностью Δt_b бита используемого телемеханического протокола (ТМП). Учет системных факторов приводит к следующим представлениям агрегированного интервала дискретности Δt :

— в случае „дуплекса“ без скремблирования:

$$\Delta t = \Delta t_b (n_d + m + 1); \quad (2)$$

— в случае „полудуплекса“ без скремблирования:

$$\Delta t = 2\Delta t_b (n_d + m + 1); \quad (3)$$

— в случае „дуплекса“ со скремблированием:

$$\Delta t = \Delta t_b (n_d + m + 3); \quad (4)$$

— в случае „полудуплекса“ со скремблированием:

$$\Delta t = 2\Delta t_b (n_d + m + 3). \quad (5)$$

В выражениях (2)—(5) n_d — число разрядов аппаратных средств формирования и преобразования цифровых и аналоговых сигналов (обычно из ряда 8, 12, 16, 24, 32); m — число проверочных разрядов используемого помехозащищенного кода (ПЗК), который в задаче дистанционного онлайн управления с использованием РРР должен обеспечивать режим исправления, а не обнаружения ошибок при передаче ПЗК-сигналов в прямом и обратных каналах, при этом число m должно удовлетворять условию

$$m = \arg \left\{ N_{ns} = 2^m - 1 \geq N_f = \sum_{i=1}^s C_{n_d+m}^i \& P_{\text{ош}} = \sum_{i=s+1}^{n_d+m} \left(C_{n_d+m}^i \right) p^i (1-p)^{n_d+m-i} \leq P_{\text{доп}} \right\}, \quad (6)$$

где N_{ns} — число ненулевых синдромов; N_f — число вариантов искажений ПЗК кратностью до s ; $C_{n_d+m}^i$ — число сочетаний из $(n_d + m)$ по i ; $P_{\text{ош}}$ — вероятность прохождения искаженного ПЗК через среду помехозащиты; p — вероятность искажения бита ПЗК в канале связи; $P_{\text{доп}}$ — допустимая вероятность приема ложной команды (в зависимости от категории системы дистанционного управления из ряда $10^{-7}, 10^{-10}, 10^{-14}$).

При интервале дискретности Δt , определяемом по формулам (2) и (3), „1“ в скобках соответствует временным затратам длительностью в 1 бит на коррекцию искажений ПЗК. При интервале дискретности Δt , определяемом по формулам (4) и (5), затратам длительностью в 1 бит на коррекцию искажений ПЗК соответствует число „3“ (в скобках).

Возможен вариант формирования интервала дискретности в случае использования коррекции ПЗК с помощью квазисиндромов [6—8], требующей для своей реализации дополнительного цикла деления принятого искаженного ПЗК. Деление осуществляется в темпе „канального времени“, что приведет к замене чисел „1“ и „3“ в формулах (2)—(5) на „ $n_d + m$ “, увеличивая тем самым Δt практически в два раза.

Итак, независимо от скорости (пропускной способности) предоставленного ТМП при дистанционном управлении непрерывным техническим объектом размерность его дискретной модели увеличивается на два: $n_A = n + 2$. Если рассматривается объект типа „многомерный вход—многомерный выход“ (МВМВ) с r входами и r выходами, то общая размерность дискретной модели такого объекта увеличивается на $2r$, при этом в r раз по сравнению с формулами (2)—(5) увеличивается длительность интервала Δt при обслуживании последовательным ТМП r сепаратных каналов НТО типа МВМВ.

Основной результат. Для демонстрации основных результатов рассмотрим непрерывную систему типа ОВОВ с передаточной функцией вида (1), с индексом „ A “, в которой порядок n заменим на n_A :

$$\Phi_A(s, \omega_0) = \frac{v_{n_A} \omega_0^{n_A}}{s^{n_A} + \sum_{i=1}^{n_A} v_i \omega_0^i s^{(n_A-i)}} = \frac{v_{n_A} \omega_0^{n_A}}{D(s, n_A, \omega_0)}. \quad (7)$$

Передаточная функция (7) представляет собой желаемый непрерывный аналог системы цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом, дискретное модельное представление которого модифицировано с учетом факторов канальной среды. Далее предстоит решить ключевую задачу реализации передаточной функции (7), которая состоит в оценке максимального значения характеристической частоты ω_0 , достижимого при интервале дискретности Δt информационного обмена в ходе цифрового дистанционного управления, реализуемого в одной из форм (2)—(5).

Для решения этой задачи обратимся к таблицам динамических показателей непрерывных систем типа ОВОВ с передаточными функциями вида (7), ограничившись случаями расщеплений Баттерворта и Ньютона корней полиномов $D(s, n_A, \omega_0)$ и значениями агрегированной размерности $n_A = 4, n_A = 5$, полагая тем самым, что исходный НТО имеет размерность из ряда $n = 2, n = 3$: см. табл. 1, 2, где приняты следующие обозначения: σ — перерегулирование, t_σ — время перерегулирования, $t_{п.п}$ — длительность переходного процесса, D — добротность.

Таблица 1

Порядок n	$D(s, \omega_0)$ с распределением Баттерворта	$\sigma, \%$	$t_\sigma \omega_0$	$t_{п.п} \omega_0$	$\frac{D}{\omega_0}$	Полоса пропускания $\Delta\omega/\omega_0$			
						$ 1-M \leq 0,05$	$M \geq 0,707$	$M \geq 0,05$	$\delta \leq 0,05$
4	$s^4 + 2,6\omega_0 s^3 + 3,4\omega_0^2 s^2 +$ $+2,6\omega_0^3 s + \omega_0^4$	11	5,55	7	0,385	0,701	1	2,11	0,02
5	$s^5 + 3,24\omega_0 s^4 + 5,24\omega_0^2 s^3 +$ $+5,24\omega_0^3 s^2 + 3,24\omega_0^4 s + \omega_0^5$	13	6,3	8	0,31	0,774	1	1,782	0,017

Таблица 2

Порядок n	$D(s, \omega_0)$ с биномиальным распределением Ньютона	$\sigma, \%$	$t_\sigma \omega_0$	$t_{п.п} \omega_0$	$\frac{D}{\omega_0}$	Полоса пропускания $\Delta\omega/\omega_0$			
						$ 1-M \leq 0,05$	$M \geq 0,707$	$M \geq 0,05$	$\delta \leq 0,05$
4	$s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 +$ $+4\omega_0^3 s + \omega_0^4$	0	—	7,8	0,25	68,6	0,248	0,144	0,44
5	$s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 +$ $+10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5$	0	—	9	0,2	66,9	0,2	0,128	0,4

Для установления связи частоты ω_0 с интервалом Δt необходимо воспользоваться двумя системными положениями. Первое положение связано с аналитической зависимостью полосы пропускания $(\Delta\omega)_s$ системы с передаточной функцией (7) на уровне 5 %-ного значения ее амплитудной частотной характеристики отношения „вход—выход“ от частоты ω_0 :

$$(\Delta\omega(\omega_0))_s = \omega = \max_{\omega} \arg \left\{ |\Phi_A(j\omega, \omega_0)| = M(\omega, \omega_0) \geq 0,05 \right\} = \gamma_{(*)n} \omega_0. \quad (8)$$

Здесь $\gamma_{(*)n}$ — коэффициент пропорциональности, элемент $(*)$ двойного индекса которого может принимать значения $(*) = B$ и $(*) = N$: это указывает, что полином $D(s, n_A, \omega_0)$ обладает свойствами, аналогичными свойствам полинома $D(s, \omega_0)$. Элемент „ n “ двойного индекса принимает значения $n = 4$ и $n = 5$ размерности модели (7). Таким образом, согласно табл. 1 и 2 для коэффициентов пропорциональности можно записать: $\gamma_{B4} = 2,11$, $\gamma_{B5} = 1,782$, $\gamma_{N4} = 2,0$, $\gamma_{N5} = 1,54$.

Второе системное положение, опирающееся на теорему Шеннона — Котельникова [3—5, 9], аналитически связывает полосу пропускания $(\Delta\omega)_c$ канальной среды с интервалом дискретности Δt соотношением

$$(\Delta\omega)_c = \pi/\Delta t. \quad (9)$$

Очевидно, динамические показатели системы (7) будут реализованы при цифровом дистанционном управлении непрерывным техническим объектом, если будет выполняться соотношение

$$(\Delta\omega)_c = \pi/\Delta t \geq (\Delta\omega(\omega_0))_s = \gamma_{(*)n} \omega_0. \quad (10)$$

Если соотношение (10) разрешить относительно характеристической частоты ω_0 , то получим

$$\omega_0 \leq \pi / (\Delta t \gamma_{(*)n}), \tag{11}$$

при этом максимальное значение ω_0 определяется выражением

$$\omega_{\max} = \pi / (\Delta t \gamma_{(*)n}). \tag{12}$$

Подставив соотношение (12) в динамические показатели, приведенные в табл. 1 и 2, в форме функций характеристической частоты ω_0 , получим динамические показатели непрерывной системы типа ОВОВ с передаточной функцией вида (7) с распределением Баттерворта и биномиальным распределением Ньютона корней полинома $D(s, n_A, \omega_0 = \pi / (\gamma_{Bn} \Delta t))$ (табл. 3 и 4 соответственно).

