СИНТЕЗ РЕЗОНАТОРА ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ЛАЗЕРА С ТЕРМООПТИЧЕСКИ ИСКАЖЕННЫМ АКТИВНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

П. А. НОСОВ

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, 105005, Москва, Россия E-mail: pan@bmstu.ru

> Рассмотрены особенности синтеза устойчивых резонаторов твердотельных лазеров, формирующих эрмит-гауссовы пучки. Получены формулы, связывающие параметры лазерного пучка на входе и выходе активного элемента с параболическим профилем его показателя преломления. Разработана методика синтеза резонаторов твердотельных лазеров, обеспечивающая согласование характеристик термооптически искаженного активного элемента с пространственными параметрами формируемого пучка, и рассмотрены примеры синтеза.

> **Ключевые слова:** твердотельный лазер, резонатор, устойчивый резонатор, активный элемент, градиентная среда, тепловая линза, эрмит-гауссов пучок, синтез резонатора

Введение. Современные твердотельные лазеры и устройства на их основе широко применяются в различных областях науки, техники и медицины [1—7]. Важнейшей и неотъемлемой частью лазера является оптический резонатор [8—10].

Известно [4, 8, 9, 11—16], что в активных элементах твердотельных лазеров под действием излучения источника оптической накачки возникает неоднородный профиль распределения температуры, так как сильнее нагревается центральная (приосевая) часть элемента. Поскольку показатель преломления среды зависит от температуры, то изначально оптически однородная среда перестает быть таковой. Исследования [11, 12, 14—16] показали, что профиль показателя преломления (*n*) термооптически искаженного твердотельного активного элемента радиусом р является параболическим (рис. 1, *a*):

$$n(r) = n_0 - 0.5n_2r^2, \tag{1}$$

где r — расстояние от оптической оси до соответствующей точки в поперечном сечении активного элемента; n_0 — показатель преломления на оси (r = 0); n_2 — коэффициент, определяющий степень радиальной неоднородности распределения показателя преломления; коэффициент n_2 зависит от производной $\partial n/\partial T$, коэффициентов термоупругости и фотоупругости активного элемента, а также от параметров накачки.

Среду с распределением показателя преломления (1) называют градиентной или квадратичной. Действие такой среды на проходящее излучение аналогично линзе, которую (в силу специфики ее возникновения) называют "тепловой". В выражении (1) знак "минус" перед вторым слагаемым означает, что тепловая линза является собирающей. Тепловая линза в твердотельном активном элементе схематически показана на рис. 1, δ , где f_T и f'_T — переднее и заднее фокусные расстояния тепловой линзы; s_H и $s'_{H'}$ — расстояния от главных точек тепловой линзы H_T, H'_T до торцов активного элемента; F_T, F'_T — фокусы тепловой линзы, l — длина активного элемента. Оптические характеристики тепловой линзы (фокусное расстояние и положение главных точек) определяются мощностью накачки, термооптическими коэффициентами и длиной активного элемента [11, 12, 14—16]. Таким образом, резонатор твердотельного лазера является зеркально-линзовым. Использование традиционного подхода к проектированию твердотельных лазеров [9] позволяет синтезировать резонаторы с неравномерным заполнением активного элемента модой генерации.



Анализ распространения гауссова пучка в градиентном элементе показал, что при определенных условиях можно добиться согласования параметров пучка с параметрами градиентной среды. В этом случае размер распространяющегося в градиентном элементе пучка не изменяется. Применительно к процессу формирования излучения это означает, что в твердотельном лазере в любом поперечном сечении активного элемента распределение плотности мощности моды генерации одинаково.

В настоящей статье представлена методика синтеза оптических систем устойчивых резонаторов твердотельных лазеров, обеспечивающая согласование характеристик термооптически искаженного активного элемента с пространственными параметрами формируемого пучка. Рассмотрены примеры синтеза некоторых схем таких резонаторов.

