

ОБЕСПЕЧЕНИЕ РОБАСТНОСТИ ПЬЕЗОПРИВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА УПРАВЛЯЕМОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ИНТЕРВАЛЬНОСТИ

С. В. БЫСТРОВ, О. В. СЛИТА, С. А. СУДАРЧИКОВ, А. В. УШАКОВ

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: sbystrov@mail.ru

Решается задача обеспечения робастности системы точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством, модель которого имеет интервальные параметры. При этом используется концепция управляемой относительной интервальности. Показывается, что задача может быть решена методом медианного модального управления, дополненного контролем относительной интервальности интервальной матрицы состояния спроектированной системы. Положения статьи иллюстрируются примером.

Ключевые слова: *пъезодвигатель, интервальные параметры, робастность, относительная интервальность, медианное модальное управление*

Введение. Задача обеспечения робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности порождена необходимостью создания робастных [1] высокоточных систем позиционирования с пьезоэлектрическими [2, 3] исполнительными устройствами. Существуют различные подходы [4—7] к решению этой задачи. В настоящей работе предлагается использовать метод управляемой относительной интервальности. Известно, что реальные системы функционируют в условиях неопределенности значений параметров их компонентов. В случае применения пьезодвигателей причиной такой неопределенности является нестабильность свойств и характеристик пьезокерамики во времени, а также действие температуры, отклонений в технологии изготовления и др. Действительно, в процессе аналитического синтеза [8] таких систем используются паспортные данные функциональных компонентов. При технической реализации систем параметры конкретных функциональных компонентов приобретают новые значения. Таким образом, возникает проблема параметрической неопределенности [1, 9, 10]. Нечувствительность основных показателей системы к этой параметрической неопределенности принято называть робастностью [11]. Одним из способов описания неопределенных параметров является представление их в интервальной форме [12, 13]. Интервальное число может быть представлено не только двумя, но и тремя числами, одно из которых является медианным значением параметра, а два других задают центрированную интервальность относительно медианного значения. Если создать механизм изменения медианной составляющей, возможно изменять относительную интервальность. Уменьшение относительной интервальности матричных компонентов системы использовано авторами настоящей статьи для решения задачи обеспечения робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности.

Метод управляемой относительной интервальности матриц модельного представления. Интервальной $[N]$ называется матрица, которая состоит из интервальных скалярных компонентов $[N_{ij}]$:

$$[N] = \text{row} \left\{ \text{col} \left([N_{ij}]; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right) \right\}. \quad (1)$$

Интервальная матрица $[N]$ может быть представлена цепочкой равенств

$$[N] = [\underline{N}, \overline{N}] = N_0 + [\Delta N] = N_0 + [\underline{\Delta N}, \overline{\Delta N}], \quad (2)$$

где N_0 — медианная составляющая интервальной матрицы $[N]$, $\underline{N}, \overline{N}$ — матрицы, составленные из левых и правых граничных значений скалярных компонентов матрицы; $[\Delta N]$ — центрированная относительно N_0 интервальная составляющая $[N]$; $\underline{\Delta N}, \overline{\Delta N}$ — левая и правая граничные составляющие $[N]$. Для компонентов выражения (2) справедливы соотношения

$$N_0 = 0,5[\underline{N} + \overline{N}], \quad \underline{\Delta N} = \underline{N} - N_0, \quad \overline{\Delta N} = \overline{N} - N_0, \quad \overline{\Delta N} = -\underline{\Delta N}. \quad (3)$$

Для интервальной матрицы может быть введено понятие оценки относительной интервальности:

$$\delta_I N = \frac{\|[\Delta N]\|}{\|N_0\|} = \frac{\|\overline{\Delta N}\|}{\|N_0\|} = \frac{\|-\underline{\Delta N}\|}{\|N_0\|}. \quad (4)$$

С помощью выражения (4) можно управлять относительной интервальностью матрицы $[N]$ путем изменения ее медианной составляющей N_0 . Управление этой составляющей может быть осуществлено в мультипликативной или аддитивной форме. Действительно, пусть матрицы Ξ и Π таковы, что выполняется условие

$$\tilde{N}_0 = N_0 \Xi, \quad \tilde{\tilde{N}}_0 = N_0 + \Pi : \|\tilde{N}_0\| > \|N_0\|, \|\tilde{\tilde{N}}_0\| > \|N_0\|. \quad (5)$$

