

---

---

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ИСПЫТАНИЯ БОРТОВЫХ СИСТЕМ НАНОСПУТНИКОВ

---

---

УДК 629.78  
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-6-450-458

## ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ АЭРОДИНАМИЧЕСКИ СТАБИЛИЗИРОВАННОГО НАНОСПУТНИКА

И. В. БЕЛОКОНОВ, И. А. ТИМБАЙ

*Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева,  
(национальный исследовательский университет)  
448086, Самара, Россия,  
E-mail: ibelokonov@mail.ru*

Задача обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника рассматривается в вероятностной постановке применительно к угловому движению наноспутника после отделения от носителя (в отличие от известных работ, в которых эта задача решается в детерминированной постановке). Получены формулы для выбора проектных параметров (запаса статической устойчивости, длины, продольного момента инерции) аэродинамически стабилизированного наноспутника, обеспечивающих при движении на низких орбитах отклонение продольной оси наноспутника от вектора скорости центра масс меньше допустимого с заданной вероятностью на требуемой высоте при заданных погрешностях угловой скорости от системы отделения. На основании расчетов построены номограммы, обеспечивающие простой и наглядный выбор основных проектных параметров наноспутника стандарта CubeSat.

**Ключевые слова:** *наноспутник, аэродинамический момент, угол атаки, функция распределения, проектные параметры*

**Введение.** Для обеспечения требуемой ориентации спутников часто используются пассивные системы стабилизации, которые не используют энергию бортовых источников питания. Поскольку большинство наноспутников запускается на низкие околоземные орбиты, целесообразно для стабилизации углового положения использовать аэродинамические силы.

В известных работах задача обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника решается в детерминированной постановке, так, например, в работе [1] эта задача решается для наноспутника класса CubeSat путем развертывания солнечных панелей под определенным углом к его продольной оси. В настоящей работе подобная задача рассматривается в вероятностной постановке. При отделении наноспутника от носителя со случайной начальной угловой скоростью величина максимального угла атаки также носит случайный характер.

В работе [2] получены аналитические функции распределения максимального угла атаки наноспутника для рэлеевского и равномерного распределений величины начальной поперечной угловой скорости в случае плоского углового движения наноспутника по круговой орбите под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Показано, что при отделении наноспутника по вектору скорости центра масс (начальное значение угла атаки мало) и при незначительной закрутке относительно продольной оси можно с приемлемой точностью использовать аналитические функции распределения максимального угла атаки,

полученные для случая плоского углового движения, и в случае пространственного движения. В настоящей работе указанные аналитические функции положены в основу вывода формул для выбора проектных параметров наноспутника.

**Выбор проектных параметров аэродинамически стабилизированного осесимметричного наноспутника.** Полагая, что обтекание динамически симметричного наноспутника является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, аппроксимируя аэродинамический момент синусоидальной зависимостью от угла атаки  $\alpha$ , угловое движение наноспутника в плоскости круговой орбиты относительно траекторной системы координат под действием гравитационного момента и аэродинамического восстанавливающего момента можно описать уравнением вида [3]:

$$\ddot{\alpha} - a(H) \sin \alpha - c(H) \sin 2\alpha = 0, \quad (1)$$

где  $a(H) = a_0 S l q(H) / J_n$  — коэффициент, обусловленный аэродинамическим восстанавливающим моментом;  $a_0$  — значение параметра аппроксимации коэффициента аэродинамического восстанавливающего момента синусоидальной зависимостью от угла атаки;  $S$  — характерная площадь наноспутника;  $l$  — характерная длина наноспутника;  $J_n$  — поперечный момент инерции наноспутника;  $q(H) = V^2 \rho(H) / 2$  — скоростной напор;  $V$  — скорость полета;  $H$  — высота полета,  $\rho(H)$  — плотность атмосферы;  $c(H) = 3(J_n - J_x)(\omega(H))^2 / (2J_n)$  — коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента;  $J_x$  — продольный момент инерции наноспутника;  $\omega(H) = \sqrt{\mu / (R_3 + H)^3}$  — угловая скорость движения центра масс наноспутника по орбите;  $R_3$  — радиус Земли;  $\mu$  — гравитационный параметр Земли.