Таблица 3

Порядок n	$D(s, \omega_0)$ с распределением Баттерворта	$\sigma, \%$	$\frac{t_\sigma}{\Delta t}$	$\frac{t_{п.п}}{\Delta t}$	$D\Delta t$	Полоса пропускания $\Delta\omega \cdot \Delta t$			
						$ 1-M \leq 0,05$	$M \geq 0,707$	$M \geq 0,05$	$\delta \leq 0,05$
4	$s^4 + 2,6\omega_0 s^3 + 3,4\omega_0^2 s^2 +$ $+2,6\omega_0^3 s + \omega_0^4,$ $\omega_0 = 1,4889(\Delta t)^{-1}$	11	3,73	4,7	0,573	1,044	1,49	3,142	0,03
5	$s^5 + 3,24\omega_0 s^4 + 5,24\omega_0^2 s^3 +$ $+5,24\omega_0^3 s^2 + 3,24\omega_0^4 s + \omega_0^5,$ $\omega_0 = 1,763(\Delta t)^{-1}$	13	3,57	4,54	0,547	1,365	1,763	3,142	0,03

Таблица 4

Порядок n	$D(s, \omega_0)$ с биномиальным распределением Ньютона	$\sigma, \%$	$\frac{t_\sigma}{\Delta t}$	$\frac{t_{п.п}}{\Delta t}$	$D\Delta t$	Полоса пропускания $\Delta\omega \cdot \Delta t$			
						$ 1-M \leq 0,05$	$M \geq 0,707$	$M \geq 0,05$	$\delta \leq 0,05$
4	$s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 +$ $+4\omega_0^3 s + \omega_0^4,$ $\omega_0 = 1,5708(\Delta t)^{-1}$	0	—	4,97	0,393	0,226	0,691	3,142	0,021
5	$s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 +$ $+10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5,$ $\omega_0 = 2,04(\Delta t)^{-1}$	0	—	4,42	0,408	0,261	0,816	3,142	0,022

Пример 1. Оценим достижимые динамические показатели системы цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом типа ОВОВ при следующих условиях.

1. Выбирается НТО типа ОВОВ размерностью $n = 2$.
2. Осуществляется терминальными аппаратными средствами многофазное преобразование „параллельный — последовательный“ при передаче и „последовательный — параллельный“ при приеме в прямом и обратном каналах связи, порождающее агрегированную дискретную модель НТО размерностью $n_A = n + 2 = 4$.
3. Выбирается аппаратная среда терминальных узлов системы представления, формирования и преобразования сигнала управления с числом разрядов $n_d = 8$.

4. Предоставленный телемеханический протокол [10] обладает скоростью передачи (пропускной способностью) $c = 1200$ бит/с и характеризуется длительностью бита $\Delta t_b = 8,333 \cdot 10^{-4}$ с.

5. В соответствии с $P_{\text{доп}} = 10^{-7}$, согласно выражению (6), выбирается ПЗК (15,8) с числом проверочных разрядов $m = 7$.

6. Коррекция искажений ПЗК осуществляется за один бит.

7. ТМП позволяет организовать „дуплексный“ обмен информацией в процессе цифрового дистанционного управления НТО.

8. ТМП не использует процедуры „скремблирования—дескремблирования“ передаваемых/принимаемых кодовых комбинаций сигналов обмена.

9. Система цифрового дистанционного управления наделяется биномиальным распределением Ньютона корней характеристического полинома с перерегулированием $\sigma=0$.

Решение примера 1. Вычисленное с помощью соотношения (2) значение агрегированного интервала дискретности Δt составляет

$$\Delta t = \Delta t_b (n_d + m + 1) = 8333 \cdot 10^{-4} \cdot (8 + 7 + 1) = 0,01333 \text{ с}.$$

На основе табл. 4 при $n=4$ получены следующие оценки предельно достижимых значений: $\sigma = 0$; $t_{\text{п.п}} \geq 4,97\Delta t = 0,0663$ с; $D \leq 0,393/(\Delta t) = 29,48 \text{ с}^{-1}$; $\omega_0 \leq 1,5708(\Delta t)^{-1} = 117,84 \text{ с}^{-1}$.

Пример 2. Оценим достижимые динамические показатели системы цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом типа ОВОВ при следующих условиях.

1, 2 — аналогичны условиям 1, 2 примера 1.

3. Выбирается аппаратная среда терминальных узлов системы представления, формирования и преобразования сигнала управления с числом разрядов $n_d = 12$.

4. Выбирается ТМП с $c = 600$ бит/с и $\Delta t_b = 16,666 \cdot 10^{-4}$ с.

5. В соответствии с $P_{\text{доп}} = 10^{-7}$ в силу (6) выбирается ПЗК (23,12) с числом $m = 11$.

6. Условие аналогично п. 6 примера 1.

7. ТМП позволяет организовать „полудуплексный“ обмен информацией в процессе цифрового дистанционного управления НТО.

8. ТМП использует процедуры „скремблирования—дескремблирования“ передаваемых/принимаемых кодовых комбинаций сигналов обмена.

9. Условие аналогично п. 9 примера 1.

Решение примера 2. Вычисленное с помощью соотношения (5) значение агрегированного интервала дискретности Δt составляет

$$\Delta t = 2\Delta t_b (n_d + m + 3) = 16,666 \cdot 10^{-4} \cdot (12 + 11 + 3) = 0,0433 \text{ с}.$$

На основе табл. 4 при $n=4$ получены следующие оценки предельно достижимых значений: $\sigma = 0$; $t_{\text{п.п}} \geq 4,97\Delta t = 0,2154$ с; $D \leq 0,393/(\Delta t) = 9,0762 \text{ с}^{-1}$; $\omega_0 \leq 1,5708(\Delta t)^{-1} = 36,2771 \text{ с}^{-1}$.

Заключение. Показано, что пропускная способность предоставленных телемеханических протоколов, являющихся в настоящее время достаточно распространенной формой реализации интерфейсных функций канальной среды в задаче цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом типа ОВОВ при больших расстояниях, может оказаться серьезным ограничением возможности достижения требуемых показателей системы управления. Эта ситуация может многократно усугубиться при построении системы цифрового дистанционного управления техническими объектами типа МВМВ.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при поддержке Правительства Российской Федерации (грант 074-U01) и Министерства образования и науки РФ (проект 14. Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kwakernaak, H., Sivan, R. Linear Optimal Control Systems. New York — London — Sydney — Toronto: Wiley-Interscience, a Division of John Wiley & Sons, Inc. 1972. 650 p.
2. Ушаков А. В., Быстров П. С., Нуйя О. С. Сетевые технологии в процессах управления: Учеб. пособие / Под ред. А. В. Ушакова. СПб: НИУ ИТМО, 2012. 350 с.
3. Tou J. T. Modern Control Theory. N. Y.: McGraw-Hill, 1971. 472 p.
4. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984. 542 с.
5. Григорьев В. В., Дроздов В. Н., Лаврентьев В. В., Ушаков А. В. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ. Л.: Машиностроение, 1983. 245 с.
6. Codes, Systems and Graphical Models. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications / Ed.: J. Rosenthal, B. Marcus N. Y.: Springer-Verlag, 2001. Vol.123.
7. Blahut R. E. Theory and Practice of Error Control Codes. Reading, MA: Addison-Wesley, 1983. 500 p.
8. Liholetova E. S., Nuiya O. S., Peshcherov R. O., Ushakov A. V. Factors of the channel medium, problem of digital remote control of continuous technological resources // Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Circuits, Systems, Communications, Computers and Applications, Florence, Italy, 22—24 Nov., 2014. P. 68—72.
9. Shannon C. E. A mathematical theory of communication // Bell System Technical Journal. 1948. Vol. 27. P. 379—423, 623—656.
10. <http://ctsspb.ru> "Communication systems and robot". St. Petersburg.

Сведения об авторах

- Елена Сергеевна Лихолетова** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: yaitskayaes@mail.ru
- Ольга Святославовна Нуйя** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: olga.nuyya@gmail.com
- Руслан Олегович Пещеров** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: rpeshcherov@mail.ru
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Лихолетова Е. С., Нуйя О. С., Пещеров Р. О., Ушаков А. В. Пропускная способность канала связи как гарантия качества цифрового дистанционного управления непрерывным техническим объектом // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 751—758.

**CAPACITY OF COMMUNICATION CHANNEL AS A GUARANTEE OF QUALITY
OF DIGITAL REMOTE CONTROL OVER CONTINUOUS TECHNICAL PLANT**

E. S. Liholetova, O. S. Nuyya, R. O. Peshcherov, A. V. Ushakov

*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: olga.nuyya@gmail.com*

Using the problem of digital remote control over a continuous technical plant as an example, it is shown that restriction on the communication channel capacity provided by the channel environment may be a major limitation on the control quality. Illustrations are provided.

