

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочная книга по светотехнике / Под ред. Ю. Б. Айзенберга. М.: Знак, 2006. 972 с.
2. Мешков З. В. Основы светотехники: Учеб. пособие. М.: Энергия, 1979. Ч. 1. 368 с.

Сведения об авторах

- Алёна Юрьевна Голубева** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра твердотельной оптоэлектроники, Санкт-Петербург; E-mail: golubevaay@gmail.com
- Александр Игоревич Иванов** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра твердотельной оптоэлектроники, Санкт-Петербург; E-mail: ale4103@gmail.com
- Виктор Трофимович Прокопенко** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра твердотельной оптоэлектроники, Санкт-Петербург; E-mail: prokopenko@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
твердотельной оптоэлектроники

Поступила в редакцию
21.02.14 г.

УДК 629.78

А. П. Смирнов, Т. Л. Романова

**СТАБИЛИЗАЦИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ
С ПОМОЩЬЮ ТРЕХ АВТОКОЛЛИМАТОРОВ**

Представлены результаты математического анализа возможности трехмерного позиционирования двух твердых тел по отношению к третьему и рассмотрены варианты технических решений.

Ключевые слова: автоколлиматор, призма, система координат, матрица.

Техническая задача трехмерного позиционирования твердых тел относительно базового элемента возникает, например, при стабилизации космической платформы [1]. При этом твердые тела представляют собой контрольные элементы в виде призм с двумя зеркальными гранями, а базовый элемент, также в виде призмы, удерживается в пространстве заданным образом по отношению к внешнему источнику света. Одним из технических решений данной задачи является замкнутая система из трех автоколлиматоров $K1$ — $K3$ [2], сопряженных с твердыми телами — контрольными элементами $KЭ1$, $KЭ2$ и базовым элементом БЭ (рис. 1). Автоколлиматоры состоят из направленных друг на друга пар плоских зеркал, при этом коллиматоры $K1$ и $K2$ расположены между плоскими зеркальными гранями призмённых элементов и базового элемента, а коллиматор $K3$ — между призмёнными элементами (рис. 1, а).

Оптическую схему автоколлиматора рассмотрим на примере коллиматора $K3$ (рис. 1, б). Автоколлиматор $K3$ содержит оптический блок, состоящий из объектива с вынесенной передней главной плоскостью H , в исходном состоянии во внешней системе координат $OXYZ$ оптическая ось объектива совпадает с осью Y . Точка O — главная точка объектива, совпадающая с его узловой точкой. Измерительная марка A совмещается с точкой O . Марка A с увеличением $+1$ изображается в заднюю главную точку O' . На расстоянии $0,5f'$, где f' — заднее фокусное расстояние объектива, устанавливается зеркальная грань $KЭ1$. Параллельный пучок лучей, вышедших из объектива, отражается от зеркальной грани $KЭ2$ и в обратном ходе образует в плоскости H автоколлимационное изображение марки A' . Если зеркальная грань $KЭ1$ наклонена относительно оси y на угол β , то из объектива выходит параллельный пучок лучей также под углом β относительно оси y . Если автоколлимационная зеркальная грань

КЭ2 наклонена на угол α относительно оптической оси объектива, то изображение марки A смещается в точку с координатой y' в плоскости H , при этом

$$y' = f' \operatorname{tg}[2(\alpha - \beta)].$$

Такая конструкция оптической системы делает автоколлиматор нерасстраиваемым. Малые смещения объектива в плоскости, перпендикулярной оси y , а также малые наклоны объектива не приводят к смещению автоколлимационного изображения марки A , т.е. к изменению значения координаты y' , и, соответственно, не приводят к изменению контролируемой разности $(\alpha - \beta)$.