При отделении наноспутника от носителя реализация значения максимального угла атаки носит случайный характер. Максимальное значение угла атаки наноспутника, помимо величин аэродинамического и гравитационного моментов, определяется начальным значением угла атаки  $\alpha_0$  и начальным значением угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$ . В предположении, что из указанных параметров наибольший разброс значений имеет угловая скорость  $\dot{\alpha}_0$ , и без учета разброса других величин для модели движения (1) в работе [2] получены функции распределения величины максимального угла атаки  $\alpha_{\max}$  на момент отделения от носителя. Если модуль величины  $\dot{\alpha}_0$  распределен по закону Рэлея, то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле:

$$F(\alpha_{\max}) = 1 - \exp\left(\frac{-a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) - c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}{\sigma^2}\right), \quad (2)$$

где  $\sigma > 0$  — масштабный параметр распределения.

Если модуль величины  $\dot{\alpha}_0$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$ , то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле:

$$F(\alpha_{\max}) = \frac{\sqrt{2a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) + 2c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0\max}}. \quad (3)$$

Задав  $p^*$  — вероятность достижения допустимого значения максимального угла атаки  $\alpha_{\max}^*$ , разрешая (2), (3) относительно коэффициента  $a$ , обусловленного аэродинамическим восстанавливающим моментом, получим:

— в случае распределения начальной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$  по закону Рэлея

$$a = -\frac{\sigma^2 \ln(1-p^*) + c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0)}{\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0}; \quad (4)$$

— в случае распределения начальной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$  по равномерному закону

$$a = \frac{(\dot{\alpha}_{0\max} p^*)^2 - 2c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0)}{2(\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0)}. \quad (5)$$

Поскольку принято, что обтекание наноспутника является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, аэродинамическая сила сопротивления определяется площадью проекции наноспутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока [3], и для осесимметричного наноспутника коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента, вычисленный относительно центра масс, определяется по формуле:

$$m_\alpha(\alpha) = -c_0 \tilde{S}(\alpha) \Delta \bar{x} \sin \alpha,$$

где  $c_0 = 2,2$  — коэффициент лобового сопротивления;  $\Delta \bar{x} = \Delta x / l$  — относительный запас статической устойчивости,  $\Delta x$  — запас статической устойчивости (расстояние, отсчитываемое от центра масс до геометрического центра наноспутника),  $\tilde{S}(\alpha)$  — площадь проекции наноспутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, отнесенная к характерной площади наноспутника.

С целью разрешения уравнений (4) и (5) относительно проектных параметров наноспутника коэффициент аппроксимации синусоидальной зависимостью по углу атаки коэффициента восстанавливающего аэродинамического момента, вычисленного относительно центра масс, можно приближенно вычислить следующим образом:

$$a_0 \approx m_\alpha(\pi/2) = -c_0 \Delta \bar{x} \tilde{S}(\pi/2). \quad (6)$$

Подставив выражение для коэффициента  $a$ , обусловленного аэродинамическим восстанавливающим моментом в (4), (5), учитывая (6), разрешив (4), (5) относительно проектных параметров, объединенных в конструктивный параметр, получим требование к его значению. Для того чтобы максимальный угол атаки наноспутника  $\alpha_{\max}$  был меньше допустимого значения с вероятностью не меньшей  $p^*$ , необходимо выполнить следующее условие для конструктивного параметра наноспутника:

— в случае распределения начальной угловой скорости по закону Рэлея

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} S_{\pi/2} \geq d_{r1} = \frac{\sigma^2 \ln(1-p^*) + c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0)}{c_0 (\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0) q(H)}; \quad (7)$$

— в случае распределения начальной угловой скорости по равномерному закону

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} S_{\pi/2} \geq d_{r1} = \frac{(\dot{\alpha}_{0\max} p^*)^2 - 2c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0)}{2c_0 (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^*) q(H)}, \quad (8)$$

где  $S_{\pi/2}$  — площадь проекции наноспутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока при  $\alpha = \pi/2$ .

Следует отметить, что необходимо и выполнение следующего условия: аэродинамический момент должен превосходить гравитационный и определять характер движения, т.е. чтобы  $|a| \geq 2|c|$  [3]. Это условие, с учетом выражений для коэффициентов  $a$  и  $c$ , можно представить в виде

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} S_{\pi/2} \geq d_{r2} = \frac{c}{c_0 q(H)}. \quad (9)$$

Следует отметить, что требование (9) намного слабее требований (7) и (8) в широкой области проектных параметров.

