
ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 681.5.11
DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-6-458-463

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРЕХМАССОВЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОСЕЙ С ОДНИМ И ДВУМЯ ВРАЩАЮЩИМИ МОМЕНТАМИ

В. А. ТОЛМАЧЕВ, М. В. НИКИТИНА, М. Е. СЕРГЕЕВА

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: nikitina@ets.ifmo.ru*

Предложена векторно-матричная математическая модель, пригодная для анализа механических переходных процессов в однодвигательных и двухдвигательных трехмассовых механизмах исполнительных осей, представляемых структурными схемами неразветвленного типа. Приведены расчетные соотношения для определения резонансных частот. Достоверность последних подтверждена результатами спектрального анализа кривых механических переходных процессов, проведенных с использованием пакета MatLab. Приводятся расчетные соотношения для определения параметров эквивалентных двухмассовых моделей двухдвигательных электроприводов с трехмассовыми механизмами осей, полученные на основе преобразований исходных моделей, методом электрических аналогий. Результаты исследования закладывают основу для выбора структурных решений и для создания строгой методики синтеза систем управления следящих электроприводов телескопов с двухдвигательными трехмассовыми механизмами осей.

Ключевые слова: исполнительная ось, трехмассовый механизм, математические модели, механические переходные процессы, резонансные частоты, спектральный анализ.

Введение. В настоящее время широко применяются оптические комплексы высокоточных наблюдений. Они позволяют решать такие задачи, как автономный поиск и обнаружение космических объектов, определение расстояния до космических аппаратов, измерение угловых координат объекта и сбор информации о них.

К основным задачам, возникающим при создании следящих электроприводов комплексов высокоточных оптических измерений, относится обеспечение:

— широкого диапазона (до 18 000) скоростей слежения при малых значениях среднеквадратичных ошибок (1—2");

— плавного движения оптической оси комплекса при инфранизких скоростях слежения (до единиц угловых секунд за секунду) в условиях нежесткости конструкции опорно-поворотного устройства (ОПУ) и возможного возникновения механического резонанса на частотах от единиц до нескольких десятков герц.

Для достижения указанных условий при построении систем управления применяются безредукторные электроприводы на основе бесконтактных высокомоментных вентильных электродвигателей и прецизионных цифровых датчиков координат с разрешающей способно-

стью по углу менее сотых долей угловой секунды [1, 2]. Помимо того, важную роль в решении указанных задач играет конструктивное исполнение всех элементов измерительного телескопа и в первую очередь — осей его ОПУ. Угловые частоты резонанса механизма оси, вызванного крутильными деформациями, в конечном итоге определяют полосу пропускания частот системы управления и влияют на ее динамическую точность.

В большинстве случаев ОПУ оптических комплексов являются двухосными и построены по альт-азимутальному принципу [3]. Известные безредукторные следящие электроприводы осей ОПУ являются однодвигательными. Конструкция азимутальных осей двухосных ОПУ, как правило, не позволяет использовать безредукторные двухдвигательные приводы, однако при построении угломестных осей это вполне возможно.

Выигрыш по массогабаритным показателям можно получить, используя двигатели меньшей мощности на обеих полуосях вилки телескопа [3]. Однако при такой конструкции необходимо обеспечивать высокие динамические качества системы слежения.

Определить целесообразность использования двух двигателей в следящем электроприводе с трехмассовой исполнительной осью можно, проанализировав процессы в механической подсистеме. Именно такой анализ и является предметом настоящей статьи.

Векторно-матричные математические модели трехмассового механизма с одним и двумя вращающимися моментами. Структурная схема трехмассового механизма, представляемого моделью последовательного типа с двумя вращающимися моментами M_1 и M_2 , приведена на рис. 1 (здесь $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ — угловые скорости первой; второй и третьей масс, M_{12} и M_{23} — моменты упругих связей; M_1 и M_2 — вращающие моменты на полуосях; C_{12} и C_{23} — крутильные жесткости левого и правого валов оси; J_1, J_3 — моменты инерции левого и правого валов; J_2 — момент инерции трубы телескопа M_{c1} и M_{c2} — моменты нагрузок на опорах оси).