По существу, вводя такие матрицы, возможно построить новые интервальные матрицы $\tilde{N} = \tilde{N}_0 + [\Delta N]$ и $\tilde{\tilde{N}} = \tilde{\tilde{N}}_0 + [\Delta N]$, обладающие меньшими значениями оценок их относительной интервальности, так, что выполняются неравенства

$$\delta_I \tilde{N} = \frac{\|[\Delta N]\|}{\|\tilde{N}_0\|} < \delta_I N = \frac{\|[\Delta N]\|}{\|N_0\|}; \quad \delta_I \tilde{\tilde{N}} = \frac{\|[\Delta N]\|}{\|\tilde{\tilde{N}}_0\|} < \delta_I N = \frac{\|[\Delta N]\|}{\|N_0\|}. \quad (6)$$

Соотношения (5), (6) являются алгоритмической основой обеспечения робастности пьезопривода в случае, когда параметрическая неопределенность его компонентов представлена в интервальной форме.

Алгоритм синтеза медианного модального управления пьезоприводом с использованием метода управляемой относительной интервальности. Прежде чем приступить к формированию алгоритма синтеза медианного модального управления [14—16], необходимо отметить два ключевых момента: 1) модальное управление основано на концепции подобия матриц состояния проектируемой системы и модальной (эталонной) модели, которая в алгоритме реализуется применительно к медианной составляющей; 2) характеристическая частота модальной модели (ММ) должна выбираться не только исходя из требований к динамическим показателям системы, но также исходя из требований обеспечения необходимой относительной интервальности матрицы состояния системы. С учетом сказанного алгоритм включает следующие шаги.

1. Задать требования к системе в переходном и установившемся режимах.
2. Задать величину $\delta_{IR} F$ оценки $\delta_I F$ относительной интервальности матрицы F состояния проектируемой системы.
3. Задать модель исходного объекта в форме

$$\dot{x}(t) = [A]x(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad \varepsilon(t) = g(t) - y(t), \quad (7)$$

опираясь на [2, 17, 18]. В (7) x, u, y, g, ε — соответственно векторы состояния, управления, выхода, внешнего воздействия и ошибки слежения; $[A] = A_0 + [\Delta A]$, B, C — соответственно интервальная матрица состояния с медианной A_0 и интервальной $[\Delta A]$ составляющими матрицы управления и выхода. Перечисленные компоненты имеют размерности:

$$\dim(x) = n, \dim(u) = r, \dim(y) = \dim(g) = \dim(\varepsilon) = m;$$

$$\dim[A] = n \times n, \dim(B) = n \times r, \dim(C) = m \times n.$$

4. В случае $r=m=1$ сформировать ММ, задав ее с помощью передаточной функции „вход—выход“

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}}, \quad (8)$$

где коэффициенты v_i характеристического полинома определяют расположение его корней на комплексной плоскости, ω_0 — характеристическая частота, которая зависит от расположения.

5. Определить значение характеристической частоты ω_0 из условия

$$\omega_0 = \max \left\{ \omega_0 = \arg(t_{\text{п}}(\omega_0) \leq t_{\text{пп}}), \omega_0 = \arg(D(\omega_0) \geq D_V), \omega_0 = \arg(\delta(\omega_0) \leq \delta_r) \right\}, \quad (9)$$

где $t_{\text{п}}$ — реальное время переходного процесса; $t_{\text{пп}}$, D_V , δ_r — соответственно требуемые значения длительности переходного процесса, добротности по скорости и величины относительной частотной ошибки.