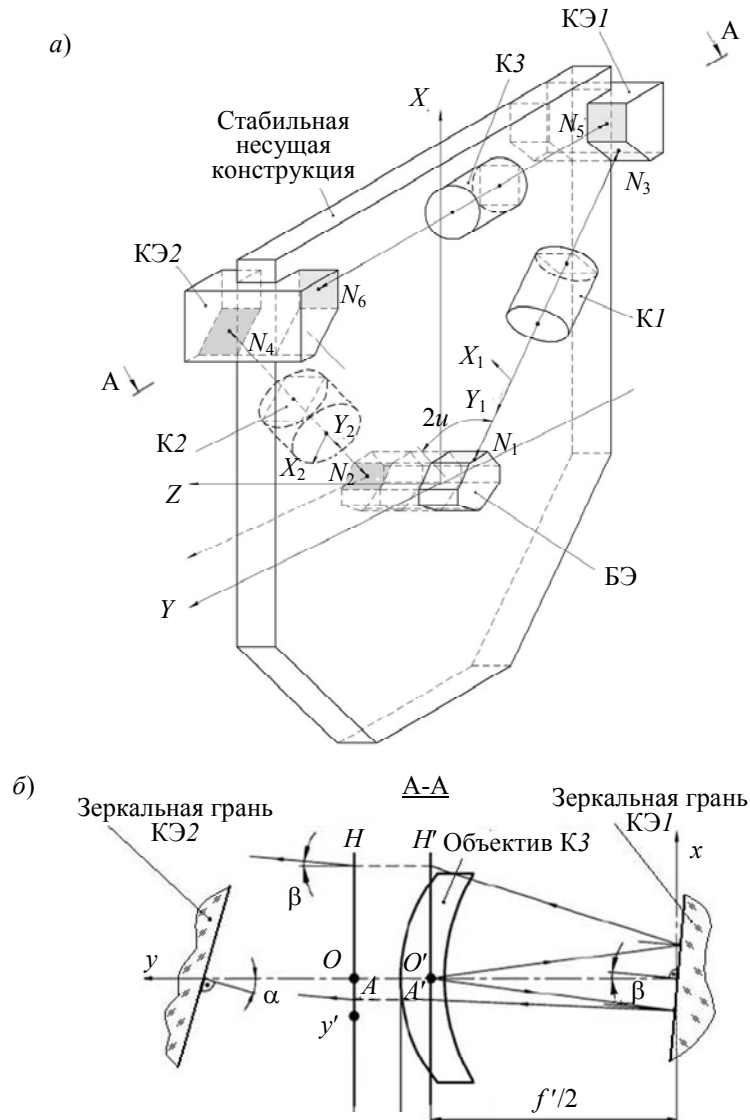


Рис. 1

Объективы автоколлиматоров с матричными приемниками расположены в начальном положении так, что их оптические оси составляют равнобедренный треугольник с углом $2u$ при вершине. Измерительные марки расположены на оптической оси, причем плоские зеркала базового элемента расположены по нормали к боковым сторонам. Внешняя (глобальная) декартова система координат $OXYZ$ связана с базовым элементом. Оптическая ось автоколлиматора КЗ в номинальном положении расположена вдоль оси ординат. Под действием внешних возмущений происходит смещение относительно оси автоколлимационных изображений, сформированных при последовательном отражении луча от плоских зеркальных граней призм в поле зрения матричных приемников. По координатам центров тяжести пятен на

приемнике необходимо восстановить пространственное положение контрольных элементов. Рассмотрению алгоритма восстановления и посвящена данная статья.

В качестве локальных систем координат автоколлиматоров $K1$ и $K2$ выберем правые декартовы системы с направлением осей ординат вдоль нормалей к зеркалам базового элемента (см. рис. 1). Оси абсцисс и аппликат служат поперечными осями матричных приемников. Переход к локальным координатам осуществляется поворотом вокруг глобальной оси аппликат на угол u для автоколлиматора $K1$ и угол $\pi-u$ для $K2$.

В предположении, что оптическая система идеальная, проанализируем влияние первичных методических погрешностей измерений на точность стабилизации платформы, при этом влияние первичных погрешностей установок и технологических угловых погрешностей призм не учитывается.

Рассмотрим математическую модель конструкции оптической системы, для описания которой воспользуемся законом отражения от зеркала в векторном виде [3]:

$$L'(L, N) = L - 2N(LN). \quad (1)$$

Здесь L' — векторная функция направляющих косинусов отраженного луча; L — функция направляющих косинусов падающего луча; N — нормаль к зеркалу, сонаправленная с падающим лучом.

Для осуществления матричных операций требуется определить во внешней системе координат матрицу поворота на угол α относительно оси с направляющими косинусами $P = (P_0, P_1, P_2)$ [4]:

$$M(P, \alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & P_2 \cdot \sin \alpha & -P_1 \cdot \sin \alpha \\ -P_2 \cdot \sin \alpha & \cos \alpha & P_0 \cdot \sin \alpha \\ P_1 \cdot \sin \alpha & -P_0 \cdot \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (P_0)^2 & P_0 \cdot P_1 & P_0 \cdot P_2 \\ P_1 \cdot P_0 & (P_1)^2 & P_1 \cdot P_2 \\ P_2 \cdot P_0 & P_2 \cdot P_1 & (P_2)^2 \end{bmatrix} \cdot (1 - \cos \alpha). \quad (2)$$