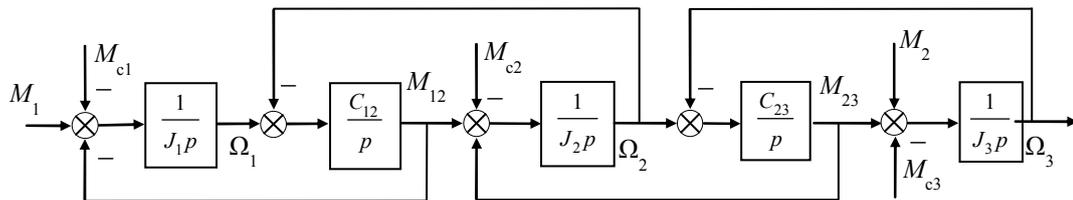


Рис. 1

Механические переходные процессы можно описать векторно-матричным уравнением

$$d\mathbf{Y}/dt = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{B}\mathbf{U}, \tag{1}$$

где $\mathbf{Y}^T = [\Omega_1 \ M_{12} \ \Omega_2 \ M_{23} \ \Omega_3]$ — вектор состояния, $\mathbf{U}^T = [M_1 \ M_2 \ M_{c1} \ M_{c2} \ M_{c3}]$ — вектор управления, а матрицы системы \mathbf{A} и управления \mathbf{B} имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & 0 & -C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2} & 0 & -\frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{23} & 0 & -C_{23} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} & 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_3} & 0 & 0 & -\frac{1}{J_3} \end{bmatrix}.$$

Векторно-матричная математическая модель (1) позволяет рассчитать процессы в системе как с одним, так и с двумя вращающимися моментами. При расчете с одним вращающимся моментом M_1 в исходных данных программы расчета достаточно положить $M_2=0$.

Аналитический расчет резонансных частот механизма. В работе [4] предложена методика синтеза системы управления электропривода с четырехконтурной структурой и двухмассовой моделью механизма оси. Методика синтеза предполагает определение частоты механического резонанса и коэффициента соотношения масс, устанавливающих предельную полосу пропускания скоростной подсистемы электропривода. В работе [5] для случая многомассового механизма оси предложено при синтезе скоростного контура системы подчиненного регулирования угла поворота ориентироваться на низшую резонансную частоту, которую, как правило, определяют экспериментально.

Для рассматриваемого случая трехмассового механизма (см. рис. 1) резонансные частоты могут быть получены расчетным путем. Следует заметить, что с помощью аналитических соотношений для расчета резонансных частот, приведенных в известном учебнике [6], не представляется возможным провести спектральный анализ.

Используя матрицу \mathbf{A} (1), получим характеристическое уравнение $\det(p\mathbf{1}-\mathbf{A})=0$:

$$p(p^4 + ap^2 + b) = 0, \quad (2)$$

$$\text{где } a = \frac{C_{12}J_3(J_1 + J_2) + C_{23}J_1(J_2 + J_3)}{J_1J_2J_3}, \quad b = \frac{C_{12}C_{23}(J_1 + J_2 + J_3)}{J_1J_2J_3}.$$

Решив биквадратное уравнение (2), получим корни характеристического уравнения в виде $p_1=0$, $p_{2,3}=\pm j\omega_{p1}$, $p_{4,5}=\pm j\omega_{p2}$, где ω_{p1} и ω_{p2} — резонансные частоты механизма оси:

$$\omega_{p1} = \sqrt{\left(1 - \sqrt{1 - 4\frac{b}{a^2}}\right)\frac{a}{2}}, \quad f_{p1} = \omega_{p1}/(2\pi); \quad \omega_{p2} = \sqrt{\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{b}{a^2}}\right)\frac{a}{2}}, \quad f_{p2} = \omega_{p2}/(2\pi). \quad (3)$$

Примем следующие значения параметров механизма: $J_1=J_3=50$, $J_2=400$ кг·м², $C_{12} = C_{23}=8 \cdot 10^6$ Нм/рад. При таких параметрах механизма по формулам (3) получим $f_{p1}=63,7$, $f_{p2}=71,2$ Гц.

Математическое моделирование и спектральный анализ механических переходных процессов. На рис. 2, а приведены результаты математического моделирования механических переходных процессов для трехмассового механизма с одним вращающим моментом M_1 при принятых выше параметрах. Кривые 1, 2 и 3 в масштабе 10:1 представляют собой отклонения скоростей масс $\Delta\Omega$ соответственно Ω_1 , Ω_2 и Ω_3 от кривой 4, описывающей усредненное движение $\Omega_{cp}(t)$, соответствующее движению эквивалентной одномассовой модели:

$$\Omega_{cp}(t) = \frac{M_{\Sigma}t}{J_{\Sigma}} \quad (4)$$

при $M_{\Sigma}=M_1=2,62$ Нм и $J_{\Sigma}=J_1+J_2+J_3$ и в масштабе 1:1.

