

## НЕЛИНЕЙНЫЙ АЛГОРИТМ КОМПЕНСАЦИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Ю. В. ЧУГИНА, И. Б. ФУРТАТ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: cainenash@mail.ru*

*Институт проблем машиноведения РАН, 199178, Санкт-Петербург, Россия*

Рассмотрена задача управления динамическими объектами, которые подвержены влиянию ограниченных возмущающих воздействий. Разработан алгоритм автоматического управления, обеспечивающий устойчивость работы систем и стабилизацию на требуемом уровне их выходных переменных, в предположении, что полные векторы состояния объектов управления измерению не доступны. Исследование базируется на известном методе вспомогательного контура для компенсации возмущений в линейных системах либо в системах с нелинейностями, отвечающими условию Липшица. Особенность разработанного алгоритма состоит во введении в систему управления дополнительного контура, позволяющего оценить влияние неизмеряемых возмущений и параметрической неопределенности на функционирование объекта управления. Робастный метод вспомогательного контура предложено дополнить адаптивным законом управления с переменной структурой, что позволяет обеспечить более высокую точность работы системы в установившемся режиме по сравнению с исходным алгоритмом. Приведены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие работоспособность предлагаемой схемы управления.

**Ключевые слова:** *робастное адаптивное управление, вспомогательный контур, следящая система, линейный объект управления, ограниченные возмущения, параметрическая неопределенность*

**Введение.** Увеличение сложности практических задач, требующих использования автоматических регуляторов, сопровождается усовершенствованием как их технического исполнения, так и алгоритмов управления, реализующих возрастающие требования к точности и надежности функционирования систем с учетом практических особенностей их работы. В теории автоматического управления существуют несколько основных подходов к разработке таких алгоритмов. Адаптивное управление обеспечивает настройку параметров системы в процессе ее работы, что позволяет достичь высокой точности при наличии параметрической неопределенности. В то же время в условиях значительных возмущений требуется использование робастных алгоритмов. В работе [1] рассматриваются особенности обоих алгоритмов, при этом рекомендуется использовать их совместно с целью одновременного получения их преимуществ: желаемых переходных характеристик и высокой точности в установившемся режиме.

На сегодняшний день предложено множество подходов, реализующих робастное адаптивное управление. Теоретические работы посвящены в основном управлению нелинейными системами и различаются по постановке задач в зависимости от способа реализации алгоритмов в условиях насыщения сигнала управления [2], зоны нечувствительности [3], шумов измерений [4], запаздывания сигналов [5] и т.п. Робастное адаптивное управление используется при решении таких практических задач, как управление двигателями [6, 7] и генераторами [8], компенсация вибраций в автомобильной подвеске [9], швартовка морских судов [10], стыковка космических кораблей [11] и т. д.

В настоящей статье представлен робастный адаптивный алгоритм, разработанный на базе метода вспомогательного контура [12], обеспечивающего требуемую точность управления системой в условиях параметрических неопределенностей, внешних возмущающих воздействий и недоступности для измерения полного вектора состояния. Предлагается модифицировать алгоритм путем введения дополнительного адаптивного управления. Адаптивный закон управления относится к регуляторам с переменной структурой, которые, согласно [13], обеспечивают стабилизацию системы за конечное время даже в условиях незначительных внешних возмущений.

**Постановка задачи управления.** Динамику объекта управления опишем матричным дифференциальным уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Df(t), y(t) = Cx(t), x(0) = x_0, \quad (1)$$

где  $x(t) \in R^n$  — вектор состояния системы,  $x_0 \in R^n$  — вектор начальных условий,  $u(t) \in R$  — входной сигнал,  $y(t) \in R$  — выходной сигнал,  $f(t) \in R$  — экзогенное возмущающее воздействие,  $A \in R^{n \times n}$  — матрица состояния,  $B \in R^n$  — вектор входа по управлению,  $D \in R^n$  — вектор входа по возмущающему воздействию,  $C = [1, 0, \dots, 0] \in R^n$  — вектор выхода.

Зададим эталонную модель функционирования системы, выход которой будет определять желаемый уровень выходного сигнала объекта (1):

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r r(t), y_r(t) = C x_r(t), x_r(0) = x_{0r}, \quad (2)$$

где  $x_r(t) \in R^n$  — вектор состояния эталонной системы;  $x_{0r}$  — вектор начальных условий эталонной системы;  $r(t) \in R$  — задающее воздействие,  $y_r(t) \in R$  — выходной сигнал эталонной системы;  $A_r \in R^{n \times n}$  — матрица состояния, отвечающая критерию Гурвица;  $B_r \in R^n$  — вектор входа эталонной модели по управлению.

