
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 629.783:521.3
DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-3-190-196

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ТОЧНОСТИ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

А. Д. ГОЛЯКОВ, И. В. ФОМИНОВ

*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: i.v.fominov@gmail.com*

Рассматривается метод оценивания точности системы автономной навигации космического аппарата, заключающийся в определении аналитическим путем ковариационных матриц погрешностей навигации, полученных на основе измерений, производимых адаптивным бортовым информационно-измерительным комплексом при наличии возмущающих факторов космического пространства.

Ключевые слова: адаптивный бортовой информационно-измерительный комплекс, система автономной навигации космического аппарата, оценка точности навигации, возмущающие факторы космического пространства.

Исследование процессов и принципов функционирования бортовых систем управления космических аппаратов (КА) связано с определением целесообразности использования новых технических решений по созданию перспективных систем автономной навигации. В ходе этих исследований решается комплекс задач, одной из которых является анализ потенциальной (предельно достижимой) точности определения параметров движения центра масс КА при выбранных составах датчиков первичной навигационной информации (далее — датчики).

Для проведения аналитических исследований точности систем автономной навигации (САН) КА используются детерминированные и стохастические методы, разработанные в рамках научной школы под руководством проф. Л. Ф. Порфирьева и представленные в монографии [1]. При этом объективная информация о характеристиках точности исследуемой САН КА формируется с помощью стохастического метода начального оценивания, который получил развитие в работах [2—5].

В результате применения этого метода можно аналитическим путем найти ковариационную матрицу погрешностей навигации КА, т.е. матрицу $K(\mathbf{Q}(t_0))$, где $\mathbf{Q}(t_0)$ — вектор параметров движения центра масс КА в момент времени t_0 , который соответствует началу мерного интервала навигационного режима:

$$\mathbf{Q}(t_0) = [X(t_0) \ Y(t_0) \ Z(t_0) \ \dot{X}(t_0) \ \dot{Y}(t_0) \ \dot{Z}(t_0)]^T, \quad (1)$$

где $X(t_0), Y(t_0), Z(t_0)$ и $\dot{X}(t_0), \dot{Y}(t_0), \dot{Z}(t_0)$ — составляющие радиус-вектора и вектора скорости КА в прямоугольной системе координат XYZ .

Искомая матрица $K(\mathbf{Q}(t_0))$ определяется из выражения [1]

$$K(\mathbf{Q}(t_0)) = \left[\frac{N}{\tau} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \int_{t_0}^{t_0+\tau} W_i^T(t, t_0) W_i(t, t_0) dt \right]^{-1}, \quad (2)$$

где N — количество сеансов измерений при навигационном режиме; τ — продолжительность мерного интервала навигационного режима; n — количество датчиков, используемых в каждом навигационном сеансе; σ_i^2 — дисперсия погрешностей измерений, производимых i -м датчиком; $W_i(t, t_0)$ — матрица, определяемая в результате перемножения градиентной матрицы i -го первичного навигационного параметра, измеряемого соответствующим датчиком в ходе каждого навигационного сеанса, и матрицы баллистических производных [1, 3, 4].

В настоящее время в теории аналитического оценивания точности САН КА полагается, что при навигационном режиме функционирования КА дисперсии погрешностей имеют постоянные значения, т.е. $\sigma_i^2 = \text{const}$, $i = \overline{1, n}$. В соответствии с этим допущением в работах [1—5] получены ковариационные матрицы.

Однако анализ результатов функционирования бортовых измерительных приборов САН КА показал, что во время летной эксплуатации существуют риски появления возмущающих факторов космического пространства [6], дестабилизирующих процесс навигационных измерений и, как следствие, вызывающих снижение точности навигации. Причем с увеличением срока активного существования КА эти риски возрастают.

Эффективный способ „парирования“ таких рисков при эксплуатации КА — применение адаптивного бортового информационно-измерительного комплекса (АБИИК), обобщенная структура которого приведена в работе [6]. При появлении возмущающих факторов такой комплекс способен обеспечить выполнение целевых задач КА, не прерывая процесса навигационных измерений.