6. Подставить полученное с помощью формулы (9) значение в (8) и записать ММ в векторно-матричной форме

$$z(t) = \Gamma(\omega_0)z(t) + Eg(t), \quad \eta = Hz(t), \quad (10)$$

где z, η — соответственно векторы состояния и выхода ММ; Γ, E, H — соответственно матрицы состояния входа и выхода ММ, при этом пара (Γ, H) должна быть наблюдаемой. Перечисленные компоненты имеют размерности:

$$\dim(z) = n, \dim(y) = m; \dim(\Gamma) = n \times n, \dim(E) = \dim(C^T) = n \times m.$$

7. Задать алгоритм формирования сигнала управления объектом (7) в форме

$$u(t) = K_g g(t) - Kx(t), \quad (11)$$

где K_g — матрица прямых связей по задающему воздействию, K — матрица обратных связей по вектору состояния, и решить матричное уравнение Сильвестра относительно матрицы M матричного подобия

$$M\Gamma - A_0M = -BH \quad (12)$$

с целью вычисления матрицы K обратных связей с помощью соотношения

$$K = HM^{-1}. \quad (13)$$

8. Сформировать медианную составляющую F_0 интервальной матрицы

$$[F] = F_0 + [\Delta F] = F_0 + [\Delta A]$$

состояния проектируемой системы на основании матричного условия подобия в форме $F_0 = M\Gamma M^{-1}$.

9. Проверить достижение требуемого значения оценки относительной интервальности спроектированной системы на основании неравенства

$$\delta_I F = \frac{\|[\Delta A]\|}{\|F_0\|} \leq \delta_{IR} F. \quad (14)$$

В случае выполнения условия (14) перейти к шагу 10 алгоритма, в случае невыполнения — увеличить значение характеристической частоты ω_0 и вернуться к шагу 4.

10. Вычислить матрицу K_g прямой связи с помощью соотношения

$$K_g = \arg \left\{ \Phi(s) = C(sI - F_0)^{-1} B K_g \Big|_{s=0} = I \right\} = \left(C(-F_0)^{-1} B \right)^{-1}. \quad (15)$$

Если система оказывается статической с показателем $\delta_{ст}$, то следует K_g умножить на $(1 - \delta_{ст})$.

11. Для формирования физически реализуемого алгоритма следует считать задающее воздействие $g(t)$ неизмеримым, поэтому:

$$u(t) = K_\varepsilon \varepsilon(t) - K_x x(t), \quad (16)$$

где $K_x = K - K_y C$, $K_\varepsilon = K_y = K_g$.

12. Провести полное комплексное исследование спроектированной системы в оболочке MatLab и Simulink, обратив особое внимание на степень близости траекторий в системе с граничными значениями параметров матрицы состояния объекта. В случае несовпадения траектории вернуться к шагу 5, в противном случае — осуществить техническую реализацию спроектированной системы.

Иллюстративный пример. Спроектируем систему предложенным методом точного позиционирования с пьезоэлектрическим исполнительным устройством. Следуя предложенному алгоритму:

1) зададим требования к показателям системы

— перерегулирование $\sigma = 0$, длительность переходного процесса $t_{пп} \leq 0,01$ с;

— максимально допустимая ошибка $\varepsilon_{\max} = 10^{-7}$ м по задающему воздействию;

— добротность по скорости $D_V \geq 100$ с $^{-1}$;

— гармоническое входное воздействие вида $g(t) = g_{\max} \sin \omega t$ с параметрами $g_{\max} = 10^{-5}$ м, $\omega = 3,14$ с $^{-1}$;

2) зададим величину $\delta_{IR} F = 0,02 \delta_I A$, & $\delta_{IR} \lambda = 0,025$;

3) зададим модель исходного объекта в форме $\dot{x}(t) = [A]x(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$, $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$ на основе интервальной передаточной функции

$$W_{oy}(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2^2 s^2 + 2[\zeta]T_2 s + 1)} = \frac{10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-4} s + 1)(2,56 \cdot 10^{-8} s^2 + 3,2 \cdot 10^{-4} [\zeta] s + 1)},$$

где k — коэффициент передачи системы точного позиционирования, s — оператор Лапласа,

$$[\zeta] = \zeta_0 + [\Delta \zeta] = 0,1 + [-0,05; 0,05];$$

$$[A] = A_0 + [\Delta A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -39000000 & -1250 & 1 \\ 0 & 0 & -2000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & [-625, 625] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 78125 \end{bmatrix};$$

$$C = [1 \ 0 \ 0];$$

при этом $\delta_I A = 1,603 \cdot 10^{-5}$;

4) сформируем модальную модель (8);

5) в силу $\sigma = 0$ выберем распределение корней Ньютона и определим значение $\omega_0 = 942$ из условия (9), которое в результате шагов 5—12 алгоритма увеличим в десять раз, положив $\omega_0 = 9420$ с целью гарантированного выполнения шага 9;