Используя выражение (2), сформируем номинальные значения нормалей к плоским зеркалам автоколлиматоров: задав угол $u = 35^\circ$, посредством поворота, например, орта ординат \mathbf{j} вокруг оси аппликат с ортом \mathbf{k} , используемым в качестве оси поворота $P = (0, 1, 0)$, на заданные углы (используется правовинтовая декартова система координат) получим

$$\begin{aligned} N_1 &= M(\mathbf{k}, -u) \cdot \mathbf{j}, & N_2 &= M[\mathbf{k}, (u - \pi)] \cdot \mathbf{j}, & N_3 &= M[\mathbf{k}, (\pi - u)] \cdot \mathbf{j}, \\ N_4 &= M(\mathbf{k}, u) \cdot \mathbf{j}, & N_5 &= M(\mathbf{k}, \pi) \cdot \mathbf{j}, & N_5 &= M(\mathbf{k}, 0) \cdot \mathbf{j}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим конкретный пример. Пусть значения углов, характеризующих положение контрольных призм при возмущающих воздействиях, не превышают $30'$, а фокусные расстояния объективов автоколлиматоров $f' = 400$ мм. Тогда с использованием встроенных стохастических функций в среде MathCAD произведем моделирование неизвестных нормалей посредством поворота контрольных призм на случайные углы относительно координатных осей. В результате будет сформирован случайный вектор углов поворота, в минутах, последовательно вокруг осей $KЭ1$ (14, -29, 9) и $KЭ2$ (-19, 4, 20), тогда реальные нормали к зеркалам контрольных призм могут быть представлены в следующем виде:

$$N_{r3} = M(\mathbf{i}, 14') M(\mathbf{j}, -29') M(\mathbf{k}, 9') N_3 = \begin{pmatrix} 0,452 \\ -0,892 \\ -1,766 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix},$$

$$N_{r4} = \begin{pmatrix} 0,459 \\ 0,888 \\ 5,444 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}, N_{r5} = \begin{pmatrix} -2,618 \cdot 10^{-3} \\ -1 \\ 4,094 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}, N_{r6} = \begin{pmatrix} 5,818 \cdot 10^{-3} \\ 1 \\ 5,534 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В локальных координатах автоколлиматоров К1 и К2 нормали N_{rL3} и $-N_{rL4}$ к зеркалам КЭ1 и КЭ2 определяются согласно преобразованию (2).

Сформируем матрицы перехода в локальную систему координат автоколлиматоров К1 и К2 соответственно:

$$N_{rL3} = M(\mathbf{k}, u)N_{r3} = \begin{pmatrix} -2,636 \cdot 10^{-3} \\ -1 \\ -1,766 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}, N_{rL4} = M(\mathbf{k}, \pi - u)N_{r4} = \begin{pmatrix} -5,825 \cdot 10^{-3} \\ -1 \\ -5,444 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Поскольку в автоколлиматорах К1 и К2 сигнальный луч распространяется вдоль нормали к граням базовой призмы, то, отразившись от них, луч будет направлен к орту ординат $-\mathbf{j}$. Отражившись от граней контрольных призм, луч, пройдя через объектив, попадет в пятно на приемнике. Измерив координаты X_1 и Z_1 , можно восстановить направляющие косинусы отраженного луча:

$$L'_3 = \begin{bmatrix} X_1 \\ \sqrt{f^2 - X_1^2 - Z_1^2} \\ Z_1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{f'} = \begin{pmatrix} 5,272 \cdot 10^{-3} \\ 1 \\ 3,532 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}, L'_4 = \begin{bmatrix} X_2 \\ \sqrt{f^2 - X_2^2 - Z_2^2} \\ Z_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{f'} = \begin{pmatrix} 0,012 \\ 1 \\ 0,011 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Как следует из выражения (1), нормаль к зеркалу в локальной системе координат может быть определена, если известны направляющие косинусы падающего и отраженного лучей:

$$N = \frac{L - L'(L, N)}{2N(LN)} = \frac{L - L'(L, N)}{|L - L'(L, N)|}. \quad (7)$$