В выражения (7)—(9) входит коэффициент  $c$ , обусловленный действием гравитационного момента, незначительно изменяющийся в зависимости от высоты по сравнению с коэффициентом  $a$ , обусловленным аэродинамическим моментом. Поэтому, вычислив значение  $c$  на высоте  $H=150$  км, учитывая, что при  $J_n > J_x$  отношение разности поперечного и продольного моментов инерции к поперечному моменту инерции не может превышать единицы, получим предельное значение  $c = 2,2 \cdot 10^{-6}$  рад/с<sup>2</sup>. Это значение коэффициента может быть использовано для верхней оценки требуемого значения конструктивного параметра.

На высотах, где аэродинамический момент значительно превосходит гравитационный, коэффициентом  $c$  можно пренебречь. Тогда выражения (7), (8) принимают вид:

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} S_{\pi/2} \geq d_{r1} = \frac{\sigma^2 \ln(1-p^*)}{c_0 (\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0) q(H)}, \quad (10)$$

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} S_{\pi/2} \geq d_{r1} = \frac{(\dot{\alpha}_{0\max} p^*)^2}{2c_0 (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^*) q(H)}. \quad (11)$$

**Выбор проектных параметров аэродинамически стабилизированного наноспутника стандарта CubeSat.** Наноспутник стандарта CubeSat имеет форму прямоугольного параллелепипеда с равными сторонами основания. Коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента наноспутника, вычисленный относительно центра масс, зависит от пространственного угла атаки  $\alpha$  (угла между продольной осью наноспутника и вектором скорости центра масс) и  $\varphi$  — угла собственного вращения (между плоскостью угла атаки и поперечной осью, перпендикулярной боковой стороне наноспутника):

$$m_\alpha(\alpha, \varphi) = -c_0 \tilde{S}(\alpha, \varphi) \Delta \bar{x} \sin \alpha. \quad (12)$$

Значение  $\tilde{S}(\alpha, \varphi)$  определяется по формуле:

$$\tilde{S}(\alpha, \varphi) = |\cos \alpha| + k |\sin \alpha| (|\sin \varphi| + |\cos \varphi|), \quad (13)$$

где  $k$  — отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади.

Проанализировав угловое движение наноспутника, в случае, когда угловая скорость собственного вращения близка к равномерной, коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента (12), с учетом (13), можно усреднить по углу собственного вращения:

$$m_\alpha(\alpha) = -c_0 \Delta \bar{x} \sin \alpha \left( |\cos \alpha| + \frac{4k}{\pi} |\sin \alpha| \right).$$

Для проведения приближенного анализа параметров движения зависимость коэффициента восстанавливающего аэродинамического момента, вычисленного относительно центра масс  $m_\alpha(\alpha)$ , усредненную по углу собственного вращения, с приемлемой точностью можно аппроксимировать синусоидальной зависимостью по углу атаки:

$$m_\alpha(\alpha) = a_0 \sin \alpha.$$

С целью решения уравнений (4) и (5) относительно проектных параметров наноспутника коэффициент аппроксимации можно приближенно вычислить следующим образом:

$$a_0 \approx m_\alpha(\pi/2) = -c_0 \Delta \bar{x} \frac{4k}{\pi}.$$

Так, например, для наноспутника CubeSat 2U размером  $0,1 \times 0,1 \times 0,2$  м коэффициент  $a_0$ , вычисленный методом наименьших квадратов, равен  $-1,14$ , а по формуле (6)  $a_0 = -1,12$ ; для CubeSat 3U размером  $0,1 \times 0,1 \times 0,3$  м коэффициент  $a_0$ , определенный методом наименьших квадратов, равен  $-1,68$ , а по формуле (6)  $a_0 = -1,61$ . Полученные значения  $a_0$  достаточно близки.

Подставив выражение для коэффициента  $a$  в соотношения (4), (5) и с учетом (13), решив их относительно проектных параметров, объединенных в конструктивный параметр, получим требование к величине последнего. Для того чтобы значение  $\alpha_{\max}$  было меньше допустимого с вероятностью не менее  $p^*$ , необходимо выполнить следующее условие для конструктивного параметра наноспутника:

— в случае распределения начальной угловой скорости по закону Рэлея

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r1} = \frac{\pi \left( \sigma^2 \ln(1 - p^*) + c(\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0) \right)}{4c_0 \left( \cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0 \right) q(H)}; \quad (14)$$

— в случае распределения начальной угловой скорости по равномерному закону

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r1} = \frac{\pi \left( \left( \dot{\alpha}_{0\max} p^* \right)^2 - 2c \left( \cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0 \right) \right)}{8c_0 \left( \cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^* \right) q(H)}, \quad (15)$$

где  $b$  — сторона основания прямоугольного параллелепипеда.