6) сформируем $\Phi(s, \omega_0) = \frac{9420^3}{s^3 + 3 \cdot 9420s^2 + 3 \cdot 9420^2s + 9420^3}$ с тем, чтобы получить представление матричных компонентов ММ в виде

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -9420^3 & -3 \cdot 9420^2 & -3 \cdot 9420 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9420^3 \end{bmatrix}; H = [1 \ 0 \ 0];$$

7) решим уравнение Сильвестра $M\Gamma - A_0M = -BH$ относительно матрицы M

$$M = \begin{bmatrix} 7,63 \cdot 10^{-7} & 1,17 \cdot 10^{-10} & 4,81 \cdot 10^{-15} \\ -0,004 & -5,18 \cdot 10^{-7} & -1,93 \cdot 10^{-11} \\ 40,8659 & 0,005 & 1,91 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

и вычислим матрицу K отрицательной обратной связи по состоянию

$$K = HM^{-1} = [-2,7839 \cdot 10^6 \quad 0,2476 \quad 0,3201];$$

8) сформируем F_0 с помощью соотношения $F_0 = M\Gamma M^{-1}$:

$$F_0 = \begin{bmatrix} -1,42 \cdot 10^{-10} & 1 & -7,81 \cdot 10^{-18} \\ 3,9 \cdot 10^7 & -1250 & 1 \\ 2,1749 \cdot 10^{11} & -1,9345 \cdot 10^8 & -27010 \end{bmatrix};$$

9) проверим выполнение условия

$$\delta_I F = \frac{\|[\Delta A]\|}{\|F_0\|} = \frac{625}{2,1749 \cdot 10^{11}} = 2,87 \cdot 10^{-9} \leq \delta_{IR} F = 0,02 \delta_I A = 0,02 \cdot 1,603 \cdot 10^{-5} = 3,2 \cdot 10^{-7}.$$

Если условие $\delta_I F \leq \delta_{IR} F$ выполняется, дополним его проверкой относительной интервальности собственных чисел матрицы F , которая дает $\delta_I \lambda = 0,022 \leq \delta_I \lambda_R = 0,025$, в силу чего перейдем к шагу 10 алгоритма;

10) значение $K_g = 1,0699 \cdot 10^7$ вычислим с помощью (15);

11) сформируем сигнал управления вида (16), полагая $K_\varepsilon = K_g$;

12) проведем комплексное экспериментальное исследование системы в оболочке Simulink. Результаты исследования представлены на рис. 1—4 кривыми: переходного процесса при ступенчатом входном воздействии $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$, $g_0 = 10^{-5}$ м (рис. 1), при кинетическом изменении входного воздействия $g(t) = \dot{g}_0 t$, $\dot{g}_0 = 3,14 \cdot 10^{-5}$ м/с (рис. 2) и ошибки при гармоническом воздействии (по выходу — рис. 3, a , по ошибке — b) с амплитудой $g_{\max} = 10^{-5}$ м, частотой $\omega = 3,14$ с $^{-1}$. Таким образом достигаются следующие динамические показатели спроектированной системы $\sigma = 0$, $t_{\text{пн}} = 0,0007 \leq 0,01$ с и $D_1 = 3,14 \cdot 10^{-5} / 10^{-8} = 3140 > 100$ с $^{-1}$, $\delta = \varepsilon_{\max \varepsilon} / g_{\max \varepsilon} = 10^{-8} / 10^{-5} = 0,001$ ($\varepsilon_{\max \varepsilon}$ и $g_{\max \varepsilon}$ — максимальные ошиб-

ка и амплитуда при заданном эквивалентном воздействии). Для сравнения на рис. 4 приведены кривые переходных процессов для начального значения $\omega_0 = 942 \text{ с}^{-1}$ цикла шагов 5—12.