Задачу управления определим следующим условием:

$$|y(t) - y_r(t)| < \delta \text{ при } t > T, \quad (3)$$

где  $\delta > 0$  — требуемая точность регулирования в установившемся режиме;  $T > 0$  — время, по истечении которого с начала работы системы должно выполняться условие (3).

Сформулированная задача решается при условии выполнения ряда предположений.

**Предположение 1.** Пара матриц  $(A, B)$  управляема и пара матриц  $(B, C)$  наблюдаема.

**Предположение 2.** Значения элементов матрицы  $A$ , векторов  $B, D$  и  $x_0$  неизвестны, но принадлежат известному ограниченному множеству  $\Xi$ .

**Предположение 3.** Выполняются следующие условия структурного согласования:  $A = A_r + B_r c^T$ ,  $B = B_r + B_r k_1$ ,  $D = B_r k_2$ , где  $c \in R^n$ ,  $k_1 \in R$ ,  $k_2 \in R$  — неопределенные вектор и числа.

**Предположение 4.** Задающее и возмущающее воздействия должны быть ограниченными функциями:  $|r(t)| \leq \bar{r}$ ,  $|f(t)| \leq \bar{f}$ .

**Предположение 5.** Модель объекта управления (1) должна быть минимально фазовой.

**Предположение 6.** Доступен измерению только выходной сигнал  $y(t)$  объекта управления (1).

**Алгоритм компенсации возмущений.** Параметризуем модель системы (1), используя предположение 3:

$$\dot{x}(t) = A_r x(t) + B_r u(t) + B_r (c^T x(t) + k_1 u(t) + k_2 f(t)), y(t) = C x(t), x(0) = x_0. \quad (4)$$

Уравнение динамики ошибки слежения  $e(t) = y(t) - y_r(t)$  с учетом выражений (4) и (2) имеет вид

$$e(t) = C\varepsilon(t), \quad \dot{\varepsilon}(t) = A_r\varepsilon(t) + B_ru(t) + B_r\varphi(t), \quad (5)$$

где  $\varphi(t) = c^T x(t) + k_1 u(t) + k_2 f(t) - r(t)$ ,  $\varphi(t) \in R$  — функция, отражающая влияние возмущающих воздействий и неопределенностей на функционирование системы.

Для обеспечения цели управления (3) необходимо компенсировать это влияние, для чего воспользуемся методом, предложенным в работе [12] для оценки сигнала  $\varphi(t)$ . В соответствии с данным методом в систему вводится вспомогательный контур

$$\dot{\varepsilon}_a = A_r\varepsilon_a + B_ru(t), \quad e_a(t) = C\varepsilon_a(t), \quad \varepsilon_a(0) = \varepsilon_{a0}, \quad (6)$$

отражающий эталонную динамику объекта управления, рассогласование  $\zeta(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_a(t)$  которой с динамикой реального объекта, исходя из выражений (5) и (6), можно описать уравнением

$$\dot{\zeta}(t) = A_r\zeta(t) + B_r\varphi(t), \quad z(t) = C\zeta(t). \quad (7)$$

Преобразуем выражение (7) к модели в форме „вход—выход“:

$$Q_r(p)z(t) = R_r(p)\varphi(t), \quad (8)$$

где  $p = d/dt$  — оператор дифференцирования,  $Q_r(p)$  и  $R_r(p)$  — нормированные линейные операторы порядков  $n$  и  $m$  соответственно, причем относительный порядок  $l = n - m \geq 0$ .

Используя модель (8), можно сигнал неизмеряемых возмущений  $\varphi(t)$  выразить через измеряемый сигнал  $z(t)$ :

$$\varphi(t) = \frac{Q_r(p)}{R_r(p)} z(t) = F(p)z(t). \quad (9)$$

Оператор  $F(p)$  является полиномом порядка  $l$ , и, при том что сам сигнал  $z(t)$  доступен измерению, его производные, которые содержатся в (9) в случае если  $l > 0$ , напрямую рассчитать невозможно в силу предположения 6. Для их вычисления воспользуемся наблюдателем Халила [14]:

$$\dot{\xi}(t) = G_0\xi(t) + D_0(\hat{z}(t) - z(t)), \quad \hat{z} = L\xi(t), \quad \xi_i(0) = 0, \quad (10)$$

где  $\hat{z}(t)$  — оценка сигнала  $z(t)$ ;  $\xi(t) \in R^l$ ;  $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{l-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $I$  — единичная матрица;

$L = [1, 0, \dots, 0] \in R^{1 \times l}$  — вектор выхода наблюдателя;  $D_0 = -[d_1\mu^{-1}, d_2\mu^{-2}, \dots, d_l\mu^{-l}]^T$  — вектор входа, где числа  $d_j$ ,  $j = \overline{1, l}$ , выбираются так, чтобы матрица  $G = G_0 - [d_1, d_2, \dots, d_l]^T L$  была гурвицевой;  $\mu > 0$  — малое число.