Выражение (9) применительно к наноспутнику стандарта CubeSat принимает вид

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r2} = \frac{\pi c}{4c_0 q(H)}. \quad (16)$$

На высотах, где аэродинамический момент значительно превосходит гравитационный, коэффициентом  $c$  можно пренебречь. Тогда выражения (14), (15) принимают вид:

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r1} = \frac{\pi \sigma^2 \ln(1 - p^*)}{4c_0 \left( \cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0 \right) q(H)}, \quad (17)$$

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r1} = \frac{\pi \left( \dot{\alpha}_{0\max} p^* \right)^2}{8c_0 \left( \cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^* \right) q(H)}. \quad (18)$$

Для малых значений  $\alpha_0$  (отделение наноспутника по вектору скорости центра масс) можно принять  $\cos \alpha_0 = 1$ . В этом случае выражения (17), (18) принимают вид:

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r1} = \frac{\pi \sigma^2 \ln(1 - p^*)}{4c_0 \left( \cos \alpha_{\max}^* - 1 \right) q(H)}, \quad (19)$$

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq d_{r1} = \frac{\pi \left( \dot{\alpha}_{0\max} p^* \right)^2}{8c_0 \left( 1 - \cos \alpha_{\max}^* \right) q(H)}. \quad (20)$$

Используя выражения (14)—(20), можно построить номограммы для оценки возможности обеспечения требуемого значения конструктивного параметра. Так, например, на рис. 1, б и 2, б приведены зависимости требуемого конструктивного параметра наноспутника от высоты орбиты  $H$  и от величины параметра  $\sigma$  (начальная поперечная угловая скорость распределена по закону Рэлея) для значений  $\alpha_{\max}^* = 20^\circ$  (рис. 1),  $\alpha_{\max}^* = 30^\circ$  (рис. 2),  $p^* = 0,95$  и

$\alpha_0 = 0$ , на рис. 1, а—б, а приведены значения конструктивного параметра наноспутника CubeSat 3U с различными значениями поперечного момента инерции в зависимости от запаса статической устойчивости  $\Delta x$  и конструктивный параметр аэродинамически стабилизируемого наноспутника трансформируемой конструкции SamSat-QB50, разрабатываемого в Самарском государственном аэрокосмическом университете в рамках международного проекта QB50 [4]. Расчеты проводились для стандартной плотности атмосферы в соответствии с ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры SamSat-QB50 — наноспутник массой 2 кг, имеющий исходную форму CubeSat 2U размером 0,1×0,1×0,2 м и первоначальное расстояние между центром давления и центром масс  $\Delta x = 0,02$  м. После отделения от носителя наноспутник трансформируется в форму CubeSat 3U, за счет чего значительно увеличивается расстояние между центром давления и центром масс (до  $\Delta x = 0,055$  м), а следовательно увеличивается аэродинамический момент [4].