Keywords: transmission capacity, communication channel, remote control, continuous system, environment, bandwidth, transfer function, barred code.

Data on authors

- Elena S. Liholetova** — PhD; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: yaitskayaes@mail.ru
- Olga S. Nuyya** — PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: olga.nuyya@gmail.com
- Ruslan O. Peshcherov** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: rpeshcherov@mail.ru
- Anatoly V. Ushakov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: ushakov-AVG@yandex.ru

For citation: *Liholetova E. S., Nuyya O. S., Peshcherov R. O., Ushakov A. V.* Capacity of communication channel as a guarantee of quality of digital remote control over continuous technical plant // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*. 2015. Vol. 58, N 9. P. 751—758 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-751-758

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАМИАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ РАНЖИРОВАНИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

С. А. АЛЕКСАНДРОВА, О. В. СЛИТА, А. В. УШАКОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: o-slita@yandex.ru*

Рассматривается объект управления, описываемый матрицей состояния, содержащей неопределенные параметры. Актуальной задачей управления в условиях системных неопределенностей задания модели объекта является обеспечение инвариантности выхода системы к неопределенности параметров модели. Необходимое условие решения задачи — правильное распределение ресурсов управления подобными объектами. Для этого требуется при анализе исходного объекта управления произвести ранжирование неопределенных параметров по степени их влияния на выходную переменную системы. Ранжирование позволяет выявить параметры, к изменениям которых выходная переменная наиболее чувствительна. Предложены подходы к ранжированию, основанные на использовании грамианов управляемости каналов „сигнальное воздействие — выход объекта“ и „параметрическое воздействие — выход объекта“. Представлены два способа решения задачи ранжирования неопределенных параметров: с помощью вычисления сингулярных чисел грамианов управляемости и с помощью решения обобщенного характеристического уравнения. Предложен алгоритм ранжирования параметрических неопределенностей, основанный на рассматриваемых способах. Положения статьи иллюстрируются примером, в котором показаны идентичные результаты при использовании предлагаемых методов ранжирования.

Ключевые слова: параметрическая неопределенность, грамиан, ранжирование, обобщенное характеристическое уравнение, сингулярное число.

Введение. Задача обеспечения инвариантности выхода проектируемой системы к неопределенности параметров модели исходного объекта является в настоящее время одной из самых актуальных [1—8]. При наличии нескольких неопределенных параметров объекта возникает задача определения параметров, к изменениям которых наиболее чувствительна выходная переменная системы. Решением данной задачи является ранжирование неопределенных параметров.

Для количественной оценки структурных свойств систем управления целесообразно использование грамианов. Среди областей применения грамианов можно назвать уменьшение порядка матриц описания объекта [9], оценивание степени взаимосвязи входа и выхода объекта [10], оценивание затрат на управление при обеспечении желаемой структуры собственных значений [11]. В настоящей статье предлагается использовать грамианы управляемости для ранжирования неопределенных параметров объекта управления.

Постановка задачи. Рассмотрим непрерывный объект управления (далее — объект) с неопределенными параметрами. Предположим, что неопределенность физических параметров объекта может быть представлена неопределенностью параметров его матрицы состояния [12]:

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + B(t), \quad x(t)|_{t=0} = x(0), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $u \in R^r$, $y \in R^m$ — векторы состояния, управления и выхода; $B \in R^{n \times r}$, $C \in R^{m \times n}$ — фиксированные матрицы управления и выхода; $A \in R^{n \times n}$ — матрица состояния; $\Delta A \in R^{n \times n}$ — неопределенность задания матрицы состояния.

Представим компонент $\Delta Ax(t)$ в декомпозированной форме:

$$\Delta Ax(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [\Delta A_{11} \quad \Delta A_{12} \quad \dots \quad \Delta A_{1n}] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [\Delta A_{21} \quad \Delta A_{22} \quad \dots \quad \Delta A_{2n}] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \dots \\ \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [\Delta A_{n1} \quad \Delta A_{n2} \quad \dots \quad \Delta A_{nn}] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = D\eta(t). \quad (2)$$

Сформируем вектор параметрического воздействия:

$$\eta(t) = \text{col} \left\{ \eta_j = [\Delta A_{j1} \quad \Delta A_{j2} \quad \dots \quad \Delta A_{jn}] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = (\Delta A)^j x(t) \right\}, \quad (3)$$

где $(\Delta A)^j$ — j -я строка матрицы ΔA .

Используя левые сомножители слагаемых выражения (2), сформируем матрицу параметрического воздействия $D = \text{row} \left\{ D_j = [0_{(j-1) \times 1}; 1; 0_{(n-j) \times 1}]^T; j = \overline{1, n} \right\}$. В зависимости от базиса представления матрицы состояния число матриц-столбцов D будет изменяться в пределах от 1 до n . Так, при задании объекта управления в каноническом управляемом базисе все параметрические воздействия будут описаны матрицей-столбцом $D = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]^T$.

Перепишем уравнения (1) с использованием матрицы D и вектора $\eta(t)$:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + D\eta(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t). \quad (4)$$

Согласно уравнению (4) объект имеет два входа: вход, заданный матрицей B , осуществляющий желаемое (полезное) управление состоянием и выходом объекта, и параметрический вход, заданный матрицей D , осуществляющий нежелательное влияние на состояние и выход объекта. Предположим, что матрица состояния объекта (1) представлена в произвольном базисе, объект обладает n неопределенностями и в каждой строке и каждом столбце матрицы состояния имеется только одна неопределенность. Тогда матрица

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad D \in R^{n \times n}.$$

Если ранг матрицы B меньше ранга матрицы D ($\text{rank } B < \text{rank } D$), то ранжирование неопределенностей позволит при синтезе закона управления правильно распределить ресурсы управления. Используем для ранжирования грамианы управляемости [13] двух каналов:

1) „сигнальное воздействие $u(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ с передаточной функцией (матрицей) $\Phi_{yu}(s) = C(sI - A)^{-1} B$;

2) „параметрическое воздействие $\eta(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ с передаточной функцией (матрицей) $\Phi_{y\eta}(s) = C(sI - A)^{-1}D$.

Грамиан управляемости 1-го канала имеет вид [14]

$$W_x(t) = \int_0^t e^{A\tau} B B^T e^{A^T \tau} d\tau$$

и является решением матричного уравнения

$$A W_x + W_x A^T = -B B^T,$$

которое позволяет найти грамиан управляемости по выходу

$$W_y = C W_x C^T. \quad (5)$$

Грамиан управляемости 2-го канала имеет вид

$$W_\eta(t) = \int_0^t e^{A\tau} D D^T e^{A^T \tau} d\tau$$

и является решением матричного уравнения

$$W_\eta: A W_\eta + W_\eta A^T = -D D^T.$$

Грамиан параметрической управляемости по выходу

$$W_{\eta y} = C W_\eta C^T. \quad (6)$$

Основной результат. Предложим два способа ранжирования неопределенностей.

Способ 1. Ранжирование параметрических неопределенностей с помощью сингулярных чисел грамианов управляемости — метод предварительного (экспресс) ранжирования неопределенных параметров. Ранжирование неопределенностей по степени их влияния на выход системы осуществляется с помощью сингулярных чисел грамианов управляемости (6) отношения „параметрическое воздействие $\eta(t)$ — выход объекта $y(t)$ “: максимальное сингулярное число грамиана будет соответствовать неопределенности, наиболее сильно влияющей на выход системы.

Способ 2. Ранжирование параметрических неопределенностей с помощью решения обобщенного характеристического уравнения грамианов „сигнальное воздействие $u(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ и „параметрическое воздействие $\eta(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ (более детальное решение задачи ранжирования неопределенных параметров). Используем грамианы (5) и (6) при принадлежности воздействий $u(t)$ и $\eta(t)$ единичной сфере: для сравнения результатов, получаемых для каждого из видов воздействий, векторы воздействий задаются как

$$u(t) = \eta(t) = z(t),$$

где z — некоторый вектор, принадлежащий единичной сфере.

Образует на введенных выше грамианах квадратичные формы $z^T W_{\eta y} z$ и $z^T W_y z$ и построим на их основе обобщенное отношение Рэлея [15], для которого оказывается справедливым оценочное неравенство

$$\mu_{\min} \leq \frac{z^T W_{\eta y} z}{z^T W_y z} \leq \mu_{\max}. \quad (7)$$

В обобщенном отношении Рэлея (7) скалярные положительные вещественнозначные постоянные μ_{\min} , μ_{\max} являются экстремальными элементами спектра решений обобщенного характеристического уравнения

$$\det(W_{\eta y} - \mu W_y) = 0. \quad (8)$$

Решая уравнение (8) относительно μ для каждой из неопределенностей исходного объекта и выделяя максимальный элемент μ_{\max} , можем сравнить их по степени влияния на выход проектируемой системы. Запишем алгоритм ранжирования параметрических неопределенностей с помощью грамианов управляемости.

Шаг 1. Сформировать описание объекта управления в форме (1).

Шаг 2. Сформировать матрицу D и вектор η .

Шаг 3. Сравнить ранг матрицы управления и количество неопределенностей и принять решение о необходимости ранжирования.