Таким образом, дальнейшее развитие теории аналитического оценивания точности САН КА связано с использованием АБИИК. Это обусловлено тем, что при формировании аналитических выражений ковариационных матриц дисперсии погрешностей σ_i^2 не являются постоянными величинами, а представляют собой функции, зависящие от вида и уровня воздействия возмущающего фактора.

Предположим, что при навигационном режиме в моменты времени t_j на датчики последовательно воздействуют m факторов Φ_j . При этом зависимости дисперсий погрешностей от возмущающего фактора являются известными функциями, т.е. $\sigma_{ij}^2 = \sigma_i^2(\Phi_j)$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{0, m}$, $i \neq j$. Будем также полагать, что в начальный момент времени t_0 возмущающее воздействие отсутствует, т.е. для i -го датчика дисперсия $\sigma_{i0}^2 = \sigma_i^2(\Phi_0) = \text{const}$, $i = \overline{1, n}$.

Тогда для определения ковариационной матрицы следует использовать выражение

$$K_{\Phi}(\mathbf{Q}(t_0)) = \left[\sum_{j=0}^m \frac{N_j}{\tau_j} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2(\Phi_j)} \int_{t_j}^{t_j+\tau_j} W_i^T(t, t_0) W_i(t, t_0) dt \right]^{-1}, \quad (3)$$

где N_j и τ_j — количество и продолжительность сеансов навигационных измерений, в течение которых возмущающие факторы Φ_j , $j = \overline{0, m}$, воздействуют на навигационные датчики.

Параметры N_j и τ_j связаны с параметрами N и τ (количеством сеансов измерений при навигационном режиме и продолжительностью его мерного интервала) очевидными равенствами $N = \sum_{j=0}^m N_j$ и $\tau = \sum_{j=0}^m \tau_j$.

Таким образом, матрица (3) будет представлять собой функцию параметров возмущающего фактора: $K_{\Phi}(\mathbf{Q}(t_0)) = f_{\Phi}(m, n, N_j, \tau_j, W(t, t_0), \sigma_i^2(\Phi_j), i = \overline{1, n}, j = \overline{0, m})$.

Ковариационная матрица $K_{\Phi}(\mathbf{Q}(t_0))$ характеризует точность функционирования САН КА в условиях наличия возмущающих факторов; при этом ее диагональные элементы представляют собой аналитические выражения, с помощью которых рассчитываются дисперсии оценок вектора $\mathbf{Q}(t_0)$ с учетом адаптации бортовой аппаратуры КА к возмущающим факторам.

При обнаружении возмущающего фактора посредством блока адаптации комплекса осуществляется перестроение измерительной аппаратуры в целях обеспечения непрерывности навигационного режима. В частности, в момент t_1 по команде блока адаптации отключается один состав датчиков и включается другой. Это приводит к тому, что значение дисперсии измерений первичного навигационного параметра скачкообразно изменяется от σ_1^2 до σ_2^2 .

Как правило, указанное перестроение может привести к некоторому снижению точности измерения первичного навигационного параметра при адаптации аппаратуры к возмущающим воздействиям. Для определения этого факта введем коэффициент погрешностей измерений $k = \sigma_1 / \sigma_2$. Очевидно, что $k \in (0, 1]$; если $k \approx 1$, это свидетельствует о достаточно высоком качестве адаптации (перестроения) измерительной аппаратуры и, в том числе, ее высокой точности; при идеальном же замещении равноточных датчиков $k = 1$. При технической невозможности провести перестроение или при возникновении метрологического отказа замещающего состава датчиков, т.е. при $\sigma_2 \gg \sigma_1$, $k \approx 0$. В связи с этим коэффициент погрешностей измерений является относительной характеристикой точности включенных датчиков, которые используются при наличии возмущающего фактора.