На рис. 2, б представлены результаты выполненного с помощью MathCad численного спектрального анализа несинусоидальных кривых 1 и 3 (рис. 2, а). Как видно из графика, в спектре кривых имеют место пики на частотах 63,7 и 71,2 Гц, значения которых совпадают с полученными расчетным путем.

Как видно из рис. 2, а, кривая 2, соответствующая скорости второй массы (труба телескопа), представляет собой практически синусоиду с частотой $f_{p2}=71,2$ Гц, что подтверждают результаты спектрального анализа, представленные на рис. 2, в. Как показали исследования, такая картина имеет место при симметрии правой и левой полуосей конструкции угломестной оси относительно оси трубы телескопа, т.е. при $J_1=J_3$ и $C_{12}=C_{23}$. При существенной асимметрии имеют место несинусоидальные колебания второй массы, и резонансные пики в спектре кривой 2 проявляются на двух частотах.

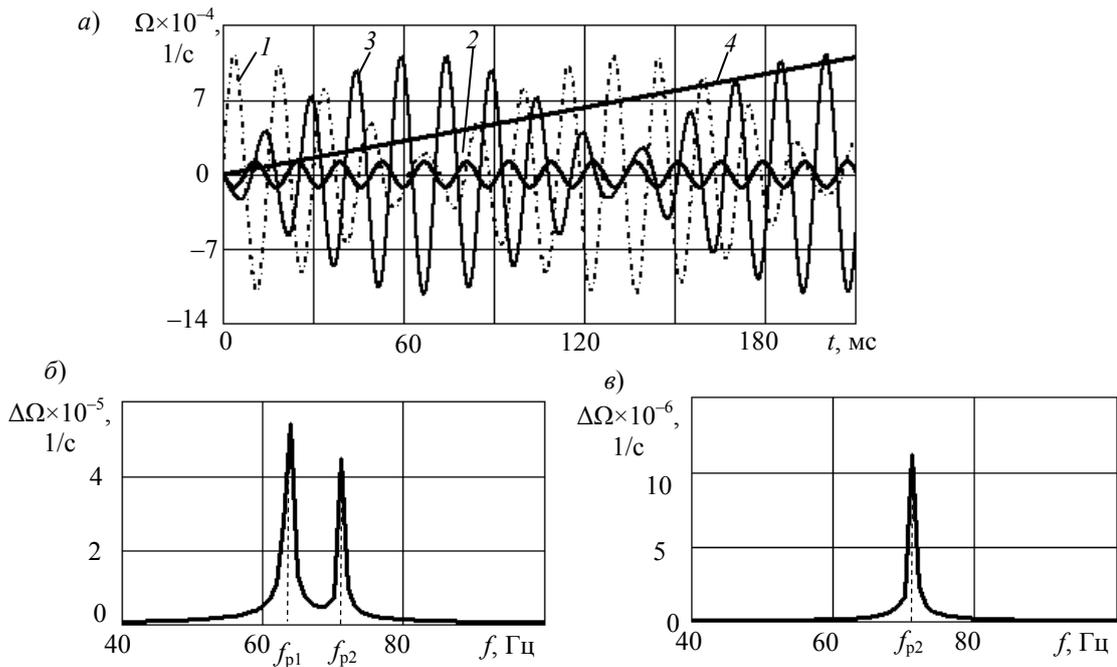


Рис. 2

На рис. 3, а приведены результаты математического моделирования механических переходных процессов для трехмассового механизма с двумя вращающимися моментами при принятых выше параметрах механизма. Кривые 1, 2 и 3 представляют собой отклонения скоростей масс $\Delta\Omega$ соответственно $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ в масштабе 10:1 от графика (4) усредненного движения эквивалентной одномассовой модели в масштабе 1:1 при моменте $M_\Sigma = M_1 + M_2$ и $M_1 = M_2 = 1,31$ Нм.