Шаг 4. Сформировать грамианы „сигнальное воздействие $u(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ и „параметрическое воздействие $\eta(t)$ — выход объекта $y(t)$ “.

Шаг 5. В случае необходимости осуществить ранжирование неопределенностей с помощью способа 1 или способа 2.

Шаг 6. Определить, какие неопределенности наиболее сильно влияют на выход проектируемой системы.

Пример. Рассмотрим объект управления с параметрическими неопределенностями

$$A + \Delta A = A(q) = \begin{bmatrix} -0,7(1+q_1) & 0 \\ 1 & -0,2(1+q_1) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 1].$$

Вектор неопределенных параметров $q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$: $|q_1|, |q_2| \leq 1$, номинальные значения

$q_{10} = q_{20} = 0$. Матрица параметрического воздействия $D = [D_1 \quad D_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, вектор пара-

метрического воздействия $\eta(t) = \begin{bmatrix} (\Delta A)^{(1)} \\ (\Delta A)^{(2)} \end{bmatrix} x(t)$. Ранг матрицы управления B равен 1, а ранг

матрицы параметрического воздействия D равен 2, следовательно, необходимо произвести ранжирование неопределенностей.

Грамиан „сигнальное воздействие $u(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ для неопределенности ΔA_{11} равен $W_y(\Delta A_{11}) = 0,7738$, а для неопределенности ΔA_{22} — $W_y(\Delta A_{22}) = 0,7738$. Грамиан „параметрическое воздействие $\eta(t)$ — выход объекта $y(t)$ “ для неопределенности ΔA_{11} равен $W_{\eta y}(\Delta A_{11}) = 3,0952$, а для неопределенности ΔA_{22} — $W_{\eta y}(\Delta A_{22}) = 1$.

В соответствии со способом 1 необходимо произвести расчет сингулярных чисел грамианов: $S(W_{\eta y}(\Delta A_{11})) = 3,0592$, $S(W_{\eta y}(\Delta A_{22})) = 1$. Как видно из расчетов, неопределенность ΔA_{11} оказывает наибольшее влияние на выход объекта по сравнению с неопределенностью ΔA_{22} .

Воспользуемся способом 2. Для ΔA_{11} выражение (8) принимает вид $\det(W_{\eta y}(\Delta A_{11}) - \mu_1 W_y(\Delta A_{11})) = 0$. Решением данного уравнения является $\mu_1 = 4$. Для ΔA_{22} выражение (8) принимает вид $\det(W_{\eta y}(\Delta A_{22}) - \mu_2 W_y(\Delta A_{22})) = 0$. Решением данного уравнения является $\mu_2 = 1,3$. Способ 2 подтверждает результаты, полученные способом 1: неопределенность ΔA_{11} влияет на выход объекта сильнее, чем неопределенность ΔA_{22} .

Заключение. Предложены два метода ранжирования неопределенных параметров, основанные на анализе грамианов управляемости каналов „сигнальное воздействие — выход объекта“ и „параметрическое воздействие — выход объекта“.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при поддержке Правительства Российской Федерации (грант 074-U01) и Министерства образования и науки РФ (проект 14. Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ackermann J.* Robust Control: The Parameter Space Approach. London: Springer-Verlag, 2002. 483 p.
2. *Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими объектами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
3. *Tu Y., Ho M.* Robust second-order controller synthesis for model matching of interval plants and its application to servo motor control // IEEE Trans. Control Systems Technology. 2012. Vol. 20, N 2. P. 530—537.
4. *Moore R. E., Kearfott R. B., Cloud M. J.* Introduction to interval analysis // SIAM. 2009. 235 p.
5. *Datta A., Bhattacharyya S. P.* On a quantitative theory of robust adaptive control: an interval plant approach // IEEE Trans. on Automatic Control. 1996. Vol. 41, N 4. P. 570—574.
6. *Sezer M. E., Siljak D. D.* On stability of interval matrices // IEEE Trans. on Automatic Control. 1994. Vol. 39, N 2. P. 368—371.
7. *Chilali M., Gahinet P., Apkarian P.* Robust pole placement in LMI regions // IEEE Trans. on Automatic Control. 1999. Vol. 44, N 12. P. 2257—2270.
8. *Slita O. V., Ushakov A. V.* Median modal control of interval continuous-time plants // Proc. of the 6th Intern. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2014. P. 429—433.
9. *Li L., Petersen I. R.* A gramian-based approach to model reduction for uncertain systems // IEEE Trans. on Automatic Control. 2010. Vol. 55, N 2. P. 508—514.
10. *Aranz M. C., Birk W., Halvvarsson B.* Empirical approach to robust gramian-based analysis of process interactions in control structure selection // IEEE Conf. on Decision and Control, Piscataway, NJ, USA. 2011. P. 6210—6215.
11. *Бирюков Д. С., Слита О. В., Ушаков А. В.* Оценка затрат на управление в задаче обеспечения желаемой структуры мод и их робастности // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 11. С. 38—43.
12. *Слита О. В., Ушаков А. В.* Достаточные алгебраические условия параметрической инвариантности выхода линейной стационарной системы в первом приближении // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 6. С. 16—22.
13. *Wicks M. A., DeCarlo R. A.* An energy approach to controllability // IEEE Conf. on Decision and Control. 1988. Vol. 3. P. 2072—2077.
14. *Fairman F. W.* Linear Control Theory: The State Space Approach. John Wiley & Sons, 1998. 330 p.
15. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1973. 575 с.

Сведения об авторах

- Софья Александровна Александрова** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: alexandrova_sophie@mail.ru
- Ольга Валерьевна Слита** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: o-slita@yandex.ru
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-AVG@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Александрова С. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Использование грамианных технологий при ранжировании параметрических неопределенностей // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 759—764.

APPLICATION OF GRAM METHOD FOR RANGING OF PARAMETRIC UNCERTAINTIES

S. A. Alexandrova, O. V. Slita, A V. Ushakov

ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia

E-mail: o-slita@yandex.ru

The problem of output invariance of a closed-loop system with respect to uncertain parameters of the initial plant state matrix is considered. Two methods of uncertainties ranging by levels of influence on the closed-loop system output are proposed. The both methods use Gramians of the channels “control signal — plant output” and “parametric influence — plant output” controllability. An algorithm for parametric uncertainties ranging based on the methods is developed. An example demonstrating application of the methods is presented.

Keywords: parametric uncertainty, Gramian, ranging, singular values, generalized characteristic equation.

Data on authors

- Sophia A. Alexandrova** — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: alexandrova_sophie@mail.ru
- Olga V. Slita** — PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: o-slita@yandex.ru
- Anatoly V. Ushakov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: ushakov-AVG@yandex.ru

For citation: Alexandrova S. A., Slita O. V., Ushakov A V. Application of Gram method for ranging of parametric uncertainties // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 759—764 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-759-764

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОК СТАЛЕРАЗЛИВОЧНЫХ КОВШЕЙ В ЗАДАЧЕ АВТОМАТИЗАЦИИ ИХ ОБОРОТА

Е. С. ГЛЕБОВА, А. А. БЛИННИКОВ

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kateglebova@rambler.ru

Рассматривается используемая на ряде предприятий система маркировки сталеразливочных ковшей и продемонстрированы ее недостатки в рамках задачи автоматизации оборота ковшей. Приведена типовая схема движения сталеразливочного ковша в конвертерном цехе. Представлен обзор существующих технических решений, выявлены их преимущества и недостатки. Установлено, что использование традиционных графических меток и RFID-меток неприемлемо. Предложен механизм формирования алфавита меток, обеспечивающий автоматическое считывание номеров ковшей в условиях зашумленности измерительного канала. В качестве номера ковша предложено использовать набор символов — наклонных линий — и соответствующие им значения одного бита. Такой символ удобен для обработки матричным фильтром и может рассматриваться как двоичное число с большим количеством разрядов, что позволяет применить методы помехоустойчивого кодирования. Определены проблемы, решение которых может быть реализовано с помощью разрабатываемой системы маркировки.

Ключевые слова: системы технического зрения, маркировка сталеразливочных ковшей, автоматическое считывание, теплосодержание, автоматический ввод номеров ковшей, учет ковшей.

В настоящее время при производстве стали на российских металлургических комбинатах многие операции выполняются персоналом вручную. К данным операциям относятся, в частности, введение в базу данных сведений о приходе сталеразливочных и чугунозаливочных ковшей, а также миксеров на определенные участки производства; позиционирование этих емкостей на местах. Типовая схема движения сталеразливочного ковша в конвертерном цехе приведена на рис. 1 [1], где показаны следующие этапы: 1 — сушка и разогрев ковша, 2 — выпуск стали из конвертера, 3 — транспортировка, 4 — внепечная обработка, 5 — непрерывная разливка стали, 6 — удаление шлака, 7 — повторение цикла.