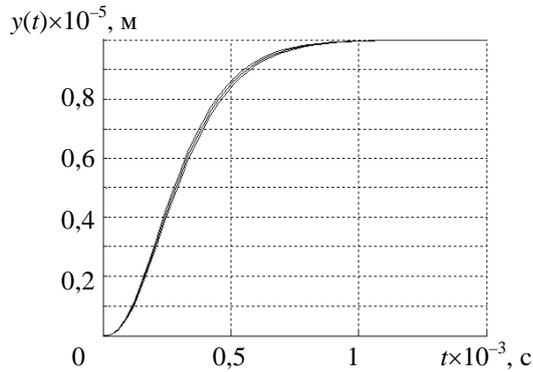


Рис. 1

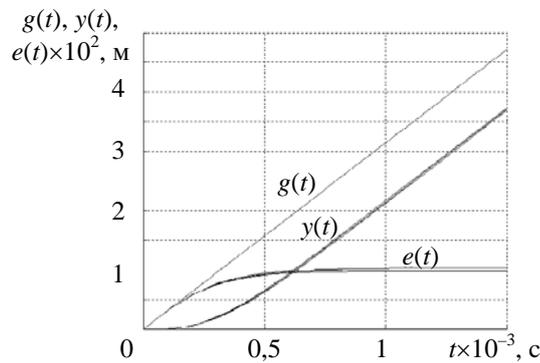


Рис. 2

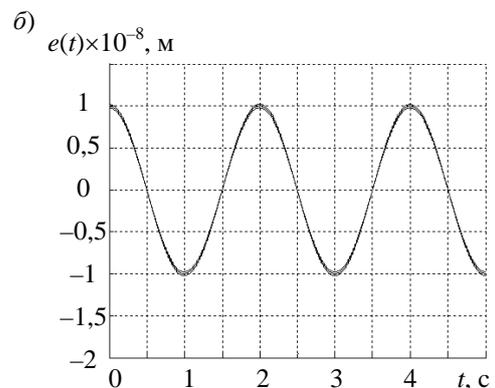
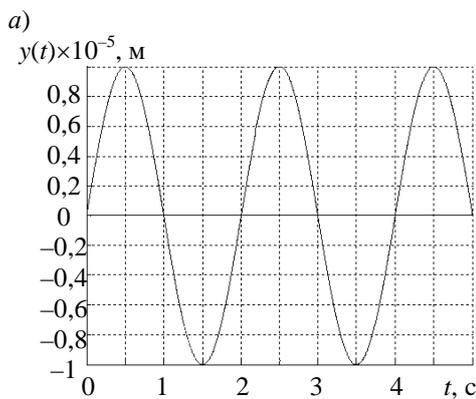


Рис. 3

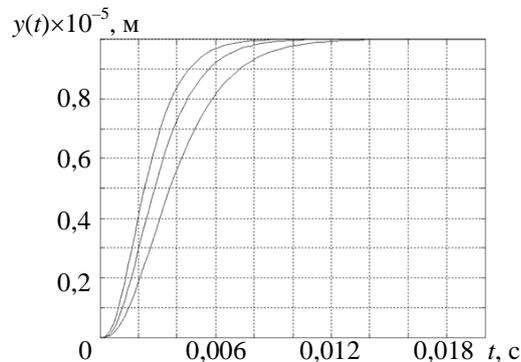


Рис. 4

Заключение. В работе рассмотрена задача синтеза системы точного позиционирования, содержащей пьезодвигатель, математическая модель которого содержит интервальный параметр (декремент затухания). Для обеспечения робастности замкнутой системы, в состав которой

входит такой исполнительный механизм, предложено использование медианного модального управления, основанного на концепции управляемой относительной интервальности.