Распространение лазерного пучка в градиентном элементе. Рассмотрим распространение гауссова пучка в градиентном элементе и найдем форму его огибающей и пространственные параметры пучка на выходе. Будем считать, что известны пространственные параметры гауссова пучка на входе градиентного элемента: длина волны лазерного излучения λ , один из параметров — диаметр перетяжки $2h_p$, параметр конфокальности z_k или угловая расходимость 2 θ , положение перетяжки относительно левого торца s_p элемента, а также характеристики градиентной среды n_0 , n_2 и длина l элемента.

Вывод расчетных соотношений проведем в рамках параксиальной оптики. Согласно правилу *ABCD* [8—10], при прохождении гауссова пучка через оптическую систему, описываемую матрицей

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

на выходе системы размер (полудиаметр) h и кривизна волнового фронта K пучка определяются выражениями

$$h^{2} = h_{0}^{2} \left(A + BK_{0}\right)^{2} + \left(J_{p} \frac{B}{h_{0}}\right)^{2}; \quad K = \frac{h_{0}^{2} \left[AC + BD\left(K_{0}^{2} + \frac{J_{p}^{2}}{h_{0}^{4}}\right) + (2AD - 1)K_{0}\right]}{h_{0}^{2} \left(A + BK_{0}\right)^{2} + \left(J_{p} \frac{B}{h_{0}}\right)^{2}}, \quad (2)$$

где h_0 и K_0 — размер пучка и кривизна волнового фронта пучка на входе системы, $J_p = h_p \theta = \frac{h_p^2}{z_k} = \text{const} = \frac{\lambda}{\pi}$ — инвариант гауссова пучка [10]. На рис. 2, *а* показана форма огибающей гауссова пучка, распространяющегося в градиентном элементе в несогласованном режиме, здесь R_0 и R_l — радиус кривизны волнового фронта пучка на входе и выходе градиентного элемента.



Матрица градиентного элемента, находящегося в воздухе, имеет вид [9, 11, 12]

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos(l\sqrt{n_2/n_0}) & \frac{\sin(l\sqrt{n_2/n_0})}{\sqrt{n_0n_2}} \\ -\sqrt{n_0n_2} \cdot \sin(l\sqrt{n_2/n_0}) & \cos(l\sqrt{n_2/n_0}) \end{bmatrix}.$$
 (3)

Тогда по формулам (2) с учетом (3) находим выражения для размера h_l и кривизны волнового фронта K_l пучка на выходе градиентного элемента (см. рис. 2, *a*):

$$h_l = \overline{h} \sqrt{1 + a \sin\left(2\sqrt{\frac{n_2}{n_0}} \cdot l - \delta\right)}; \tag{4}$$

$$K_{l} = a\sqrt{n_{0}n_{2}} \cdot \cos\left(2\sqrt{\frac{n_{2}}{n_{0}}} \cdot l - \delta\right) \left(\frac{\overline{h}}{h_{l}}\right)^{2},$$
(5)

где

$$\overline{h} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[h_0^2 + \frac{\left(h_0 K_0\right)^2}{n_0 n_2} + \frac{J_p^2}{n_0 n_2 h_0^2} \right]}$$

— средний размер гауссова пучка в градиентном элементе;

$$a = -\operatorname{sgn}\left(s_p\right) \sqrt{1 - \frac{J_p^2}{n_0 n_2 \overline{h}^4}} \tag{6}$$

— амплитуда изменения размера гауссова пучка в градиентном элементе (|a| < 1), а фаза δ определяется выражением

Исходя из свойства инвариантности гауссова пучка [10

 z'_{k} и положение перетяжки s'_{n} [17]:

$$J_p = h_p \theta = \frac{h_p^2}{z_k} = \text{const} = h'_p \theta' = \frac{{h'_p}^2}{z'_k}$$

получаем выражения для размера перетяжки h'_p и угловой расходимости 20' пучка на выходе градиентного элемента:

$$h_p' = \sqrt{J_p z_k'}, \ 2\theta' = 2\sqrt{J_p / z_k'}.$$

Чтобы найти зависимость для размера гауссова пучка в среде с параболическим распределением показателя преломления, воспользуемся тем, что в сечении z = l пучок будет иметь размер, определяемый формулой (4):

$$h(z) = \overline{h} \sqrt{1 + a \sin\left(2\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}z - \delta\right)}.$$

Анализ этой зависимости показывает, что размер пучка внутри градиентного элемента описывается гармонической функцией с периодом $\pi \sqrt{n_0/n_2}$ (см. рис. 2, *a*).