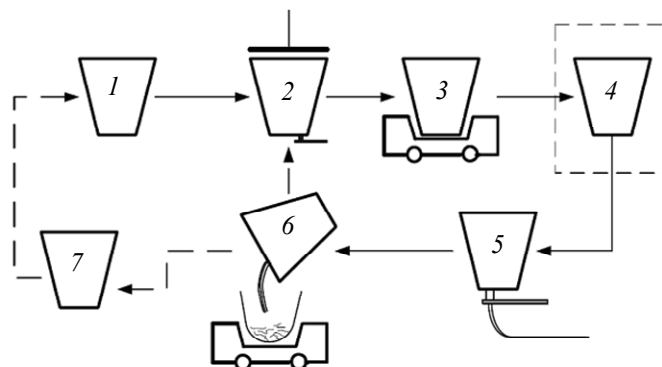


Рис. 1

Используемая в настоящее время схема маркировки сталеразливочных ковшей рассчитана на зрительное восприятие метки оператором. Номер ковша на определенном участке его движения вводится в базу данных работником этого участка. Ручной ввод данных производится оператором с запаздыванием, иногда с ошибками, что приводит к сбоям в работе алгоритма коррекции масс и к ошибкам в оценивании теплосодержания. Следовательно, задача

автоматизации ввода номеров ковшей на участках (см. рис. 1) весьма актуальна, что подтверждается рядом исследований [1—3]. Результаты этих работ стали предпосылкой к проведению исследований, описываемых в настоящей статье.

Известны решения, позволяющие распознавать метки в виде арабских цифр, однако существует ряд факторов, препятствующих распознаванию, а именно:

- произвольное место нанесения номера ковша;
- различный способ маркировки;
- наличие посторонних надписей на поверхности ковша;
- загрязненный номер.

К существующим техническим решениям относятся и системы считывания номеров с помощью программ для распознавания текста (например, ABBYY FineReader) [4—7]. Однако такие программы оказываются в условиях сталелитейного производства непригодными для использования. Другие системы, применяемые, в частности, автоинспекцией, могут распознавать сильно загрязненные номера, но автомобильные номера хорошо стандартизированы и выполнены специальной краской [8, 9]. Системы считывания номеров железнодорожных вагонов [10] в основном предназначены для помощи оператору при внесении информации в базу данных. Оператор использует информацию о схеме расположения вагона в составе и исправляет ошибки, допущенные системой.

Альтернативным решением при маркировке является использование специальных меток: RFID-меток, штрих-кодов, QR-кодов.

Попытки применения RFID-меток (Radio Frequency Identification) предпринимались с 2013 г. на Новолипецком металлургическом комбинате. Однако из-за большой температуры кожуха ковша этот метод труднореализуем. Рабочий диапазон RFID-метки от -40 до $+177$ °С, тогда как температура кожуха достигает 277 °С и выше [1]. Даже при расположении метки в области наименьшего нагрева кожуха сталеразливочного ковша велик риск ее механического повреждения вследствие агрессивных физических воздействий (брызг раскаленной стали и ударов крючьями кранов).

Кроме того, стоимость считывающего устройства для RFID-метки достаточно велика, а с учетом того, что считывать информацию необходимо на всех этапах (как во время прихода ковша на участок, так и ухода с участка), система будет неоправданно дорогой.

В свою очередь, недостатком штрих-кодов является их малая информационная емкость, обусловленная невозможностью вносить избыточные символы в код. Другой недостаток — невозможность прочтения штрих-кода даже при незначительном загрязнении. Идея удлинить линии (штрихи) приводит к возникновению проблемы идентификации неповрежденного участка кода, что порождает ошибки при „стыковке“ выделенных (незагрязненных) фрагментов, а следовательно, и к ошибочности полезной информации.

Что касается QR-кодов (Quick Response), то от их использования практически сразу пришлось отказаться, так как при загрязнении хотя бы малой части поискового узора метка не может быть считана. Но если загрязнения отсутствуют, метку можно распознавать, используя стандартное программное обеспечение. Избыточная информативность метки составляет 30 %.

Воспользоваться перечисленными бесконтактными метками практически невозможно поскольку производство стали ведется в условиях больших температур.

Так как ни один из вышеуказанных методов маркировки не подходит для решения поставленной задачи автоматизации ввода номеров ковшей, предлагается процедура формирования алфавита специальных меток с последующей разработкой алгоритмов лексического анализа изображения для выделения этих меток.

Символы алфавита должны быть легко распознаваемы и обладать достаточной информационной емкостью, что позволит закодировать каждый символ с большой избыточностью.

Символы алфавита предлагается составлять из элементов — „наклонных линий“. Наклонные линии выбраны ввиду того, что вертикальные линии могут быть приняты за потеки стали и шлака, а горизонтальные (как и вертикальные) — за ребра жесткости ковша. Диагональный же рисунок на поверхности ковша встречается значительно реже. Рис. 2 иллюстрирует предлагаемый способ маркировки: на поверхность ковша наносится матрица фиксированного размера, заполненная диагональными штрихами (наклоненными вправо или влево), в соответствие которым могут быть поставлены значения одного бита. Тогда символ можно рассматривать как двоичное число с большим количеством разрядов.

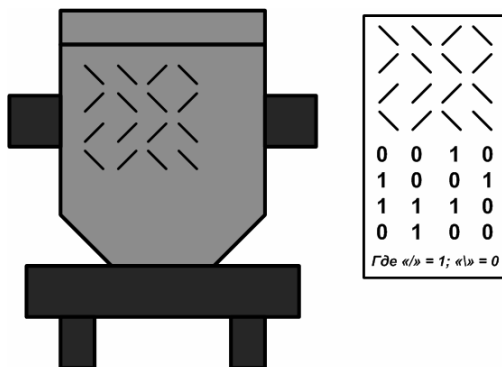


Рис. 2

Перспективные исследования должны быть направлены на решение следующих задач:

- 1) считывание символа при его идеальной видимости и заранее известном масштабе;
- 2) считывание символа в некотором диапазоне масштабов;
- 3) корректирование неправильно распознанных символов;
- 4) сигнализация о невозможности корректировки.

Для решения первой задачи могут быть использованы фильтры изображения на основе ориентированных гауссианов. Фильтр с ядром в виде гауссиана позволяет преобразовать одно изображение в другое. На участках входного изображения, где присутствуют полосы, ориентированные как в ядре фильтра, в выходном файле будет наблюдаться область с большой яркостью. Далее определяются координаты всех таких областей и отфильтровываются области с наименьшей яркостью. Затем это окно (область), разделенное, например, на квадраты по числу элементов искомой матрицы, обрабатывается и осуществляется наблюдение с целью выявить, на какой фильтр реакция в каждом из выделенных квадратов будет больше. Использование матричного фильтра в этом случае позволит упростить обработку изображения и определить область для поиска символа.

Для решения второй задачи используется информация об известном количестве элементов матрицы и их расположении на равном удалении друг от друга поперек диагонали. Таким образом, анализируется частота появления диагональных линий.

Последние две задачи могут быть решены на основе методов помехоустойчивого кодирования, благодаря сведению исходной задачи к анализу двоичного сообщения.

Таким образом, на основе результатов представленного исследования можно предположить, что разрабатываемая система позволит решить следующие проблемы маркировки сталеразливочных ковшей:

- логистика и учет ковшей;
- непрерывная оценка теплосодержания стенок металлургических емкостей в рамках технологического цикла;
- оценка скорости падения температуры жидкой стали при транспортировке в металлургической емкости;
- прогар стенок металлургической емкости;

— оценка массы налитого металла, полученная по показаниям уровнемеров в процессе наливания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев С. В., Чернопольский А. Д., Петушков И. А., Бойков В. И., Быстров С. В., Блинные А. А. Технология автоматического определения теплосодержания слеразливочного ковша // *Металлург*. 2011. № 5. С. 48—52.
2. Петушков И. А., Чернопольский А. Д., Блинные А. А. и др. Разработка способа измерения уровня и оценки веса чугуна в заливочном ковше на участке перелива чугуна в конвертерном производстве ОАО „Северсталь“ // Тр. Девятого конгресса сталеплавильщиков. М.: ОАО „Черметинформация“, 2007. С. 202—205.
3. Агеев С. В., Чернопольский А. Д., Сухарев С. В. и др. Концепция организации кластерной сети теплофизического мониторинга технологии и оборудования конвертерного производства ЧерМК „Северсталь“ // Бюл. „Черная металлургия“. 2009. № 1. С. 68—72.
4. Жадаев А. Г. Сканирование и распознавание текстов. Самоучитель по работе с АBBYY FineReader 10. М.: ДМК Пресс, 2010. 248 с.
5. Афонасенко А. В., Елизаров А. И. Обзор методов распознавания структурированных символов // Докл. ТУСУР. 2008. № 2(18), ч. 1. С. 83—88.
6. Кучуганов А. В., Лапинская Г. В. Распознавание рукописных текстов // Матер. Междунар. науч. конф., Ижевск, 13—17 июля 2006 г. С. 98—103.
7. Демин А. А. Обзор интеллектуальных систем для оценки каллиграфии. Электронный науч.-техн. журн. Инженерный вестник. 2012. № 9. [Электронный ресурс]: < <http://engbul.bmstu.ru/doc/478895.html> >.
8. Славин О. А., Федоров Г. О. Вопросы распознавания текста, оцифрованного с помощью видеокамер М., 2002. [Электронный ресурс]: < <http://www.cognitive.ru/innovation/sbornic3/index.htm> >.
9. Руцков М. В. Система считывания автомобильных номеров. М., 1999. [Электронный ресурс]: < http://www.mpixel.ru/public_html/lpr.htm >. 12.03.2015.
10. Казанский Н. Л., Попов С. Б. Распределённая система технического зрения регистрации железнодорожных составов // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36, № 3. С. 420—428.