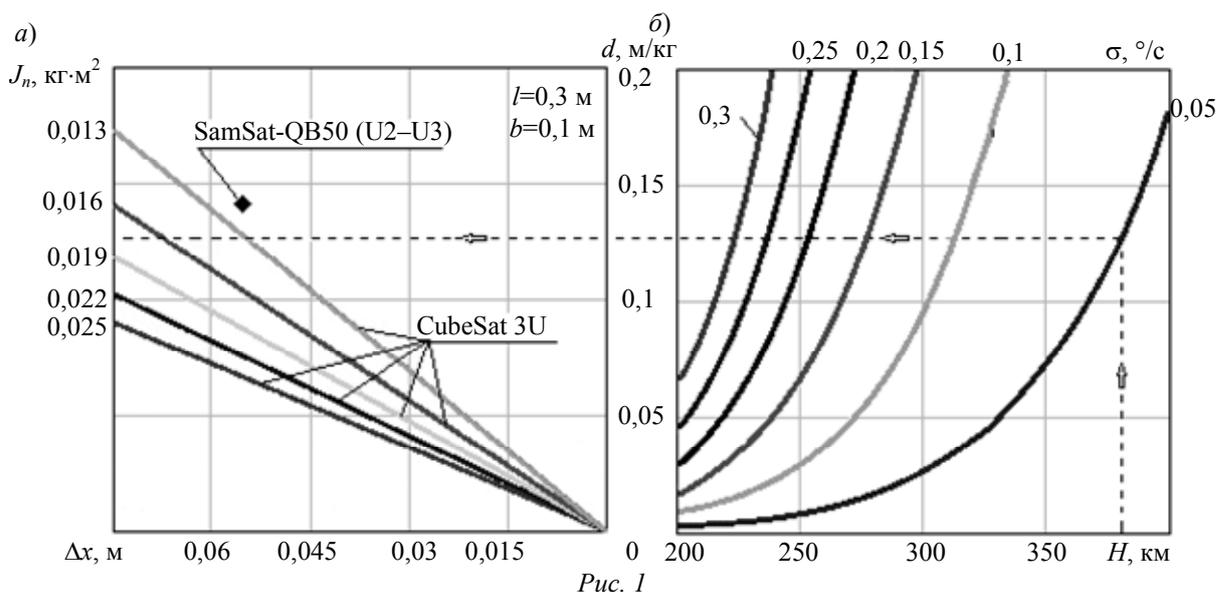


Рис. 1

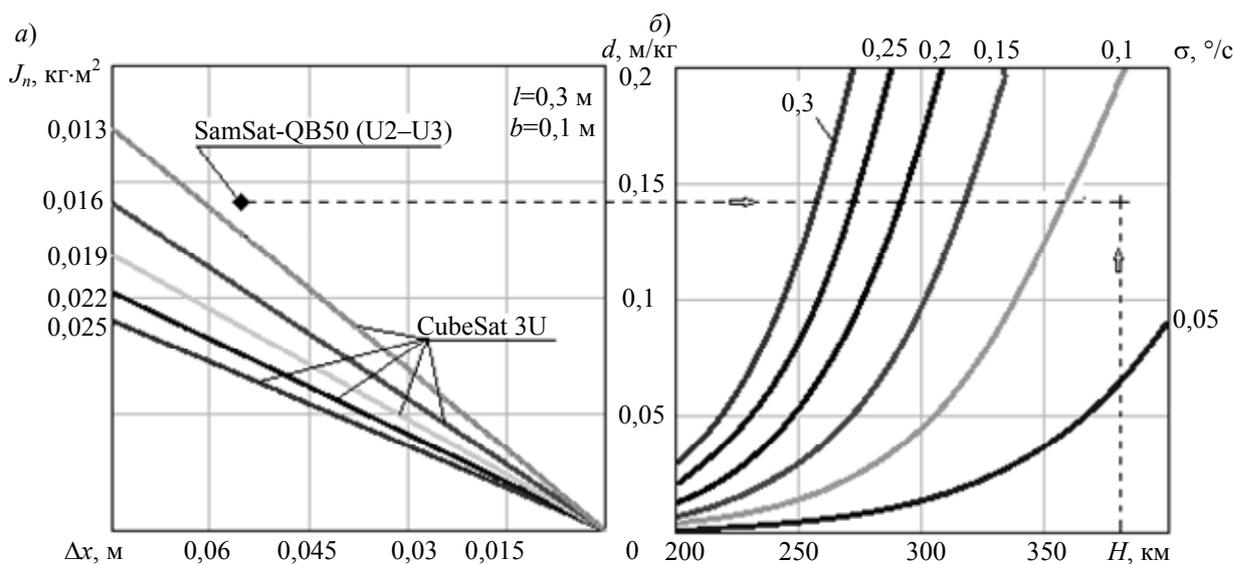


Рис. 2

На рис. 3, б и 4, б приведены зависимости требуемого конструктивного параметра наноспутника от высоты орбиты  $H$  и от значения правой границы начальной поперечной

угловой скорости  $\dot{\alpha}_{0\max}$  (распределенной по равномерному закону) для  $\alpha_{\max}^* = 20^\circ$  (рис. 3),  $\alpha_{\max}^* = 30^\circ$  (рис. 4),  $p^* = 0,95$  и  $\alpha_0 = 0$ .