Для проведения сравнительного анализа результатов выполненных исследований с результатами, полученными в работе [1], примем, что опорная орбита КА является круговой. Анализ точности навигации КА будем выполнять в геоцентрической системе отсчета XYZ , оси X и Y которой находятся в плоскости орбиты КА, а ось Z совмещена с нормалью к плоскости его орбиты. Ось X совмещена с радиус-вектором КА, поэтому она называется радиальной осью, а перпендикулярная ей ось Y — трансверсальной.

В этой системе отсчета параметры движения центра масс КА, находящегося на опорной орбите в некоторый начальный момент времени t_0 , определяются вектором $\mathbf{Q}_0(t_0) = [r \ 0 \ 0 \ V \ 0 \ 0]^T$, где модуль скорости V полета КА связан с радиусом r его орбиты известным соотношением [1]

$$V = \lambda r = \sqrt{\mu/r},$$

где λ — угловая орбитальная скорость движения КА; $\mu = 3,98\ 602 \cdot 10^5 \text{ км}^3 \cdot \text{с}^{-2}$ — гравитационный параметр Земли.

Предположим, что навигационная звезда находится в плоскости орбиты КА. В этом случае элементы градиентной матрицы, содержащие частные производные от угла β (образованного направлением на звезду и условный центр Земли — угол „звезда—вертикаль“) по параметрам движения КА относительно плоскости орбиты, равны нулю. Поэтому найдем ковариационную матрицу погрешностей навигации для вектора $\mathbf{Q}_1(t_0) = [X(t_0) \ Y(t_0) \ \dot{X}(t_0) \ \dot{Y}(t_0)]^T$.

С учетом принятых допущений искомая ковариационная матрица принимает вид

$$K_{\Phi}^{\beta}(\mathbf{Q}_1(t_0)) = \frac{r^2 \sigma_1^2}{N} \begin{bmatrix} \tilde{K}_x^{\beta}(k) & \tilde{K}_{xy}^{\beta}(k) & \tilde{K}_{xx}^{\beta}(k)\lambda & \tilde{K}_{xy}^{\beta}(k)\lambda \\ & \tilde{K}_y^{\beta}(k) & \tilde{K}_{yx}^{\beta}(k)\lambda & \tilde{K}_{yy}^{\beta}(k)\lambda \\ & & \tilde{K}_{\dot{x}}^{\beta}(k)\lambda^2 & \tilde{K}_{\dot{y}}^{\beta}(k)\lambda^2 \\ & & & \tilde{K}_{\dot{y}}^{\beta}(k)\lambda^2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где коэффициенты дисперсий и коэффициенты ковариаций погрешностей оценивания вектора $\mathbf{Q}_1(t_0)$ определяются с помощью следующих выражений:

$$\begin{aligned} \tilde{K}_x^{\beta}(k) &= \frac{1}{3\Delta_{\beta}(k)} [(3\pi^4 + 32\pi^2 - 544)(k^6 + 1) + k(45\pi^4 + 480\pi^2 + 544)(k^2 + 1)]; \\ \tilde{K}_y^{\beta}(k) &= \frac{4}{\Delta_{\beta}(k)} [(15\pi^4 - 44\pi^2 - 624)k^6 + (45\pi^4 - 100\pi^2 + 1392)k^4 + \\ &\quad + (33\pi^4 - 100\pi^2 - 912)k^2 + 3\pi^4 - 44\pi^2 + 144]; \\ \tilde{K}_{\dot{x}}^{\beta}(k) &= \frac{1}{\Delta_{\beta}(k)} [(57\pi^4 - 296\pi^2 - 1344)k^6 + (135\pi^4 - 184\pi^2 - 2880)k^4 + \\ &\quad + (87\pi^4 + 8\pi^2 - 1728)k^2 + 9\pi^4 - 104\pi^2 + 192]; \\ \tilde{K}_y^{\beta}(k) &= \frac{1}{3\Delta_{\beta}(k)} [(3\pi^4 + 8\pi^2 - 352)(k^6 + 1) + k^2(45\pi^4 + 216\pi^2 + 352)(k^2 + 1)]; \\ \tilde{K}_{xy}^{\beta}(k) &= \frac{4\pi}{\Delta_{\beta}(k)} [(5\pi^4 - 32\pi^2 - 32)k^6 + (37\pi^4 - 128\pi^2 + 96)k^4 + \\ &\quad + (35\pi^4 - 64\pi^2 - 96)k^2 + 3\pi^4 - 32\pi^2 + 32]; \\ \tilde{K}_{xx}^{\beta}(k) &= -\frac{4\pi\lambda}{\Delta_{\beta}(k)} [(5\pi^4 - 40\pi^2 + 32)k^6 + (37\pi^4 + 72\pi^2 - 96)k^4 + \\ &\quad + (35\pi^4 - 8\pi^2 + 96)k^2 + 3\pi^4 - 24\pi^2 - 32]; \\ \tilde{K}_{\dot{y}}^{\beta}(k) &= -\frac{\pi^2}{3\Delta_{\beta}(k)} [(3\pi^4 + 16\pi^2 - 416)(k^6 + 1) + k^2(45\pi^4 + 336\pi^2 + 416)(k^2 + 1)]; \\ \tilde{K}_{yx}^{\beta}(k) &= -\frac{2\pi^2}{\Delta_{\beta}(k)} [(29\pi^4 - 116\pi^2 - 960)k^6 + (75\pi^4 - 124\pi^2 + 2112)k^4 + \\ &\quad + (51\pi^4 - 76\pi^2 - 1344)k^2 + 5\pi^4 - 68\pi^2 + 192]; \\ \tilde{K}_{yy}^{\beta}(k) &= -\frac{8\pi}{\Delta_{\beta}(k)} [(\pi^4 - 8\pi^2 + 16)k^6 + (15\pi^4 + 56\pi^2 - 48)k^4 + \\ &\quad + (15\pi^4 - 40\pi^2 + 48)k^2 + \pi^4 - 8\pi^2 - 16]; \\ \tilde{K}_{\dot{y}}^{\beta}(k) &= \frac{8\pi}{\Delta_{\beta}(k)} [(\pi^4 - 10\pi^2 + 32)k^6 + (15\pi^4 + 30\pi^2 - 96)k^4 + \\ &\quad + (15\pi^4 - 14\pi^2 + 96)k^2 + \pi^4 - 6\pi^2 - 32]; \end{aligned}$$

$$\Delta_{\beta}(k) = \frac{2}{\pi^2} [(\pi^6 - 8\pi^4 - 96\pi^2 + 768)(k^8 + 1) + 16k^2(\pi^6 - 6\pi^4 - 192)(k^4 + 1) + 2k^4(15\pi^6 - 88\pi^4 + 96\pi^2 + 2304)].$$

С помощью выражения (4) найдем СКО погрешностей оценок параметров движения центра масс КА в плоскости его орбиты:

$$\delta_x(k) = \tilde{k}_x^{\beta}(k) \frac{r \sigma_1}{\sqrt{N}}; \quad \delta_y(k) = \tilde{k}_y^{\beta}(k) \frac{r \sigma_1}{\sqrt{N}}; \quad \delta_{\dot{x}}(k) = \tilde{k}_{\dot{x}}^{\beta}(k) \frac{V \sigma_1}{\sqrt{N}}; \quad \delta_{\dot{y}}(k) = \tilde{k}_{\dot{y}}^{\beta}(k) \frac{V \sigma_1}{\sqrt{N}}, \quad (5)$$

где $\tilde{k}_q^{\beta}(k)$ — коэффициент погрешностей навигации для q -го элемента вектора $\mathbf{Q}_1(t_0)$, который связан с коэффициентом дисперсий $\tilde{K}_q^{\beta}(k)$ равенством

$$\tilde{k}_q^{\beta}(k) = \sqrt{\tilde{K}_q^{\beta}(k)}.$$

Для случая когда орт навигационной звезды совпадает с нормалью (\mathbf{n}_0) к плоскости орбиты КА, элементы градиентной матрицы, содержащие частные производные от угла $\beta_{\mathbf{n}_0}$ по параметрам движения КА в плоскости орбиты, равны нулю. Тогда вектор параметров движения КА в направлении нормали к плоскости его орбиты определяется как $\mathbf{Q}_2(t_0) = [Z(t_0) \dot{Z}(t_0)]^T$.