Сведения об авторах

- Екатерина Сергеевна Глебова** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: kateglebova@rambler.ru
- Андрей Алексеевич Блинные** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: goofinator@mail.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Глебова Е. С., Блинные А. А. Модификация меток слеразливочных ковшей в задаче автоматизации их оборота // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58, № 9. С. 765—769.

MODIFICATION OF STEEL LADLES LABELS IN THE PROBLEM OF AUTOMATION OF THE LADLES TURNOVER

E. S. Glebova, A. A. Blinnikov

ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: kateglebova@rambler.ru

The system of steel ladles marking used in a number of domestic plants is described. The system shortcomings within the task of automation turnover buckets are identified and illustrated. A typical scheme of movement of the steel ladle in the workshop is considered. A review of existing technical solutions is presented; advantages and disadvantages of the approaches are discussed. The use of traditional graphic labels as well as RFID labels is shown to be unacceptable. A mechanism of alphabet labels is proposed, requirements to the alphabet symbols are defined. The proposed method of marking steel is illustrated by the example of the character set made up of oblique lines; the corresponding values of one bit are used as the ladles numbers. The lines of further research are determined.

Keywords: vision system, marking casting ladles, automatic reading, enthalpy, automatic entry the buckets numbers, accounting buckets.

Data on authors

- Ekaterina S. Glebova** — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: kateglebova@rambler.ru
- Andrey A. Blinnikov** — PhD; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: goofinator@mail.ru

For citation: *Glebova E. S., Blinnikov A. A.* Modification of steel ladles labels in the problem of automation of the ladles turnover // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie.* 2015. Vol. 58, N 9. P. 765—769 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-765-769

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ТЕХНИЧЕСКОГО ОСНАЩЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА

В. И. САЛИХОВ, С. А. ВРАЖЕВСКИЙ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vrazhevskij.s@gmail.com*

Рассматривается проблема оптимального управления процессом технического оснащения предприятий сельскохозяйственного комплекса. Исследованы экономические и вещественно-натуральные критерии оптимальности для предприятий агропромышленного комплекса. Система технического оснащения предприятий рассматривается как многоуровневая система, выделены вертикальные и горизонтальные связи. Перечислены способы многокритериальной оптимизации для агротехнических производственных систем, учитывающие характер связей между оптимизируемыми подсистемами. Представлен метод градиентного спуска для организации вертикальных связей. Методы скаляризации задачи многокритериального выбора, подробно исследованные в теории принятия решений, положены в основу способов организации горизонтальных связей. Указаны способы учета внешних воздействий при решении задачи оптимизации технического оснащения.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, метод градиентного спуска, метод линейной свертки, агропромышленный комплекс, техническое оснащение предприятий, многоуровневые системы, оптимизация производства.*

Введение. На эффективность работы предприятий агропромышленного комплекса (АПК) влияют количественный и качественный состав парка технических средств, эксплуатационные параметры оборудования, показатели надежности и эффективности используемых машин и агрегатов. Управление процессом технического оснащения сельскохозяйственного производства качественно зависит от природно-климатических условий, изменчивость которых рассматривается как внешнее детерминированное возмущение. Весь набор средств технического оснащения предприятий АПК представляет организованную комплексную систему, ориентированную на выполнение трудоемких механизированных работ с учетом агротехнических требований к производству сельскохозяйственной продукции. Следовательно, технические средства, их состав и структура должны обеспечивать выполнение запланированного объема работ в условиях изменчивости климатических условий.

В большинстве работ, посвященных задаче оптимизации процесса технического оснащения предприятий АПК [1—5], оценка количественного состава технических средств и их приспособленности к условиям функционирования производилась по стоимостным или вещественно-натуральным критериям. Стоимостные критерии, при их простоте и универсальности, не позволяют оценить качество функционирования системы в случае недостаточности входных возмущений [1, 2]. В качестве вещественно-натуральных критериев чаще всего использовались объем производимой продукции, суммарная наработка технического парка, сроки выполнения полевых работ, энергетические и трудовые затраты и т.п. [3—5]. Как правило, адаптация технических средств к условиям работы предприятий проводилась по нескольким критериям, остальные использовались в качестве дополнительных ограничивающих условий. В настоящей статье представлен обзор методов оптимизации для систем управления процессом технического оснащения предприятий агропромышленного комплекса,

классические для отраслевых задач оптимизации методы Данцига — Вульфа и Корнаи — Липтока не рассматриваются.

Техническое оснащение предприятий как многоуровневая система. Техническое оснащение сельскохозяйственного производства может рассматриваться как многоуровневая система. Каждый уровень системы формируется объединением однотипных подсистем нижнего уровня. Многоуровневый принцип построения системы технического оснащения обуславливает разработку принципиально новых процедур процесса оптимизации сельскохозяйственного производства. В системе технического оснащения, прежде всего, необходимо выделить вертикальные и горизонтальные связи, которые определяют взаимосвязь между элементами подсистем и передают управляющие воздействия от уровня к уровню [6]. Согласно технологическому принципу разделения системы технического оснащения предприятия АПК на составляющие можно выделить следующие функциональные подсистемы:

- техническое оснащение земледелия;
- техническое оснащение животноводства;
- техническое оснащение сферы послеуборочной обработки продукции сельскохозяйственного производства;
- техническое оснащение сферы восстановления и поддержания эксплуатационной надежности сельскохозяйственной техники;
- техническое оснащение сферы агрохимического обслуживания сельскохозяйственных предприятий.

Система технического оснащения предприятий представлена двумя уровнями управления, так что верхний координирующий уровень управляет работой составляющих подсистем. Каждая из подсистем, в свою очередь, может рассматриваться как многоуровневая иерархическая подсистема. Например, система технического оснащения земледелия с учетом технологического принципа разделения может быть представлена как четырехуровневая система. Верхний координирующий уровень характеризует техническое оснащение природно-экономических зон, следующий за ним уровень — техническое оснащение технологий возделывания сельскохозяйственных культур, затем — процессы предпосевной и послеуборочной обработки зерна и сельскохозяйственной продукции, и последний уровень — техническое оснащение сельскохозяйственных машин и агрегатов, отвечающее требованиям технологий возделывания сельскохозяйственных культур в природно-экономической зоне.

Территориальный принцип разделения системы технического оснащения как многоуровневой иерархической системы основывается на территориально-административном делении страны.

Характеризуя техническую оснащенность сельскохозяйственного производства как большую многомерную систему, выделяют следующие основные черты:

- целостность и сложность;
- механизация и автоматизация процессов;
- непрерывное развитие;
- взаимозаменяемость компонентов системы, способов производства;
- воздействие на систему случайных факторов.

Вертикальная взаимосвязь подсистем методом градиентного спуска. Наиболее полно вертикальные взаимосвязи реализует метод, в основе которого лежит принцип многоступенчатой оптимизации [7], позволяющий на каждом шаге координировать соответствие подсистем нижнего уровня требованиям верхнего уровня. В этом случае целесообразно использовать метод градиентного спуска [8], который обеспечивает достижение максимума или минимума целевого функционала по кратчайшей траектории.

Пусть объект управления — система технического оснащения некоторого сельскохозяйственного производства — характеризуется выражением

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния, отражающий значения ограниченного числа целевых функций подсистем объекта управления; $u \in R^m$ — вектор управляющих воздействий, $t \in R^+$ — время, f — непрерывно-дифференцируемая на всем множестве определения функция.

Ограничения на вектор состояния x и вектор управления u заданы выражениями

$$x \in X_t \subset R^n, \quad u \in U_t \subset R^m, \quad (2)$$

а ограничения на краевые условия — выражениями

$$x(t_0) = x_0 \in X_0 \subset R^n, \quad x(t_f) \in X_f \subset R^n, \quad (3)$$

где t_0 — фиксированный начальный момент времени, t_f — фиксированный конечный момент времени, вектор состояния x_0 известен.

Пусть задан некоторый функционал качества

$$J = J(x, \dot{x}) \rightarrow \text{extr}. \quad (4)$$

Для объекта управления (1) с ограничениями (2) и краевыми условиями (3) необходимо найти такое оптимальное управление $u^*(t)$ и такую оптимальную траекторию $x^*(t)$, которые доставляют экстремум функционалу (4). Пусть, для определенности, требуется обеспечить минимум функционала (4), т.е. $J = J(x, \dot{x}) \rightarrow \min$. Алгоритм градиентного спуска реализуется следующим образом.