Рассмотрим частный случай $s_p = 0$, т.е. перетяжка входного пучка сформирована на левом торце градиентного элемента. Тогда средний размер гауссова пучка будет равен $\overline{h}^* = \sqrt{\frac{1}{2} \left(h_0^2 + \frac{J_p^2}{n_0 n_2 h_0^2} \right)}$. Зависимость $\overline{h}^*(h_0)$ имеет минимальное значение при $h_0^* = \sqrt[4]{J_p^2/n_0 n_2}$. Из формулы (6) следует, что при таком значении размера входной перетяжки a = 0.

Рассмотренный частный случай имеет практическое значение — распространяющийся в градиентном элементе гауссов пучок с найденными параметрами не имеет флуктуаций, т.е. размер $h^*(z) = \text{const}$. Поэтому такой режим распространения гауссова пучка в градиентном элементе будем называть согласованным, а параметры пучка в этом случае согласованы с характеристиками градиентной среды.

Таким образом, в согласованном режиме гауссов пучок на входе градиентного элемента должен иметь следующие параметры, определяемые характеристиками градиентной среды

 $\delta = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\sqrt{n_0 n_2}}{K_0} \left| \left(\frac{\overline{h}}{h_0} \right)^2 - 1 \right| \right\}.$

Пройдя градиентный элемент, гауссов пучок распространяется в однородном пространстве и имеет огибающую в форме гиперболоида вращения. Зная размер и кривизну волнового фронта пучка на выходе градиентного элемента, можно рассчитать параметр конфокальности

(7)

(см. рис. 2, б): перетяжка — на левом торце ($s_p = 0$), размер перетяжки h_p^* , параметр конфокальности z_k^* и угловая расходимость $2\theta^*$:

$$h_p^* = 4 \sqrt{\frac{J_p^2}{n_0 n_2}}, \ z_k^* = \frac{1}{\sqrt{n_0 n_2}}, \ 2\theta^* = 2 \cdot 4 \sqrt{n_0 n_2 J_p^2}.$$
 (8)

В согласованном режиме параметры гауссова пучка на выходе градиентного элемента имеют такие же значения, как и на входе, и определяются формулами (8), а перетяжка — на правом торце ($s'_p = 0$) (см. рис. 2, δ). При этом объем моды TEM₀₀ в градиентном элементе $V_{00} = \pi h_p^{*2} l = \lambda l z_k^*$.

Полученные результаты также справедливы для лазерного пучка с параметром качества $M^2 > 1$ или произвольной поперечной моды TEM_{mn} [10, 18]. В этом случае в полученных соотношениях инвариант лазерного пучка необходимо рассчитывать по формуле $J_p = H_p \Theta = \frac{H_p^2}{Z_k} = M^2 \frac{\lambda}{\pi}$, где H_p , 2 Θ и Z_k — размер перетяжки, угловая расходимость и параметр конфокальности.

Синтез резонатора твердотельного лазера. Рассмотрим твердотельный активный элемент длиной l, на левом и правом торцах которого нанесены зеркальное и полупрозрачное покрытия M_1 и M_2 соответственно (см. рис. 3, a). Пусть под действием излучения источника оптической накачки в активном элементе возникает тепловая линза оптической силой $1/f'_T$, которую считаем заданной. Оптическая сила и расстояния от главных точек H_T , H'_T тепловой линзы до торцов активного элемента определяются выражениями [10—12, 19]:

$$1/f_T' = -C = \sqrt{n_0 n_2} \cdot \sin\left(l\sqrt{n_2/n_0}\right), \quad s_H = -s_{H'}' = s = \frac{1-A}{C} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{l}{2}\sqrt{n_2/n_0}\right)}{\sqrt{n_0 n_2}}.$$
(9)

Матрица градиентного элемента (3) может иметь следующий вид:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & -s'_{H'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f'_T & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & s_H \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f'_T & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Такая запись эквивалетна представлению линзоподобного активного элемента в виде тонкой линзы оптической силой $1/f'_{T}$ (средняя матрица) с расстоянием от ее главных точек H_{T} и $H_{T'}$ до торцов *s* (крайние матрицы) (рис. 1, *б*).