Проведя матричное интегрирование и обращение матрицы в соответствии с выражением (3), получаем ковариационную матрицу погрешностей оценивания вектора $\mathbf{Q}_2(t_0)$:

$$K_{\Phi}^{\beta}(\mathbf{Q}_2(t_0)) = \frac{4r^2\sigma_1^2}{N(1+k^2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

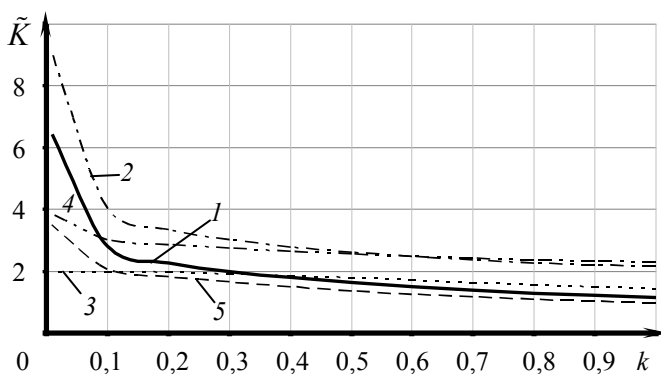
Дисперсии погрешностей оценок вектора $\mathbf{Q}_2(t_0)$ определяются как

$$\delta_z^2(k) = \tilde{K}_z^{\beta}(k) \frac{r^2\sigma_1^2}{N}, \quad \delta_{\dot{z}}^2(k) = \tilde{K}_{\dot{z}}^{\beta}(k) \frac{V^2\sigma_1^2}{N}, \quad (7)$$

где коэффициенты дисперсий оценок параметров бокового движения КА определяются из соотношения

$$\tilde{K}_z^{\beta}(k) = \tilde{K}_{\dot{z}}^{\beta}(k) = 4 / (1 + k^2).$$

Сравнительный анализ выражений (4)—(7) с результатами исследований, приведенными в работе [1, с. 133], показывает их полное совпадение при отсутствии возмущающего фактора, способного изменить СКО погрешностей навигационных измерений, т.е. при выполнении условия $k = 1$.



Результаты расчета коэффициентов погрешностей оценок вектора $\mathbf{Q}(t_0)$ при использовании АБИИК в зависимости от значений коэффициента погрешностей измерений угла „звезда—вертикаль“ приведены на рисунке и в таблице; на рисунке приняты следующие обозначения: 1 — радиальная координата, 2 — радиальная скорость, 3 — параметры бокового движения, 4 — трансверсальная координата, 5 — трансверсальная скорость.

Анализ полученных результатов показывает, что с уменьшением коэффициента k , т.е. с увеличением СКО погрешностей замещающего состава датчиков, используемых при возникновении возмущающего фактора, точность навигации снижается. Наибольшая чувстви-

тельность коэффициентов \tilde{K} к изменению коэффициента k наблюдается в случаях, когда СКО погрешностей измерений углов „звезда—вертикаль“ различаются более чем в десять раз ($k < 0,1$). При этом существенное снижение точности оценивания происходит по радиальным координатам и скорости КА. Погрешности оценок трансверсальной координаты и радиальной составляющей скорости в диапазоне $0,1 < k < 1$ превышают погрешности оценок других составляющих вектора $Q(t_0)$.