Работа поддержана Минобрнауки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Слита О., Никифоров В., Ушаков А. Управление в условиях неопределенности: неадаптивные и адаптивные алгоритмы. Saarbrücken: LAP LAMBERT AcademicPublishing, 2012. 283 с.
2. Никольский А. А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.
3. Джагунов Р. Г., Ерофеев А. А. Пьезоэлектронные устройства вычислительной техники, систем контроля и управления: Справочник. СПб: Политехника, 1994. 607 с.
4. Bashash S., Jalili N. Robust adaptive control of coupled parallel piezo-flexural nanopositioning stages // IEEE/ASME Trans. on Mechatronics. 2009. Vol. 14, N 1. P. 11—20.
5. Ghafarirad H., Rezaei S. M., Zareinejad M., Hamdi M. A robust adaptive control for micro-positioning of piezoelectric actuators with environment force estimation // Trans. of the Institute of Measurement and Control. 2012. Vol. 34, N 8. P. 956—965.
6. Li Y. and Xu O. Adaptive sliding mode control with perturbation estimation and PID sliding surface for motion tracking of a piezo-driven micromanipulator // IEEE Trans. on Control System Technology. 2010. Vol. 18, N 4. P. 798—810. DOI:10.1109/TCST.2009.2028878.
7. Liaw H. C., Shirinzadeh B. Robust adaptive constrained motion tracking control of piezo-actuated flexure-based mechanisms for micro/nano manipulation // IEEE Trans. on Industrial Electronics. 2011. P. 1406—1415.
8. Григорьев В. В., Дроздов В. Н., Лаврентьев В. В., Ушаков А. В. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ. Л.: Машиностроение, 1983. 245 с.
9. Слита О. В., Ушаков А. В. Достаточные алгебраические условия параметрической инвариантности выхода линейной стационарной системы в первом приближении // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 6. С. 16—22.
10. Ушаков А., Сударчиков С. Следящий мониторинг деформаций устройств пространственного наблюдения: разработка алгоритмов управления. Saarbrücken: LAP LAMBERT AcademicPublishing, 2011. 236 с.
11. Ackermann J. Robust Control Systems with Uncertain Physical Parameters. London: Springer-Verlag, 1993.
12. Калмыков С. А., Шокин Б. Л., Юлдашев З. Х. Методы интервального анализа. Новосибирск: Наука, 1986. 222 с.
13. Moore R. E., Kearfott R. B., Cloud M. J. Introduction to interval analysis. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009. 235 p.
14. Ушаков А. В. Обобщенное модальное управление // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т. 43, № 3. С. 8—16.
15. Акунов Т. А., Слита О. В., Сударчиков С. А., Ушаков А. В. Медианное управление непрерывными динамическими объектами с интервальными параметрами // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2013. № 4. С. 36—42.
16. Slita O. V., Ushakov A. V. Median modal control of interval continuous-time plants // Proc. of ICUMT. St. Petersburg, 2014. P. 529—533.
17. Быстров С. В., Николаев П. В., Сабинин Ю. А., Смирнов А. В. Передаточные функции пьезоэлектрического исполнительного устройства // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1988. Т. 31, № 6. С. 19—24.
18. Быстров С. В., Ерашов В. И., Сабинин Ю. А., Чежин М. С. Двигатели микроперемещений. Л.: ЛДНТП, 1988. 20 с.

Сведения об авторах

Сергей Владимирович Быстров

— канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru

Ольга Валерьевна Слита

— канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: o-slita@yandex.ru

- Сергей Алексеевич Сударчиков* — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: s-a-sudarchikov@yandex.ru
- Анатолий Владимирович Ушаков* — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.03.16 г.

Ссылка для цитирования: Быстров С. В., Слита О. В., Сударчиков С. А., Ушаков А. В. Обеспечение робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 7. С. 534—541.

ENSURING PIEZOELECTRIC DRIVE ROBUSTNESS USING THE METHOD OF CONTROLLED RELATIVE INTERVAL FREQUENCY

S. V. Bystrov, O. V. Slita, S. A. Sudarchikov, A. V. Ushakov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: sbystrov@mail.ru

The problem of ensuring robustness of precision positioning system with piezoelectric drive is considered for the case of the drive model with interval parameters. The proposed approach uses the concept of controlled relative interval frequency. It is shown that the problem can be solved with median modal control supplemented by a control over the relative interval state matrix of the designed system. An example of positioning system design with the use of proposed method is presented.

Keywords: piezoelectric drive, interval parameters, robustness, relative interval, median modal control

Data on authors

- Sergey V. Bystrov** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Olga V. Slita** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: o-slita@yandex.ru
- Sergey A. Sudarchikov** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: s-a-sudarchikov@yandex.ru
- Anatoly V. Ushakov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

For citation: Bystrov S. V., Slita O. V., Sudarchikov S. A., Ushakov A. V. Ensuring piezoelectric drive Robustness using the method of controlled relative interval frequency // Izv. vuzov. Priborostroyeniye. 2016. Vol. 59, N 7. P. 534—541 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-7-534-541