Если параметры тепловой линзы соответствуют схеме резонатора устойчивой конфигурации, то параметр конфокальности формируемого гауссова пучка в левом и правом плечах резонатора одинаковый и равен $z_{k1} = z_{k2} = \sqrt{s(2f'_T - s)}$ [17]. Это выражение с учетом формул (9) после преобразований примет вид $z_{k1} = z_{k2} = z_k^* = 1/\sqrt{n_0 n_2}$.

Полученный результат означает, что в рассматриваемой схеме резонатора параметры пучка моды генерации являются согласованными с параметрами термооптически искаженно-го активного элемента.

Для получения требуемых характеристик лазерного излучения (временных, спектральных и др.) в резонатор устанавливают дополнительные элементы [8]. В рассмотренной схеме резонатора (см. рис. 3, *a*) установить эти элементы не представляется возможным. Поэтому рассмотрим другие схемы резонаторов твердотельных лазеров, позволяющие обеспечить согласование параметров термооптически искаженного активного элемента с параметрами пучка и формирование излучения с требуемыми характеристиками.

В схеме плоскосферического зеркально-линзового резонатора (рис. 3, б) необходимо зеркальное покрытие M_2 нанести на правый торец активного элемента, а сферическое зеркало M_1 установить на расстоянии d от левого торца. При этом радиус кривизны сферического зеркала должен быть равен $R = \frac{z_k^{*2} + d^2}{d}$. В схеме зеркально-линзового резонатора со сферическими концевыми зеркалами (рис. 3, e) зеркала необходимо располагать на расстояниях $d_{1,2}$ от торца активного элемента, где индекс "1" соответствует левому плечу резонатора, а индекс "2" — правому. При этом радиус кривизны сферического зеркала будет равен $R_{1,2} = \frac{z_k^{*2} + d_{1,2}^2}{d_{1,2}}$.

На практике могут потребоваться и более сложные схемы резонаторов, для разработки и расчета которых целесообразно использовать зеркально-линзовые элементы обращения волнового фронта гауссова пучка, подробно рассмотренные в работе [17].

Проиллюстрируем применение полученных расчетных соотношений для синтеза резонатора твердотельного лазера.



Рис. 3

Пример. Требуется определить оптимальные параметры резонатора твердотельного лазера, в котором в качестве активного элемента используется кристалл алюмоиттриевого граната с неодимом АИГ:Nd³⁺ ($n_0 = 1,82, \lambda = 1,064$ мкм) длиной 100 мм. Под действием излучения оптической накачки в активном элементе возникает тепловая линза оптической силой 4 дптр.

По известным значениям оптической силы тепловой линзы и длине активного элемента находим коэффициент $n_2 = 4,16 \cdot 10^{-5}$ мм⁻². Далее, по формулам (8) рассчитываем параметры пучка в согласованном режиме: $h_p^* = 0,2$ мм, $z_k^* = 114,98$ мм, $2\theta^* = 3,43$ мрад. В согласованном режиме в заданном активном элементе объем моды генерации TEM₀₀ равен 12,23 мм³.

В качестве исходной выберем схему резонатора с плоскими зеркалами (см. рис. 3, *a*); также можно использовать плоскосферический резонатор (см. рис. 3, *б*).

Для получения требуемых параметров пучка на выходе лазера ($2h'_p$, z'_k или $2\theta'$) можно использовать схему резонатора с дополнительной линзой, фокусное расстояние которой f' (рис. 3, z), а вывод излучения производится через правое плоское зеркало M_2 .