С учетом выражения (10) подставим (9) в (5) и выразим ошибку следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_r\varepsilon(t) + B_r[u(t) + F(p)\hat{z}(t) + \{F(p)z(t) - F(p)\hat{z}(t)\}], \quad e(t) = C\varepsilon(t). \quad (11)$$

Для уменьшения ошибки слежения  $\varepsilon(t)$  необходимо ввести сигнал управления  $u(t)$ , компенсирующий оцененное возмущение  $F(p)\hat{z}(t)$  и разность  $F(p)z(t) - F(p)\hat{z}(t)$ . Данную задачу будем решать с помощью адаптивного управления, которое, согласно [1], позволяет достичь более высокой точности слежения в установившемся режиме. Таким образом, введем закон управления следующего вида:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t), \\ u_1(t) &= -F(p)\hat{z}(t), \\ u_2(t) &= -\kappa(t) \operatorname{th}\left(\alpha B_r^T P C^T e(t)\right), \end{aligned} \tag{12}$$

где  $u_2(t)$  содержит гиперболический тангенс, являющийся гладкой аппроксимацией функции знака благодаря достаточно большому числу  $\alpha > 0$ ; матрица  $P = P^T > 0$  вычисляется как решение уравнения

$$A_r^T P + P A_r = -Q, \quad Q = Q^T > 0, \tag{13}$$

а алгоритм адаптации задается в виде

$$\dot{\kappa}(t) = -\beta \kappa(t) + \gamma e^2(t), \tag{14}$$

где  $\gamma > 0, \beta > 0$ .

**Утверждение.** Если выполнены условия предположений 1—6, то существуют такие число  $\mu_0 > 0$ , коэффициенты  $\beta > 0, \gamma > 0$  и матрицы  $B_r$  и  $P = P^T > 0$ , что при  $\mu < \mu_0$  система управления, алгоритм которой описывается уравнениями вспомогательного контура (6), наблюдателя (10), закона управления (12) и алгоритма адаптации (14), обеспечивает для объекта управления (1) выполнение условия (3).

Доказательство утверждения аналогично доказательству, приведенному в работе [15].

**Пример.** Эффективность работы предлагаемой системы управления продемонстрируем с помощью компьютерного моделирования в среде Simulink/MatLab.

Рассмотрим модель системы, заданную уравнением

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_0 & a_1 & a_2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} f(t), \quad y(t) = [1 \ 0 \ 0] x(t), \\ x(0) &= x_0 = [x_{00}, \ x_{01}, \ x_{02}]^T. \end{aligned}$$

Класс неопределенности  $\Xi$  зададим неравенствами  $-30 \leq a_i \leq 30, 1 \leq b \leq 5, -1 \leq d \leq 1, -1 \leq x_{0i} \leq 1, i = 0, 1, 2$ , а ограничения на внешнее возмущение и задающий сигнал определим как  $|f(t)| \leq 1000$  и  $|r(t)| \leq 1$ .

Согласно разработанному алгоритму управления зададим:

— вспомогательный контур

$$\dot{x}_r(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} x_r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t), \quad r(t) = \sin t, \quad x_r(0) = 0;$$

— наблюдатель при  $\mu = 0,005$

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t) - 600(\xi_1(t) - z(t)), \quad \dot{\xi}_2(t) = \xi_3(t) - 1,2 \cdot 10^5 (\xi_1(t) - z(t)), \\ \dot{\xi}_3(t) &= -8 \cdot 10^6 (\xi_1(t) - z(t)), \quad \xi_1(t) = \xi_2(t) = \xi_3(t) = 0; \end{aligned}$$

— закон управления при  $\alpha = 100$  и  $Q = I_3$

$$u(t) = -\dot{\xi}_3(t) - 3\xi_3(t) - 3\xi_2(t) - \xi_1(t) - \kappa(t) \operatorname{th}(100 \cdot 0,5e(t));$$