Параметр оценивания	\tilde{K} при k										
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,01
$X(t_0)$	1,15	1,22	1,29	1,38	1,49	1,63	1,79	2,00	2,27	2,81	6,43
$Y(t_0)$	2,31	2,34	2,38	2,43	2,49	2,56	2,64	2,75	2,86	3,02	3,88
$\dot{X}(t_0)$	2,14	2,20	2,27	2,36	2,47	2,61	2,79	3,02	3,34	4,05	9,04
$\dot{Y}(t_0)$	0,97	1,02	1,08	1,16	1,25	1,36	1,50	1,65	1,83	2,08	3,52
$Z(t_0), \dot{Z}(t_0)$	1,41	1,49	1,56	1,64	1,71	1,79	1,86	1,92	1,96	1,99	2,00

Таким образом, для проведения исследований предельно достижимой точности систем автономной навигации с использованием адаптивного бортового информационно-измерительного комплекса может быть использован предложенный метод. С помощью этого метода, в развитие теории аналитического оценивания точности космической навигации, могут быть получены выражения для расчета искомых дисперсий и ковариационных моментов в случае появления возмущающих факторов при навигационном режиме функционирования КА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Порфирьев Л. Ф., Смирнов В. В., Кузнецов В. И. Аналитические оценки точности автономных методов определения орбит. М.: Машиностроение, 1987. 280 с.
2. Голяков А. Д. Методы аналитического оценивания точности системы автономной навигации космических аппаратов // Навигация и гидрография. 2010. № 30. С. 47—58.
3. Анишаков Г. П., Голяков А. Д., Петрищев В. Ф., Фурсов В. А. Автономная навигация космических аппаратов. Самара: Гос. науч.-производств. ракетно-космический центр „ЦСКБ-Прогресс“, 2011. 486 с.
4. Голяков А. Д. Введение в теорию взаимной астронавигации ИСЗ. СПб: ВИКА им. А. Ф. Можайского, 1992. 142 с.
5. Голяков А. Д. Аналитическая оценка потенциальной точности автономной астронавигации космического аппарата по орбитальным ориентирам // Изв. вузов. Приборостроение. 2003. Т. 46, № 4. С. 51—57.
6. Фоминов И. В. Обобщенная структура адаптивного информационно-измерительного комплекса подвижного объекта // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 7. С. 5—9.

Сведения об авторах

- Алексей Дмитриевич Голяков** — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления; E-mail: algol49@yandex.ru
- Иван Вячеславович Фоминов** — канд. техн. наук, докторант; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления; E-mail: i.v.fominov@gmail.com

Рекомендована кафедрой автономных систем управления

Поступила в редакцию 15.09.14 г.

Ссылка для цитирования: Голяков А. Д., Фоминов И. В. Аналитический метод оценивания точности адаптивной системы автономной навигации космического аппарата // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 3. С. 190—196.

**ANALYTICAL METHOD FOR ESTIMATING THE ACCURACY OF ADAPTIVE SYSTEM
OF SPACECRAFT AUTONOMOUS NAVIGATION****A. D. Golyakov, I. V. Fominov***A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, Saint Petersburg, Russia**E-mail: i.v.fominov@gmail.com*

A method of estimating the accuracy of spacecraft autonomous navigation system is proposed. The method involves analytical determination of covariance matrices of navigation errors derived from adaptive on-board information-measuring complex data obtained under the effect of outer space disturbing factors.

Keywords: adaptive on-board information-measuring complex, spacecraft autonomous navigation system, estimation of navigation accuracy, outer space disturbing factors.

Data on authors

- Alexey D. Golyakov** — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Autonomous Control Systems; E-mail: algo149@yandex.ru
- Ivan V. Fominov** — PhD, Doctoral Cand.; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Autonomous Control System; E-mail i.v.fominov@gmail.com

Reference for citation: *Golyakov A. D., Fominov I. V. Analytical method for estimating the accuracy of adaptive system of spacecraft autonomous navigation // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 3. P. 190—196 (in Russian).*

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-3-190-196