В формуле (7) использовано свойство единичной длины нормали, на основании которого находим нормали к зеркалам контрольных призм в локальных координатах автоколлиматоров К1 и К2 соответственно:

$$N'_3 = \frac{-\mathbf{j} - L'_3}{|\mathbf{j} + L'_3|} = \begin{pmatrix} -2,636 \cdot 10^{-3} \\ -1 \\ -1,766 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}, N'_4 = \frac{-\mathbf{j} - L'_4}{|\mathbf{j} + L'_4|} = \begin{pmatrix} -5,825 \cdot 10^{-3} \\ -1 \\ 5,444 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Переход во внешнюю систему координат позволяет осуществить восстановление реальных значений нормалей N_{v3} и N_{v4} к зеркалам контрольных призм, обращенных к базовой призме, которые полностью совпадают с реальными значениями N_{r3} и N_{r4} :

$$N_{v3} = M(\mathbf{k}, u)N'_3 = N_{r3}, \quad N_{v4} = M(\mathbf{k}, u - \pi)N'_4 = N_{r4}. \quad (9)$$

Таким образом, в данном случае методическая погрешность восстановления равна нулю.

Рассмотрим два способа восстановления нормалей N_5 и N_6 к зеркалам автоколлиматора К3 (см. рис.1).

1-й способ. Одна из призм, например КЭ1, имеет два положения в пространстве, отличающиеся направлением нормали: одно — N_{r5} (см. формулу (4)), другое — полученное

в результате поворота вокруг оси N_1 с направляющими косинусами на некоторый угол γ . С помощью преобразования (2) сформируем матрицу поворота

$$M_n = M(N_1, \gamma) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где элементы a_i матрицы сформированы из координат вектора N_1 и угла γ .

Если луч направлен вдоль оптической оси к зеркалу с нормалью N_5 , по орту $-\mathbf{j}$, а отразившись, — к зеркалу с нормалью N_6 , то, применяя дважды выражение (1), получаем

$$L_n = L'(L'(-\mathbf{j}, N_{r5}), N_{r6}) = \begin{bmatrix} X_n \\ -\sqrt{f'^2 - X_n^2 - Z_n^2} \\ Z_n \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{f'} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$L'_n = L'(L'(-\mathbf{j}, M_n N_{r5}), N_{r6}) = \begin{bmatrix} X'_n \\ -\sqrt{f'^2 - X_n'^2 - Z_n'^2} \\ Z'_n \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{f'} = \begin{pmatrix} b' \\ c' \\ d' \end{pmatrix},$$

здесь X_n, Z_n и X'_n, Z'_n — координаты меток на приемнике.

Выделим скалярные уравнения для составляющих по осям абсцисс и аппликат и выразим неизвестные координаты нормалей через величины p, m, r, t : $N_{r5} = (p, -(1-p^2-m^2)^{0,5}, m)$, $N_{r6} = (r, (1-r^2-t^2)^{0,5}, t)$. Подставив полученные векторы в уравнения (11) и использовав дважды выражение (1), после преобразований получим систему из четырех нелинейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} k_1 p + k_3 r &= -b / 2; \\ k_1 m + k_3 t &= -d / 2; \\ a_{11} k_4 p + a_{13} k_4 m + k_5 r &= a_{12} k_1 k_4 - b' / 2; \\ a_{31} k_4 p + a_{33} k_4 m + k_5 t &= a_{32} k_1 k_4 - d' / 2, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где

$$k_1 = \sqrt{1 - p^2 - m^2}, \quad k_2 = \sqrt{1 - r^2 - t^2}, \quad k_3 = -2k_1 [pr + mt - k_1 k_2] - k_2,$$

$$k_4 = -a_{21} p - a_{23} m + a_{22} k_1, \quad k_5 = -k_2 - 2k_4 [r(a_{11} p - a_{12} k_1 + a_{13} m) - k_2 k_4 + t(a_{31} p - a_{32} k_1 + a_{33} m)].$$

В нулевом приближении $p=m=r=t=0$ и все пять коэффициентов k_1-k_5 равны единице, и тогда система сводится к линейной. Для следующего приближения требуется вычислить новые значения коэффициентов k_1-k_5 и перейти к следующему шагу, также решая систему линейных уравнений.

Как показали исследования, при нулевом приближении погрешность восстановления нормалей N_5 и N_6 составляет $17,97''$, в первом приближении — $2,03''$; следующие приближения достигают стационарной области и не обеспечивают повышения точности.

Если погрешность линейного наведения автоколлиматора составляет, например, 3 мкм, то при $f' = 400$ мм погрешность углового наведения составит 10^{-5} рад = $2,06''$. Эта оценка показывает, что первое приближение при решении системы (12) достаточно для обеспечения данной точности.