— и алгоритм адаптации при  $\beta = 10^{-2}$  и  $\gamma = 10$

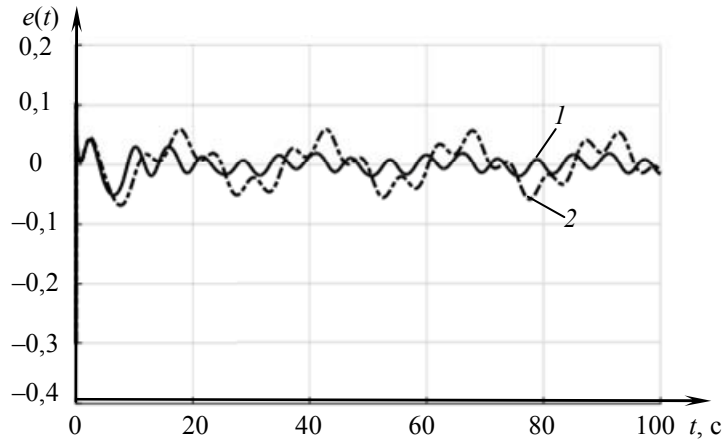
$$\dot{\kappa}(t) = -10^{-2} \kappa(t) + 10e^2(t).$$

Примем следующие численные значения параметров объекта управления:

$$a_0 = 19,44, a_1 = -18,74, a_2 = 18,86, b = 1,97, d = 0,86, f(t) = 149,3 \sin 0,26t,$$

$$x_0 = [-0,3, -0,6, -0,5]^T.$$

На рисунке представлены результаты моделирования переходных процессов по ошибкам слежения разработанного алгоритма (кривая 1) и алгоритма, приведенного в работе [12] (кривая 2).



Анализ результатов показал, что предложенная робастная адаптивная система управления обеспечивает условие  $|y(t) - y_r(t)| < 0,02$  при  $t > 17$  с, тогда как исходный робастный алгоритм гарантирует только  $|y(t) - y_r(t)| < 0,06$  при  $t > 8,5$  с.

Точность работы алгоритма управления можно повысить путем уменьшения параметра  $\mu$  наблюдателя (10) в робастном контуре или за счет уменьшения параметра  $\beta$  и увеличения параметра  $\gamma$  алгоритма (14) в адаптивном контуре. Следует при этом учесть, что система управления сохраняет устойчивость, если скорость процессов в контуре робастного управления, обеспечивающего компенсацию возмущений, превосходит скорость процессов в контуре адаптивного управления и скорость изменения управляемой величины. В силу этого существует определенный предел изменения указанных параметров, после которого вместо повышения точности слежения процесс расходится.

Кроме того, необходимо принять во внимание, что при практическом применении алгоритма в канале управления существует вероятность насыщения сигнала, и тогда нельзя дать гарантии устойчивости системы, за исключением случая, когда сам объект управления является устойчивым. По сравнению с основным робастным управлением вспомогательное адаптивное управление, обеспечивающее уменьшение ошибки оценки наблюдателя, вносит значительно меньший вклад в амплитуду сигнала управления, поэтому при известных интервалах неопределенности и допустимой амплитуде управления может быть использована, с некоторым приближением, та же оценка условия работоспособности алгоритма, что предложена для робастного алгоритма в работе [15].

**Заключение.** Предложен робастный адаптивный алгоритм управления по выходной переменной. Преимуществом разработанного алгоритма по сравнению с прототипом [12] является более высокая точность работы системы управления в установившемся режиме, что демонстрируют результаты компьютерного моделирования для численного примера с параметрами, произвольно выбранными из заданного класса неопределенности.

Данные, представленные в разделе „Алгоритм компенсации возмущений“, получены при поддержке гранта Президента Российской Федерации (договор № 14.W01.16.6325-МД (МД-6325.2016.8)); утверждение сформулировано в ИПМаш РАН при поддержке РНФ (грант № 14-29-00142); остальные результаты получены при государственной финансовой поддержке