Параметры гауссова пучка в плече резонатора длиной l_2 определяются продольным увеличением α_{Γ} дополнительной линзы резонатора [10]:

$$2h'_{p} = 2h'_{p}\sqrt{\alpha_{\Gamma}}, \ z'_{k} = z^{*}_{k}\alpha_{\Gamma}, \ 2\theta' = \frac{2\theta^{*}}{\sqrt{\alpha_{\Gamma}}}, \ \alpha_{\Gamma} = \frac{f'^{2}}{\left(l_{1} - f'\right)^{2} + z^{*2}_{k}},$$
(10)

где l_1 — расстояние от правого торца активного элемента до линзы.

756

Для определения положения дополнительной линзы и плоского зеркала используем следующий фактор: оптический элемент "линза—плоское зеркало" представляет собой элемент обращения волнового фронта гауссова пучка с параметром конфокальности z_k^* , который определяется характеристиками термооптически искаженного активного элемента (см. формулы (8)). С другой стороны, для z_k^* имеем выражение [17]

$$z_{k}^{*} = \sqrt{\frac{l_{1} - f'}{l_{2} - f'} \left[\left(l_{1} + l_{2} \right) f' - l_{1} l_{2} \right]}, \tag{11}$$

где l_2 — расстояние от линзы до правого плоского зеркала.

Решение уравнений (10) и (11) позволяет найти расстояния l_1 и l_2 :

$$l_{1} = f' \pm \sqrt{\frac{f'^{2} - z_{k}^{*} z_{k}'}{\alpha_{\Gamma}}}, \quad l_{2} = f' \pm \sqrt{\alpha_{\Gamma} \left(f'^{2} - z_{k}^{*} z_{k}' \right)}, \tag{12}$$

откуда можно определить допустимое значение фокусного расстояния дополнительной линзы резонатора: $|f'| \ge z_k^* z_k'$.

Для рассматриваемого лазера на АИГ:Nd³⁺ определим параметры резонатора, формирующего выходной пучок с угловой расходимостью $2\theta' = 2$ мрад. Тогда параметр конфокальности $z'_k = 338,68$ мм и фокусное расстояние дополнительной линзы $|f'| \ge 197,33$ мм.

Для решения задачи используем линзу с фокусным расстоянием f' = 225 мм. По формулам (12) рассчитаем возможные значения расстояний l_1 и l_2 : $l_1^+ = 287,98$ мм, $l_2^+ = 410,53$ мм, $l_1^- = 162,02$ мм, $l_2^- = 39,47$ мм, откуда следует, что требованию компактности схемы резонатора удовлетворяют значения l_1^- и l_2^- .

Заключение. Приведенные соотношения позволяют построить огибающую пучка, распространяющегося в твердотельном активном элементе с параболическим профилем показателя преломления, и рассчитать пространственные параметры лазерного пучка на выходе. Рассмотрены схемы резонаторов твердотельных лазеров и приведены расчетные соотношения для определения их конструктивных параметров, при которых характеристики термооптически искаженного активного элемента согласованы с пространственными параметрами формируемого пучка.