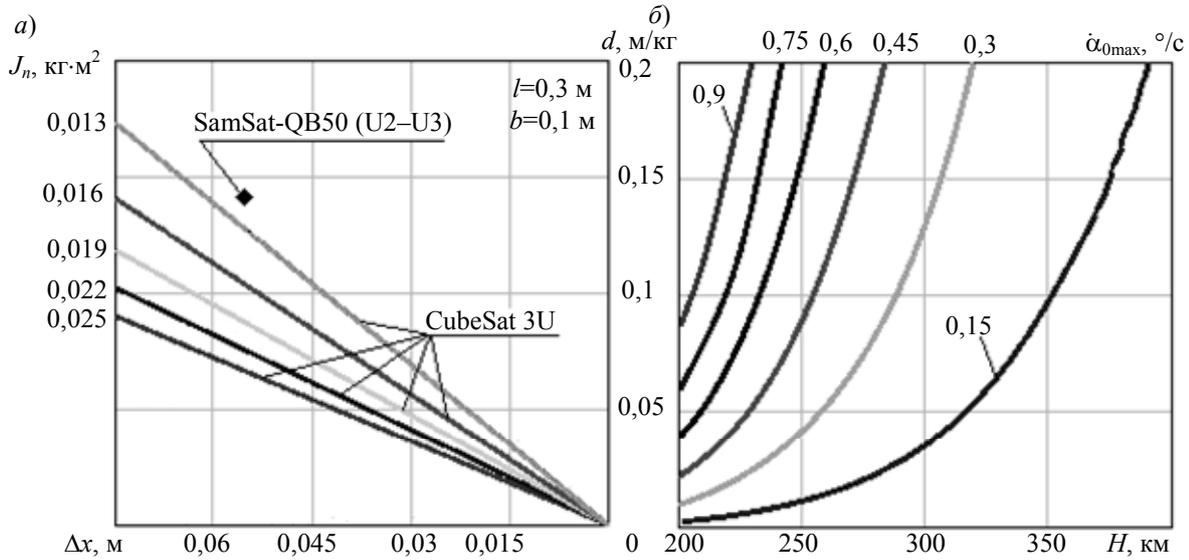


Рис. 3

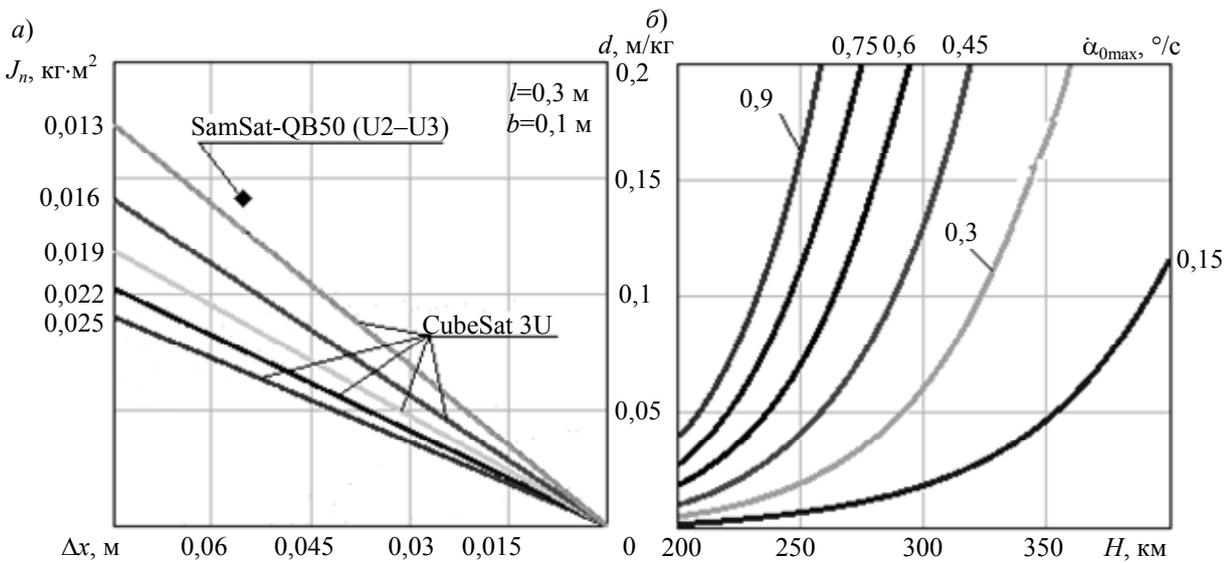


Рис. 4

На рис. 5, б и 6, б приведены зависимости для  $\alpha_{\max}^* = 20^\circ$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\sigma = 0,05$   $^\circ/\text{с}$  (рис. 5) и  $\dot{\alpha}_{0\max} = 0,15$   $^\circ/\text{с}$  (рис. 6).