1. Определяются начальные условия поиска. Из допущения (3) следует, что вектор начальных условий известен и равен x_0 .

2. Вычисляется градиент функционала (4) при $x = x_0$:

$$\begin{aligned} \nabla J(x_0, \dot{x}_0) &= \nabla J(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0}, \dot{x}_{1_0}, \dot{x}_{2_0}, \dots, \dot{x}_{n_0}) = \\ &= \left(\frac{\partial J(x_0, \dot{x}_0)}{\partial x_{1_0}}, \frac{\partial J(x_0, \dot{x}_0)}{\partial x_{2_0}}, \dots, \frac{\partial J(x_0, \dot{x}_0)}{\partial x_{n_0}}, \frac{\partial J(x_0, \dot{x}_0)}{\partial \dot{x}_{1_0}}, \frac{\partial J(x_0, \dot{x}_0)}{\partial \dot{x}_{2_0}}, \dots, \frac{\partial J(x_0, \dot{x}_0)}{\partial \dot{x}_{n_0}} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

3. Вводится вспомогательная функция $F(\lambda) \equiv J(x_0 - \lambda \nabla J(x_0, \dot{x}_0))$ и выбирается λ из условия

$$\lambda = \arg \min F(\lambda) = \arg \min J(x_0 - \lambda \nabla J(x_0, \dot{x}_0)). \quad (6)$$

Иными словами, значение λ таково, что вспомогательная функция $F(\lambda)$ принимает минимальное значение при $x = x_0$.

4. Формируется новый вектор

$$x_1 = x_0 - \lambda \nabla J(x_0, \dot{x}_0), \quad (7)$$

такой что функционал $J(x_1)$ оказывается ближе к своему минимальному значению, чем функционал $J(x_0)$, так как вектор x_1 найден при движении в направлении наискорейшего убывания (антиградиента) функционала J .

5. Пп. 2—4 алгоритма повторяются конечное число раз, при этом каждый раз определяется градиент функционала (4) в точке, полученной на предыдущем шаге. Чтобы понять, когда значение функционала достигнет минимума, формируется условие остановки:

$$\nabla J(x_0, \dot{x}_0) < \varepsilon, \quad (8)$$

где ε — достаточно малая величина, определяющая допустимую погрешность расчетов.

В результате определяется оптимальная — кратчайшая — траектория перехода системы (1) из начального состояния в конечное, полученное методом градиентного спуска и отвечающее требованию целевого функционала (4). Компоненты вектора состояния объекта

управления (1) на каждом шаге определяют числовые значения целевых функций его подсистем. В результате происходит вертикальная „увязка“ подсистем, подсистемы нижнего уровня приводятся в соответствие с требованиями системы высшего уровня.

Методы горизонтальной взаимосвязи подсистем. Существует несколько методов горизонтальной взаимосвязи подсистем, которые различаются правилами связи функций, описывающих каждую из подсистем.

Реализация горизонтальных связей в системе технического оснащения может производиться на основе методов динамического программирования, когда каждая подсистема одного уровня выступает равноправным участником в процессе согласования плана или принятия самостоятельного решения [9]. При этом нахождение оптимума в такой локальной подсистеме может производиться без привлечения верхнего координирующего уровня. Допускается возможность представления целевых функций подсистем в виде рекурсивной последовательности.

Рассмотрим функцию — композицию целевых функций:

$$f^n(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \rightarrow \min_{x_i \in X_i} f_i(x). \tag{9}$$

Рассмотрим „подмножество“

$$f^m(x) = \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \rightarrow \min_{x_i \in X_i} f_i(x). \tag{10}$$

Рассмотрим функцию

$$f^{m+1}(x) = \sum_{i=1}^{m+1} f_i(x_i). \tag{11}$$

Составим функцию Беллмана:

$$\begin{aligned} B_m &= \min_{x_m \in X_m} \sum_{i=1}^m f_i(x_i), \\ B_{m+1} &= \min_{x_{m+1} \in X_{m+1}} \sum_{i=1}^{m+1} f_i(x_i) \Rightarrow B_{m+1} = \min_{x_{m+1} \in X_{m+1}} \left(f_{m+1}(x_{m+1}) + \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \right) = \\ &= \min_{x_{m+1} \in X_{m+1}} f_{m+1}(x_{m+1}) + \min_{x_m \in X_m} \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \Rightarrow B_{m+1} = \\ &= \min_{x_{m+1} \in X_{m+1}} f_{m+1}(x_{m+1}) + B_m. \end{aligned} \tag{12}$$

Выражение (12) означает, что оптимальное управление на $m+1$ -м шаге зависит от минимума целевой функции на этом шаге и от условий предыдущих шагов. Принцип оптимального управления в задачах динамического программирования состоит в поиске оптимального управления на i -м шаге с учетом конечного состояния системы на $i-1$ -м шаге при выбранном оптимальном управлении.

Второй подход заключается во включение в модель оптимизации одного из выбранных критериев, например приведенных затрат, в виде ограничения для другого критерия оптимальности, например количества обслуживающего персонала или энергомашин определенного вида. В таком случае оптимизированный процесс протекает в рамках предыдущего процесса, т.е. оптимизация проходит в условиях ограничений. Такой подход аналогичен методу главного критерия из теории принятия решений для задачи оптимизации многокритериальных функций [9]. Выберем одну из целевых функций, в наибольшей степени отвечающую общей цели оптимизации. Пусть для определенности это будет функция f_1 , тогда получим критерий

$$f_1(x) \rightarrow \min_{x \in D}; D = \{x \in X_t / f_i(x) \leq \xi_i, i = 2, \dots, n\},$$

где D — новая допустимая область поиска максимума функции $f_1(x)$, такая что все целевые функции $f_i(x)$, $i=2, \dots, n$, если не достигают своего экстремума в данной области, то хотя бы ограничены сверху параметром ξ .

Сформулированный таким образом критерий оптимизации не эквивалентен задаче (9), и правомерность такого перехода требует обоснования.

Третий подход заключается в разработке плана технического оснащения сельскохозяйственного производства с учетом выявления количественной доли влияния каждого из выбранных критериев оптимальности на состав и структуру технических средств. Это известный метод „скаляризации“ задачи (9) многокритериального выбора, он основывается на линейном объединении всех частных функционалов в один:

$$J(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(x) \rightarrow \text{extr}_{x \in X}; \alpha > 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1,$$

где α_i — весовые коэффициенты, которые определяют относительную значимость функционалов $f_i(x)$.

Алгоритм (5)—(7) поиска оптимальной траектории объекта (1) определяет векторы коэффициентов α_i для каждого частного критерия.

Еще один метод — метод максиминной свертки — заключается в оптимизации процесса технического оснащения по одному из нескольких критериев, при этом другие показатели оптимальности рассчитываются в рамках выбранного критерия. Критерий оптимальности может быть определен как

$$J(x) = \max_i f_i(x) \rightarrow \min_{x \in X_t}.$$

Суть метода заключается в том, что выбирается только тот из критериев, которому в данной точке соответствует наибольшее значение соответствующей функции. Преимущество метода — определение по значению $J(x)$ гарантированной нижней оценки для всех целевых функций. Для сравнения, в случае использования метода линейной свертки возможны „плохие“ значения некоторых функций f_i за счет достаточно „хороших“ значений остальных целевых функционалов.

Критерии оптимизации параметров системы технического оснащения. Оптимизация процесса технического оснащения предприятий сельскохозяйственной отрасли как многоуровневой системы требует обоснования критерия оптимальности для верхнего координирующего уровня. Функционирование всех остальных подсистем должно происходить в рамках обеспечения оптимального режима функционирования верхнего уровня. Процесс оптимизации параметров системы технического оснащения и доведение управляющих воздействий верхнего уровня до управляемых подсистем влияет на формирование оценок качества функционирования этих подсистем. При разработке долгосрочного плана-прогноза технической оснащенности отрасли наиболее приемлемыми являются натурально-вещественные критерии оптимальности из-за необъективности прогнозируемых стоимостных показателей на длительную перспективу.

Предположим, что известны демографические прогнозы по стране, известны нормы питания и определена потребность промышленности в сырье. Тогда с учетом перспективных технологий возделывания сельскохозяйственных культур и роста производительности труда в отрасли можно с некоторыми допущениями рассчитать потребность сельскохозяйственного производства в технических средствах, необходимых для выполнения механизированных работ по производству сельскохозяйственной продукции. В качестве стоимостного критерия

оптимальности можно выбрать критерий, минимизирующий приведенные затраты на единицу механизированных работ:

$$П = C + E + G,$$

где $П$ — приведенные затраты, C — затраты на выполнение механизированных работ, G — удельные капитальные затраты на выполнение механизированных работ, E — нормированный коэффициент экономической эффективности.