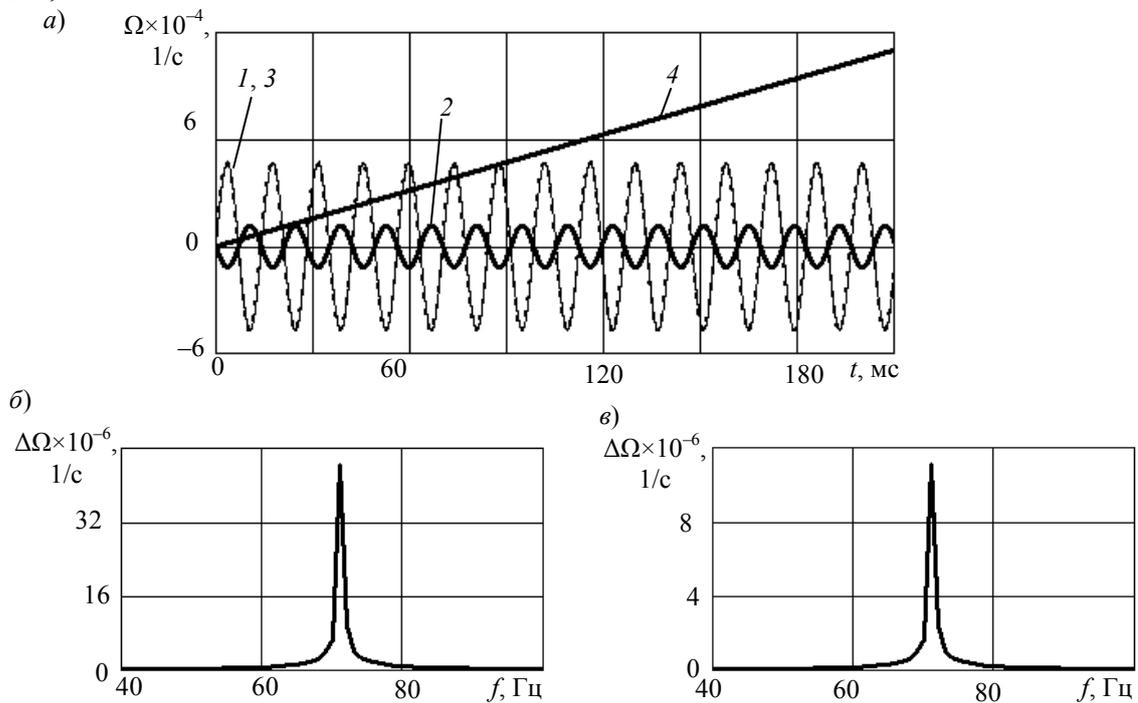


Рис. 3

Видно, что кривые 1—3 представляют собой практически синусоиды с частотой $f_{p2} = 71,2$ Гц, это подтверждают результаты спектрального анализа (рис. 3, б, в). Колебания первой и третьей масс имеют одинаковую амплитуду и фазу, противоположную фазе колебаний второй массы. Такие процессы свойственны механическим переходным процессам в двухмассовом механизме.

Трехмассовая модель угломестной оси с симметричной системой масс и двумя вращающимися моментами при $M_1=M_2$ может быть приведена к двухмассовой модели (например, с использованием метода электрической аналогии [7]) с эквивалентными параметрами $J^*_1=J_1+J_3$, $J^*_2=J_2$, $C^*_{12}=C_{12}+C_{23}$, $M^*=M_1+M_2$. Коэффициент соотношения масс для нее определяется выражением [6]:

$$\gamma^* = \frac{J^*_1 + J^*_2}{J^*_1}, \quad (5)$$

а соотношение амплитуд колебаний скоростей масс находится как

$$\frac{\Omega^*_{m1}}{\Omega^*_{m2}} = \gamma^* - 1. \quad (6)$$

При принятых параметрах механизма оси имеем $J^*_1=100$, $J^*_2=400$ кг·м², $C^*_{12}=1,6 \cdot 10^5$ Нм/рад и, следовательно, $\gamma^*_s=5$, $f^*_p=f_{p2}=71,2$ Гц, $\Omega^*_{m1}/\Omega^*_{m2}=4$. Справедливость последних цифр легко установить по рис. 3, а.

Как показали проведенные исследования, при $M_1 \neq M_2$ колебания первой и третьей масс оси становятся несинусоидальными и в спектрах кривых 1 и 3 (рис. 2, б) появляются пики на двух частотах $f_{p1}=63,7$, $f_{p2}=71,2$ Гц. Колебания второй массы сохраняются синусоидальными и имеют место на высшей частоте — f_{p2} . При существенной асимметрии даже для $M_1=M_2$ имеют место несинусоидальные колебания второй массы и резонансные пики в ее спектрах на двух частотах f^*_{p1} и f^*_{p2} . Колебания первой и третьей масс при этом сохраняются синусоидальными, но имеют разные частоты.