Номограммы можно использовать как для выбора проектных параметров параметра наноспутника, так и для задания требований к погрешностям системы отделения наноспутника. Так, например, на рис. 1 приведен пример выбора конструктивного параметра наноспутника для высоты орбиты  $H = 380$  км (планируемая высота полета группировки спутников в международном проекте QB50). Как видно, для обеспечения заданного движения должно быть  $d \geq 0,13$  м/кг. На рис. 2 показан пример задания требований к величинам начальной поперечной угловой скорости для наноспутника SamSat-QB50. Как видно, для того чтобы наноспутник SamSat-QB50 совершал заданное движение, необходимо выполнение условия  $\sigma \leq 0,05$   $^\circ/\text{с}$ .

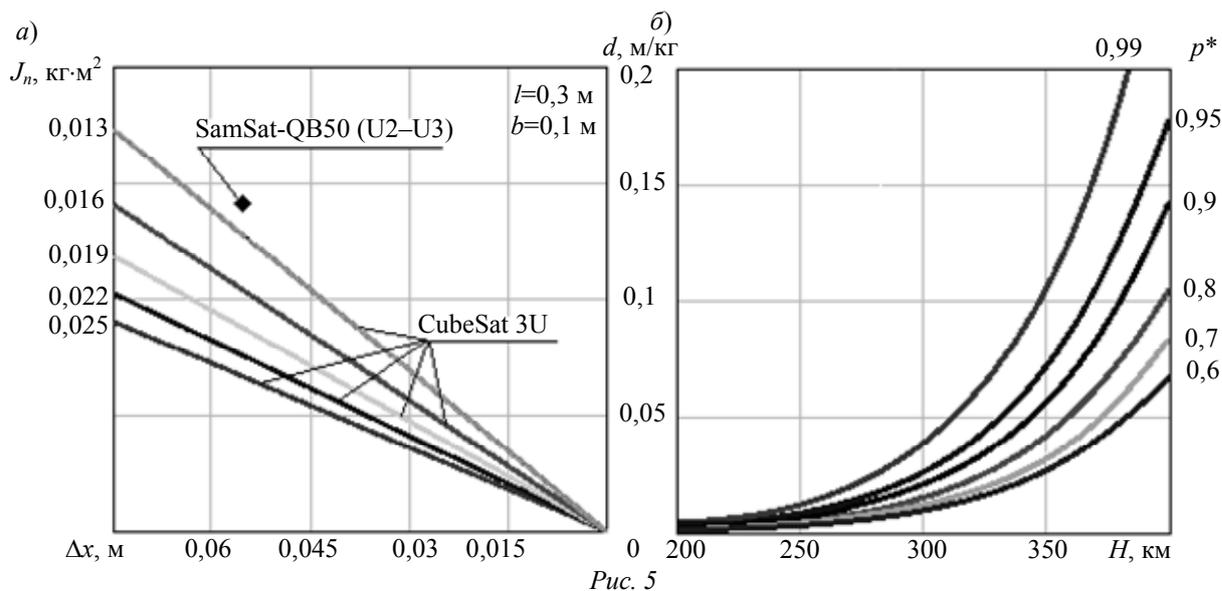


Рис. 5

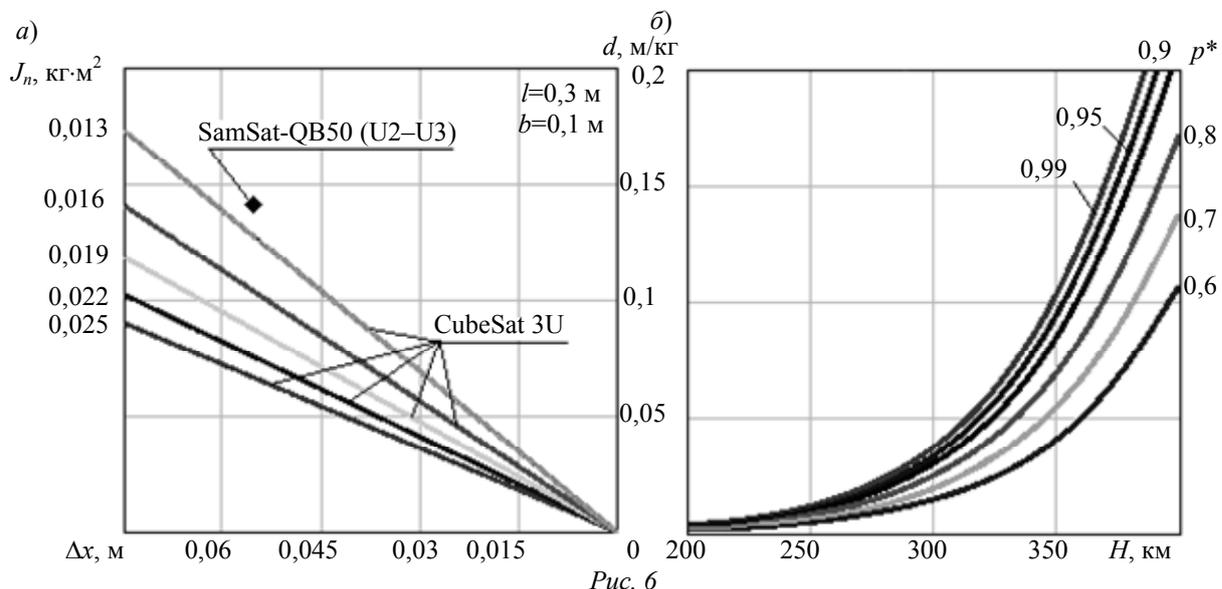


Рис. 6

**Выводы.** Таким образом, получены формулы для выбора проектных параметров (запаса статической устойчивости, длины, продольного момента инерции) аэродинамически стабилизированного наноспутника, обеспечивающих при движении на низких орбитах отклонение продольной оси наноспутника от вектора скорости центра масс меньше допустимого с заданной вероятностью на заданной высоте при заданных погрешностях угловой скорости от системы отделения. Построены номограммы, которые позволяют выбрать основные проектные параметры наноспутника стандарта CubeSat.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках научного проекта № 9.1421.2014/К.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rawashdeh S. A., Lumpp J. E., jr. et al. Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit // JoSS. 2013. Vol. 2, N 1. P. 85—104.
2. Belokonov I. V., Kramlikh A. V., Timbai I. A. Low-orbital transformable nanosatellite: research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization // Advances in the Astronautical Sciences. 2014. Vol. 153. P. 383—397.

3. Белецкий В. В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
4. Belokonov I., Gluhova L., Ivanov D., Kramlikh A., Ovchinnikov M., Timbai I., Ustugov E. Selection of Design Parameters of Aerodynamically Stabilized Nanosatellite for Thermosphere Research within the QB50 Project // 5th Europ. CubeSat Symp. Ecole Royale Militaire, Brussels, June 3—5, 2013. Book of Abstracts. P. 50.