Статья подготовлена по результатам исследования, выполненного при поддержке гранта Президента РФ МК-6960.2016.8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Вакс Е. Д., Миленький М. Н., Сапрыкин Л. Г. Практика прецизионной лазерной обработки. М.: Техносфера, 2013. 696 c.
- 2. Айхлер Ю., Айхлер Г.-И. Лазеры. Исполнение, управление, применение. М.: Техносфера, 2008. 440 с.
- 3. Зверев Г. М., Дмитриев В. Г. Тенденции развития приборов квантовой электроники // Успехи современной радиоэлектроники. 2004. № 5-6. С. 55-69.
- 4. Koechner W. Solid-State Laser Engineering. N. Y .: Springer, 2006. 750 p.
- 5. Barnes N. P. Solid-state lasers from an efficiency perspective // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. 2007. Vol. 13, N 3. P. 435-447.
- 6. Козинцев В. И., Иванов С. Е., Белов М. Л., Городничев В. А. Лазерный метод приближенного измерения мгновенной скорости и направления ветра // Оптика атмосферы и океана. 2013. Т. 26, № 5. С. 381—384.
- 7. Гречин С. Г., Николаев П. П. Квантроны твердотельных лазеров с поперечной полупроводниковой накачкой // Квантовая электроника. 2009. Т. 39, № 1. С. 11-17.
- 8. Звелто О. Принципы лазеров. СПб: Лань, 2008. 720 с.
- 9. Быков В. П., Силичев О. О. Лазерные резонаторы. М.: Физматлит, 2004. 320 с.
- 10. Пахомов И. И., Цибуля А. Б. Расчет оптических систем лазерных приборов. М.: Радио и связь, 1986. 152 с.
- 11. Зверев Г. М., Голяев Ю. Д. Лазеры на кристаллах и их применение. М.: Рикел, Радио и связь, 1994. 312 с.
- 12. Мезенов А. В., Сомс Л. Н., Степанов А. И. Термооптика твердотельных лазеров. Л.: Машиностроение, 1986. 199 c.
- 13. Богданов Ю. В., Папченко А. А., Сорокин В. Н. Расчет основной моды резонатора с протяженной тепловой линзой // Квантовая электроника. 1994. Т. 21, № 11. С. 1041—1048.
- 14. Huang Y.-S., Tsai H.-L., Chang F.-L. Thermo-optic effects affecting the high pump power end pumped solid state lasers: Modeling and analysis // Optics Communications. 2007. N 273 (2). P. 515-525.
- 15. Cerullo G., Longhi S., Nisoli M., Stagira S., Svelto O. Problems in Laser Physics. N. Y.: Kluwer Academic / Plenum Publ., 2001. 308 p.
- 16. Brown D. C. Nonlinear thermal distortion in YAG rod amplifiers // IEEE Journal of Quantum Electronics. 1998. Vol. 34, N 12. P. 2383-2392.
- 17. Pakhomov I. I., Nosov P. A. Analysis and synthesis of laser cavities // J. of Russian Laser Research. 2012. Vol. 33, N 5. P. 409-423.
- 18. Siegman A. E. New developments in laser resonators // Proc. SPIE. 1990. Vol. 1224, Optical Resonators. P. 2-14.
- 19. Родионов С. А. Автоматизация проектирования оптических систем. Л.: Машиностроение, 1982. 270 с.

	Сведения об авторе
Павел Анатольевич Носов	 канд. техн. наук, доцент; МГТУ им. Н. Э. Баумана, кафедра лазерных
	и оптико-электронных систем; E-mail: pan@bmstu.ru
Рекомендована кафедрой	Поступила в редакцию

лазерных и оптико-электронных систем

12.04.16 г.

Ссылка для цитирования: Носов П. А. Синтез резонатора твердотельного лазера с термооптически искаженным активным элементом // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 9. С. 750-758.

SYNTHESIS OF SOLID-STATE LASER RESONATOR WITH THERMO-OPTICALLY DISTORTED ACTIVE ELEMENT

P. A. Nosov

N. E. Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russia E-mail: pan@bmstu.ru

The problems of synthesis of stable resonators of solid-state lasers used for Hermite — Gaussian beams generation are discussed. Formulas describing relation of laser beam parameters at the input and output of the active element with parabolic profile of reflective index are derived. A method is developed for synthesis of solid-state laser resonator; the method is reported to ensures the generated beam spatial parameters matching characteristics of thermo-optically distorted active element. Results of resonator synthesis for solid-state laser are presented.

Keywords: solid-state laser, resonator, stable resonator, active element, gradient medium, thermal lens, Hermite — Gaussian beam, synthesis of resonator

Data on author

Pavel A. Nosov — PhD, Associate Professor; N. E. Bauman Moscow State Technical University, Department of Laser and Optoelectronic Systems; E-mail: pan@bmstu.ru

For citation: Nosov P. A. Synthesis of solid-state laser resonator with thermo-optically distorted active element // Izv. vuzov. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 9. P. 750—758 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-9-750-758