Заключение. Результаты анализа механических переходных процессов в однодвигательных и двухдвигательных механических подсистемах следящих электроприводов с трехмассовыми исполнительными осями, полученные с использованием предложенных векторно-матричной математической модели и расчетных соотношений для определения резонансных частот, позволяют сформулировать некоторые рекомендации к системам управления двухдвигательных следящих электроприводов угломестных осей ОПУ телескопа.

1. Двухдвигательные механизмы целесообразно применять при построении систем управления следящих электроприводов трехмассовых угломестных осей симметричного типа.

2. При построении систем управления следует ориентироваться на структурные решения, обеспечивающие равенство в статических и динамических режимах работы вращающих моментов, действующих на правые и левые полуоси.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев В. Н., Томасов В. С., Шаргородский В. Д., Садовников М. А. Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 6. С. 5—12.
2. Томасов В. С., Денисов К. М., Толмачев В. А. Следящие электроприводы систем наведения оптико-механических комплексов нового поколения. Проблемы и достижения // Тр. V Междунар. (XVI Всерос.) конф. по автоматизированному электроприводу АЭП-2007. СПб, 2007. С. 175—177.
3. Исупов А. Н., Исупов К. С., Храмов С. Н. Определение амплитудно-частотных характеристик альт-азимутального опорно-поворотного устройства крупногабаритного наземного телескопа // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 6. С. 38—44.
4. Толмачев В. А. Синтез следящего электропривода оси опорно-поворотного устройства // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 6. С. 68—72.
5. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб: Энергоатомиздат, 1992. 288 с.
6. Ключев В. И. Теория электропривода: Учеб. для вузов. М.: Энергоатомиздат, 2001. 704 с.

7. Саушев А. В., Шошмин В. А. Моделирование многомассовых механических систем электроприводов методом электрической аналогии // Вестн. гос. ун-та морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. 2010. № 4. С. 57—64.

Сведения об авторах

- Валерий Александрович Толмачев** — канд. техн. наук доцент; Университет ИТМО, кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем;
E-mail: tolmachev@ets.ifmo.ru
- Мария Владимировна Никитина** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем;
E-mail: nikitina@ets.ifmo.ru
- Мария Евгеньевна Сергеева** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем;
E-mail: sergeeva_maria@ets.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
электротехники и прецизионных
электромеханических систем

Поступила в редакцию
27.11.14 г.

Ссылка для цитирования: Толмачев В. А., Никитина М. В., Сергеева М. Е. Анализ динамических свойств трехмассовых исполнительных осей с одним и двумя вращающимися моментами // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 6. С. 458—463.

ANALYSIS OF DYNAMIC PROPERTIES OF THREE-MASS EXECUTIVE AXES WITH ONE AND TWO TORQUES

V. A. Tolmachev, M. V. Nikitina, M. E. Sergeeva
ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: nikitina@ets.ifmo.ru

Mechanical transient processes in single-engine and two-engine three-mass mechanisms of executive axes of servo drives of support-rotating systems are considered. Vector – matrix mathematical models describing the processes are proposed. Formulas for calculation of resonance frequencies are presented, the model data are confirmed by results of spectral analysis of the transient processes carried out with the use of MatLab package. Transformation of initial models with the use of electric analogy method allows calculating parameters of equivalent two-mass models of two-engine servo drives with three-mass mechanisms of the axes. The results provide a basis for selection of structure design and development of rigorous method for synthesis of control systems of telescope servo drives with two-engine three-mass mechanisms of the axes.

Keywords: executive axis, three-mass mechanism, mathematical model, mechanical transient processes, resonance frequencies, spectral analysis.

Data on authors

- Valery A. Tolmachev** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Electrical Engineering and Precision Electromechanical Systems;
E-mail: tolmachev@ets.ifmo.ru
- Maria V. Nikitina** — PhD; ITMO University, Department of Electrical Engineering and Precision Electromechanical Systems; E-mail: nikitina@ets.ifmo.ru
- Maria E. Sergeeva** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Electrical Engineering and Precision Electromechanical Systems;
E-mail: sergeeva_maria@ets.ifmo.ru

Reference for citation: Tolmachev V.A., Nikitina M. V., Sergeeva M. E. Analysis of dynamic properties of three-mass executive axes with one and two torques // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 6. P. 458—453 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-6-458-463