ке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), а также поддержке Минобрнауки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gutman P.* Robust and adaptive control — Fidelity or a free relationship // *Lecture Notes in Control and Information Sciences. Perspectives in Robust Control.* 2001. Vol. 268. P. 85—101.
2. *Wen C., Zhou J., Liu Z., Su H.* Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance // *IEEE Transact. on Automatic Control.* 2011. Vol. 56, N 7. P. 1672—1678.
3. *Jasim I. F.* Improved observer-based robust adaptive control for a class of nonlinear systems with unknown deadzone // *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, P. I — Journal of Systems and Control Engineering.* 2013. Vol. 227, N 12. P. 184—197.
4. *Yang J. Y., Jia Y. M.* Neural network-based adaptive robust control for a class uncertain systems with measurement noise // *TENCON '02: Proc. IEEE Region 10 Techn. Conf. on Computers, Communications, Control and Power Engineering.* 2002. Vol. 3. P. 1475—1478.
5. *Sun W. W., Peng L. H.* Robust adaptive control of uncertain stochastic Hamiltonian systems with time varying delay // *Asian Journal of Control.* 2016. Vol. 18, N 2. P. 642—651.
6. *Cunha C. D., Araujo A. D., Barbalho D. S., Mota F. C.* A dual-mode adaptive robust controller applied to the speed control of a three-phase induction motor // *Asian Journal of Control.* 2005. Vol. 7, N 2. P. 197—201.
7. *Yao J. Y., Jiao Z. X., Ma D. W.* Adaptive robust control of DC motors with extended state observer // *IEEE Transact. in Industrial Electronics.* 2014. Vol. 61, N 7. P. 3630—3637.
8. *Wan Y., Zhao J., Dimirovski G. M.* Robust adaptive control for a single-machine infinite bus power system with a SVC // *Control Engineering Practice.* 2014. Vol. 30, SI. P. 132—139.
9. *Sun W. C., Zhao Z. L.* Saturated adaptive robust control for active suspension system // *IEEE Transact. in Industrial Electronics.* 2013. Vol. 60, N 9. P. 3889—3896.
10. *Chen M., Ge S. S., How B. V. E., Choo Y. S.* Robust adaptive position mooring control for marine vessels // *IEEE Transact. on Control System Technologies.* 2013. Vol. 21, N 2. P. 395—409.
11. *Sun W. C., Zhao Z. L.* Robust adaptive control for spacecraft cooperative rendezvous and docking // *Proc. of the 52nd IEEE Conf. on Decision and Control.* 2013. P. 5516—5521.
12. *Цыкунов А. М.* Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // *Автоматика и телемеханика.* 2007. № 7. С. 103—115.
13. *Емельянов С. В., Коровин С. К.* Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.
14. *Atassi A. N., Khalil H. K.* A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // *IEEE Transact. on Automatic Control.* 1999. Vol. 44, N 9. P. 1672—1687.
15. *Furtat I. B., Chugina J. V.* Synchronization of dynamic network subjected to control input saturation // *IFAC Proc. Volumes (IFAC-PapersOnline).* 2015. Vol. 48, N 11. P. 527—533.

## Сведения об авторах

- Юлия Владимировна Чугина** — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; ИПМаш РАН, лаборатория управления сложными системами, стажер-исследователь; E-mail: chugina.yulya@mail.ru
- Игорь Борисович Фуртат** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра управления сложными системами, профессор; ИПМаш РАН, лаборатория управления сложными системами, ведущий научный сотрудник; E-mail: cainenash@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
систем управления и информатики

Поступила в редакцию  
09.09.16 г.

**Ссылка для цитирования:** Чугина Ю. В., Фуртат И. Б. Нелинейный алгоритм компенсации ограниченных возмущающих воздействий // *Изв. вузов. Приборостроение.* 2017. Т. 60, № 3. С. 204—210.

**NONLINEAR ALGORITHM FOR COMPENSATION OF BOUNDED DISTURBANCES****Yu. V. Chugina, I. B. Furtat***ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia  
E-mail: cainenash@mail.ru**Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,  
199178, St. Petersburg, Russia*

The problem of control over a dynamic object under the influence of bounded disturbances is considered. An automatic control algorithm is developed; the algorithm is reported to provide a stable systems performance and desired level of output variables under the assumption that complete measurement of the state vectors is not available. The work is based on the known auxiliary loop method for compensation of the disturbances in linear systems or systems with Lipschitz nonlinearities. The special feature of the developed algorithm consists in introduction of an additional loop into the control system to allow evaluating the effect of unmeasured disturbances and parametric uncertainties in the functioning of the object under control. The robust method of auxiliary loop is proposed to augment with an adaptive control law of variable structure, which allows to provide a high accuracy of the system in the steady state compared to the original algorithm. Results of computer simulations illustrating the performance of the proposed control scheme are presented.

**Keywords:** robust adaptive control, auxiliary loop, tracking system, linear plant, bounded disturbances, parametric uncertainty

**Data on authors**

- Yulia V. Chugina** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; IPME RAS, Laboratory "Control of Complex Systems", Research Intern; E-mail: chugina.yulya@mail.ru
- Igor B. Furtat** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Complex Systems Control; IPME RAS, Laboratory "Control of Complex Systems", Leading Researcher; E-mail: cainenash@mail.ru

**For citation:** *Chugina Yu. V., Furtat I. B. Nonlinear algorithm for compensation of bounded disturbances // Journal of Instrument Engineering. 2017. Vol. 60, N 3. P. 204—210 (in Russian).*

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-3-204-210