При решении задачи планирования технической оснащенности сельскохозяйственного производства, например растениеводства, критерий оптимальности определяется как

$$\min Q(x) = \sum_{ik} C_{ik}^l X_{ik}^l t_k + \sum_j C_j (d_{3j} + E), \quad i \in I, j \in J_i, k \in K, l \in L_{ij}, \quad (13)$$

где C_{ik}^l — эксплуатационные затраты l -го агрегата в ходе работ i -го вида в k -й период; X_{ik}^l — число агрегатов l в ходе работ i -го вида в k -й период; t_k — продолжительность k -го периода; C_j — сбалансированная стоимость j -й сельскохозяйственной машины; d_{3j} — норматив отчислений на реновацию j -й машины; K — множество расчетных периодов; I — множество работ k -го периода; J_i — множество машин, занятых в ходе работ i -го вида; L_{ij} — множество агрегатов, объединенных в j -ю машину для выполнения работ i -го вида.

В качестве целевой функции может выступать критерий, минимизирующий количество обслуживающего персонала:

$$\min Q(x) = \sum_{k=1}^n \sum_{i \in I} N_{ilk} X_{ilk},$$

где n — количество планируемых периодов работы; N_{ilk} — количество персонала, обслуживающего l агрегатов в ходе работ i -го вида в k -й период; X_{ilk} — количество агрегатов l , занятых в k -й период в ходе работ i -го вида.

Технические средства при выборе такого критерия должны задаваться ранжированным рядом производительностей стационарных и мобильных агрегатов.

Реализация прогноза с получением оценочных показателей возможна с использованием критерия, минимизирующего количество машин в системе:

$$\min Q(x) = \left[\sum_{m \in M} X_p \right], \quad (14)$$

где X_p — количество сельхозмашин p -го вида, M — множество переменных по видам машин.

Критерий (14) обеспечивает ввод в оптимальный план наиболее производительных энергомашин и определяет максимальный КПД технических средств отрасли.

В качестве критерия оптимальности могут выступать и эксплуатационные затраты, в которых, в отличие от приведенных затрат, не учитывается эффективность капитальных вложений в средства технической оснащенности.

Стоимостным критерием оптимальности также является критерий, минимизирующий затраты на восстановление технических средств (с учетом обозначений, принятых в выражении (13)):

$$\min Q(x) = \sum_{ik} \max_k \left(\sum X_{ik}^l \right) C_j (E + d_{3j}) + \sum_S C_S (d_{3j} + E) X_S,$$

где S — множество сельскохозяйственных машин.

Использование любого из экономических критериев оптимизации не исключает возможности использования материального критерия оптимизации, и наоборот. Многоуровневое представление системы технического оснащения агропромышленного комплекса позволяет выбирать наиболее удобные критерии оптимизации для отдельных подсистем, объединяя их общим для всей системы главным критерием оптимизации. Как правило, критерии

оптимальности подсистем иерархии соответствуют критерию оптимальности верхнего уровня, однако возможность использования различных критериев на разных уровнях системы не исключается. Например, если в качестве критерия оптимальности верхнего уровня выбран минимум приведенных и эксплуатационных затрат, то на нижнем технологическом уровне могут быть использованы критерии, минимизирующие количество машин, обслуживающего персонала и затраты на восстановление техники.

Способы учета внешних воздействий. При выборе критериев оптимизации системы технического оснащения должны учитываться вероятностные условия ее функционирования [10, 11]. Воздействие природной среды на условия функционирования технических средств проявляется в различных затратах (энергетических, трудовых, временных и т.п.) на выполнение однотипных операций, в изменении ресурса (максимального срока службы) техники и параметров эксплуатационной надежности (наработки на отказ, времени устранения отказа и т.п.). Учет подобного воздействия осуществляется в форме нормативной документации (нормативы амортизации, сроки проведения ремонтных работ и т.п.), регламентирующей процесс эксплуатации технических средств в различных природно-климатических условиях. Для учета внешних стохастических воздействий вводятся различные показатели качества работы системы технического оснащения:

- экологические;
- природно-климатические;
- конструктивной надежности;
- технологические;
- энергетические;
- экономические;
- организационные;
- ресурсные (трудовые);
- эксплуатационной надежности и оперативности.

Величина потерь для различных комплексов технических средств и систем при работе в несхожих условиях будет разной. Посредством минимизации функционала, определяющего производственные потери и другие возможные затраты, можно определить и сформировать наиболее рациональные для конкретных условий системные характеристики: перечень сфер деятельности, целей и задач; качественный и количественный состав технических систем; основные технико-технологические требования к системам; параметры организации эксплуатации техники и т.п.

Заключение. Агропромышленный комплекс как самостоятельный элемент формирования систем технического оснащения и оценки их работы функционирует в соответствии с определенными характерными закономерностями. Рассмотренные натурально-вещественные критерии можно одновременно применять как требования к системе управления техническим оснащением агропромышленного комплекса. Основанием для такого предположения служат представленные методы многокритериальной оптимизации. Выбор метода объединения отдельной группы критериев можно обосновать расположением соответствующих подсистем в производственной иерархии. Многокритериальное управление системой технического оснащения позволит легче адаптироваться к климатическим, экономическим и другим изменениям условий работы предприятий агропромышленного комплекса. Предложенные в данной статье критерии оптимальности формируют целевые функции при оптимизации средств технического оснащения сельского хозяйства. Предложенные процедуры формирования критериев оптимизации технического оснащения не учитывают влияние недетерминированных возмущений. При учете внешних стохастических возмущений задача поиска оптимальных параметров системы технического оснащения становится труднодостижимой.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. King R. P., Boehlje M., Cook M. L., Sonka S. T. Agribusiness economics and management // Amer. J. of Agricultural Economics. 2010. Vol. 92. P. 554—570.
2. Valainis O., Zvirbule-Berzina A. Optimisation of grain farms in Latvia // Proc. of the Intern. Sci. Conf. "Economic Science for Rural Development: Resources and Cooperation". Jelgava, Latvia. 2012. P.134—139.
3. Kharmanda G., Ibrahim M. H., Abo Al-kheer A., Guerin F., El-Hami A. Reliability-based design optimization of shank chisel plough using optimum safety factor strategy // Computers and Electronics in Agriculture. 2014. Vol. 109. P. 162—171.
4. Moise V., St Biris S., Grecu B., Ungureanu N., David L., Paraschiv G. Determination of the minimum surface of an agricultural farm from which a certain power range of tractors become profitable // Proc.: Actual Tasks on Agricultural Engineering. 2010. Vol. 38. P. 99—110.
5. Александров И. К. Энергетический анализ и пути снижения энергоемкости машинных агрегатов (на примере сельскохозяйственных машин). Вологда: Сев.-Двинск. отд. Инженерной академии РФ, 1993. 198 с.
6. Месарович Ф., Мико Д., Тахакара И. Теория иерархических систем. М.: Мир, 1973. 332 с.
7. Bellman R. E. Dynamic Programming. Courier Dover Publ. 2003.
8. Jan A. S. Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms. Springer Publ. 2005.
9. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений. СПб: БХВ-Петербург, 2005. 416 с.
10. Klein T., Holzkamper A., Calanca P., Seppelt R., Fuhrer J. Adapting agricultural land management to climate change: a regional multi-objective optimization approach // Landscape Ecology. 2013. Vol. 28. P. 2029—2047.
11. Shamshirband S., Khoshnevisan B., Yousefi M., Bolandnazar E., Anuar N. B., Wahab A. W. A., Khan S. U. R. A multi-objective evolutionary algorithm for energy management of agricultural systems — A case study in Iran // Renewable and Sustainable Energy Rev. 2015. Vol. 44. P. 457—465.

Сведения об авторах

Владимир Иванович Салихов

— канд. техн. наук; Университет ИТМО, кафедра интеллектуальных технологий в промышленной робототехнике;
E-mail: tourinvest.spb@mail.ru

Сергей Александрович Вразhevский

— магистрант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Vrazhevskij.S@gmail.com

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: Салихов В. И., Вразhevский С. А. Исследование методов оптимизации процесса технического оснащения предприятий агропромышленного комплекса // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 770—778.

STUDY OF OPTIMIZATION METHODS FOR TECHNICAL EQUIPMENT OF AGRICULTURAL ENTERPRISES

V. I. Salikhov, S. A. Vrazhevsky

ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: Vrazhevskij.S@gmail.com

Multi-objective optimization methods for technical equipping control systems in the agricultural business area are reviewed. Economic and tangible optimality criteria for agricultural enterprises are considered. The control system of technical equipping is treated as a multi-level system with marked vertical and horizon-

tal communication. Methods of multi-criteria optimization are formulated for agronomic production systems with the account for character of relations between subsystems under optimization. Attention is paid to the gradient descent method for organization of vertical communications. External effects are accounted for in solving the problem of optimization of technical equipment.

Keywords: multi-objective optimization, gradient descent, technical equipping system, agribusiness, multi-level systems.

Data on authors

Vladimir I. Salikhov — PhD; ITMO University; Department of Intelligent Technologies in Industrial Robotics; E-mail: tourinvest.spb@mail.ru

Sergey A. Vrazhevsky — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: Vrazhevskij.S@gmail.com

For citation: *Salikhov V. I., Vrazhevsky S. A.* Study of optimization methods for technical equipment of agricultural enterprises // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*. 2015. Vol. 58, N 9. P. 770—778 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-770-778