2-й способ. На одну из призм, например КЭ1, наклеивается небольшой зеркальный клин (рис. 2) с углом φ при вершине. Для определения нормали к гипотенузной грани клина требуется осуществить поворот на угол φ вокруг оси, перпендикулярной плоскости, составленной

реальными нормальными N_{r3} и N_{r5} . Математически виртуальная ось поворота выражается векторным произведением восстановленной с нулевой методической погрешностью нормали к грани 3 и неизвестной нормали к грани 5 (см. рис. 2).

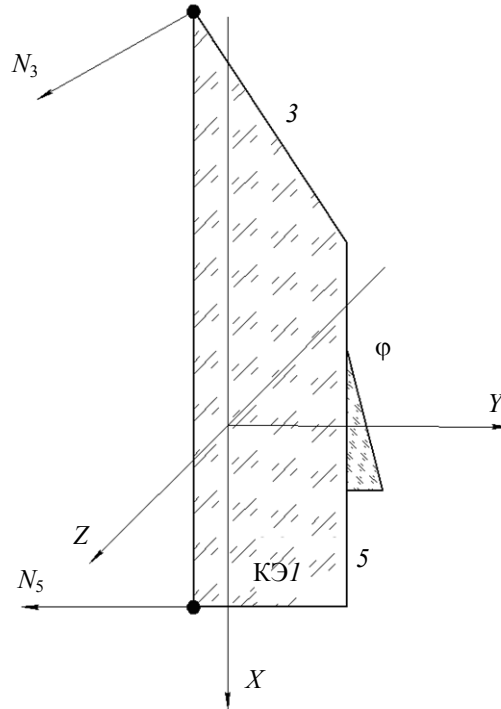


Рис. 2

Выразив нормаль N_{r3} через величины q, v, s , которые математически точно восстанавливаются по данным координат автоколлиматора К1, и нормаль N_{r5} — через неизвестные величины p и m , составим функцию T направляющих косинусов оси вращения, переводящей нормаль N_5 к нормали к зеркальной грани приклеенного клина:

$$T = \begin{pmatrix} -sk_1 - vm \\ qm - ps \\ vp - qk_1 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Используя формулы (2) и (13), сформируем матрицу преобразования

$$T_n = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix},$$

где

$$g_{11} = \cos \varphi + (sk_1 + vm)^2 (1 - \cos \varphi),$$

$$g_{12} = (vp - qk_1) \sin \varphi - (sk_1 + vm)(qm - ps)(1 - \cos \varphi), \dots \text{(и т.д.)}$$

Элементы g_i матрицы T_n зависят от известных составляющих нормали N_{r3} , а также неизвестных координат p и m нормали N_{r5} . На первом шаге $p = m = 0$, на следующих шагах коэффициенты матрицы и коэффициенты $k_1—k_5$ (см. систему уравнений (12)) уточняются.

Заметим, что для восстановления нормалей к зеркалам автоколлиматора К3, когда они имеют неопределенное положение в пространстве, требуется дополнительное конструктивное решение, чтобы получить два пятна на приемнике. Для нахождения математического решения в этом случае используются нелинейные, трансцендентные уравнения, и решение зависит от начального приближения, которое отождествляется с номинальным положением

зеркал. В номинальном положении нормали к зеркалам расположены по оси ординат, а поперечные составляющие нормалей, абсциссы и аппликаты, равны нулю.

Погрешность восстановления зависит от пространственного положения контрольных призм: например, если угол, определяющий положение призм, не превышает $30'$, то погрешность составляет $2''$. Таким образом, предложенные способы изменения конструкции оптической системы позволяют обеспечить стабильность платформы.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тезисы третьей Всесоюзной научно-технической конференции „Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов“: Сб. материалов / Под ред. Г. А. Аванесова и др. М.: ИКИ РАН, 2008.
2. Цифровой двухкоординатный автоколлиматор / А. Н. Королев, А. И. Гарцуев, Г. С. Полищук, В. П. Трезуб // Оптич. журн. 2009. Т.76, № 10. С. 42—47.
3. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1981.

Сведения об авторах

- Александр Павлович Смирнов** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра компьютерной фотоники и видеоинформатики, Санкт-Петербург;
E-mail: apsmirnov@bk.ru
- Татьяна Леонидовна Романова** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра компьютерной фотоники и видеоинформатики, Санкт-Петербург; E-mail: RTL87@mail.ru

Рекомендована кафедрой
компьютерной фотоники
и видеоинформатики

Поступила в редакцию
25.12.13 г.