**Сведения об авторах**

- Игорь Витальевич Белоконов** — д-р техн. наук, профессор; СГАУ, межвузовская кафедра космических исследований; E-mail: ibelokonov@mail.ru
- Иван Александрович Тимбай** — д-р техн. наук, профессор; СГАУ, межвузовская кафедра космических исследований; E-mail: timbai@mail.ru

Рекомендована межвузовской  
кафедрой космических исследований

Поступила в редакцию  
14.11.2015 г.

**Ссылка для цитирования:** Белоконов И. В., Тимбай И. А. Выбор проектных параметров аэродинамически стабилизированного наноспутника // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 6. С. 450—458.

**CHOICE OF THE DESIGN PARAMETERS  
OF AERODYNAMICALLY STABILIZED NANOSATELLITE**

**I. V. Belokonov, I. A. Timbai**

*Samara State Aerospace University, 448086, Samara, Russia,  
E-mail: ibelokonov@mail.ru*

The problem of providing aerodynamic stabilization of the nanosatellite is considered in the probabilistic formulation with respect to the angular movement of the nanosatellite after separation from the launch vehicle, in contrast to the known works in which this problem is solved in a deterministic formulation. The formulas for selection of the design parameters (stock, static stability, length, longitudinal moment of inertia) of aerodynamically stabilized nanosatellite are derived. At the low circular orbits the selected values of the parameters provide deviation of the longitudinal axis of the nanosatellite from the center of mass velocity vector less than acceptable with a given probability at the desired height under the given angular velocity errors of the separation system. On the base of numerical calculations, nomograms are created providing a simple and convenient selection of main design parameters values for CubeSat standard nanosatellites.

**Keywords:** nanosatellite, aerodynamic moment, angle of attack, distribution function, design parameters

**Data on authors**

- Igor V. Belokonov** — Dr. Sci., Professor; SSAU, Department of Space Exploration;  
E-mail: ibelokonov@mail.ru
- Ivan A. Timbai** — Dr. Sci., Professor; SSAU, Department of Space Exploration;  
E-mail: timbai@mail.ru

**For citation:** Belokonov I. V., Timbai I. A. Choice of the design parameters of aerodynamically stabilized nanosatellite // Izv. vuzov. Priborostroyeniye. 2016. Vol. 59, N 6. P. 450—458 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-6-450-458