УДК 517.589; 537.86 DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-8-712-720

## ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ВЕЙВЛЕТОВ ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

## А. Ю. ГРИШЕНЦЕВ<sup>1,2</sup>, А. Г. КОРОБЕЙНИКОВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия E-mail: grishentcev@ya.ru

<sup>2</sup>ФГБНУ "Агрофизический научно-исследовательский институт", 159220, Санкт-Петербург, Россия

Выполнен анализ синтеза сигналов с применением семейства b-сплайнвейвлетов и вейвлетов Морли на основе комплекснозначных матриц с особой формой автокорреляционной функции. Исследованы границы применимости метода синтеза широкополосных сигналов с применением вейвлет-функций. Сформулированы условия выбора вейвлетов, пригодных для синтеза широкополосных сигналов на основе комплекснозначных матриц. Произведен статистический отбор вейвлетов, на основе которых сигналы обеспечивают наилучшую форму автокорреляционной функции. Сформулированы критерии и параметры формирования вейвлетов для синтеза широкополосных сигналов. Доказаны возможность применения семейства b-сплайн и вейвлетов Морли при необходимости эффективного контроля спектра широкополосного сигнала и нецелесообразность применения вейвлетов, из-за существенной неравномерности распределения энергии сигнала, для синтеза пошдумовых широкополосных сигналов при неизменном используемом ресурсе частота-время.

**Ключевые слова:** радиосвязь, радиолокация, синтез широкополосных сигналов, радиостеганография, вейвлет функции

В настоящей работе исследован синтез широкополосных сигналов с применением вейвлетов на основе матриц с комплексными значениями элементов и особой формой автокорреляционной функции (АКФ). Класс матриц с комплексными значениями элементов и особой формой АКФ для применения в задачах и методах широкополосной радиосвязи был впервые рассмотрен в работах [1—3]. Такой класс матриц применяется для синтеза широкополосных сигналов, подобно матрицам Адамара, кодам Баркера, последовательности Лежандра, Голда, Касами, Камалетдинова и др. Центральный элемент АКФ таких матриц значительно больше боковых лепестков.

Для синтеза сигналов на основе комплекснозначных матриц из классов  $MC_9$ ,  $MC_8$ ,  $MC_5$  и  $MC_4$  в работах [1, 4] предложено использовать гармонические функции таким образом, чтобы результурующий элемент сигнального алфавита имел вид:

$$s(t) = \sum_{y=0}^{Y-1} \left[ \operatorname{Re}\left[ M[y][\left\lfloor \frac{Xt}{T} \right\rfloor] \right] \operatorname{cos}\left( \frac{2\pi f_0(y+1)t + \left\lfloor \frac{Xt}{T} \right\rfloor T}{X} \right) + \right] + j \cdot \operatorname{Im}\left[ M[y][\left\lfloor \frac{Xt}{T} \right\rfloor] \right] \operatorname{sin}\left( \frac{2\pi f_0(y+1)t + \left\lfloor \frac{Xt}{T} \right\rfloor T}{X} \right) \right],$$
(1)

где  $f_0$  — опорная частота; Re[...] и Im[...] — операторы взятия вещественной и мнимой части соответственно; индексы матрицы **M** принимают значения y = 0, ..., Y - 1 и x = 0, ..., X - 1; T — период синтезируемого сигнала s(t);  $\left\lfloor \frac{Xt}{T} \right\rfloor$  — взятие целой части от деления  $\frac{Xt}{T}$ , с округлением в меньшую сторону; значения T и  $f_0$  выбираются таким образом, чтобы каждому элементу **M** соответствовало целое число периодов гармонических функций  $\frac{2\pi f_0 T}{V} \mod(2\pi) = 0$ .

При использовании гармонических функций [5] в точках сшивки элементов из соседних столбцов матрицы возможны разрывы сигнальных функций [1], например, при переходе от нулевого уровня сигнала к сигналу, вычисленному с помощью функции cos(...) с нулевой начальной фазой. Возникновение разрывов приводит к существенному расширению спектра сигналов, что имеет следующие отрицательные стороны:

1) появление высокочастотного "звона" в сигнале и соответственно в радиоэфире;

 в случае фильтрации и отсечения "звенящих" гармонических составляющих, в том числе в приемных и передающих трактах узлов связи [6], сигнальные функции в области разрывов сглаживаются, что приводит к искажению формы сигналов и снижению вероятности правильного распознавания в трактах приемного устройства;

3) для повышения качества сигналов в окрестности точек разрыва необходимо, в соответствии с теоремой Котельникова, увеличивать число отсчетов дискретизации, следовательно, использовать относительно большие вычислительные мощности [7, 8]: большие объемы оперативной памяти, процессоры с более высокими скоростями обработки данных, повышать скорость цифроаналоговых преобразований.

Таким образом, возникает задача разработки методов синтеза сигналов на основе гладких комплекснозначных вейвлетов.

Для задач синтеза сигналов интерес представляют вейвлеты [9—11]:

1) позволяющие получить ансамбли комплексных ортогональных функций (для возможности использовать свойства матриц с особой формой АКФ);

2) имеющие ограниченный частотный спектр, что возможно только для вейвлетов глад-кой формой без разрывов;

3) достаточно быстро затухающие по краям (для возможности синтезировать компактные сигнальные сообщения);

4) имеющие интегральную сумму, стремящуюся к нулю (т.е. постоянная составляющая практически отсутствует);

5) позволяющие получить сигналы с минимальными значениями боковых лепестков АКФ.

Используя приведенный перечень критериев, произведем сравнительный анализ вейвлетов, наиболее подходящих для синтеза широкополосных сигналов на основе комплекснозначных матриц с особой формой автокорреляционной функции.

Из используемых в радиосвязи [12—14] вейвлет-функций, удовлетворяющих первому критерию, произведем отбор по признаку наилучшей для распознавания формы АКФ (на рис. 1 обозначено *acf*(*n*)). Проанализируем сигналы, синтезированные на основе 4096 выбранных случайным образом матриц из 14 336 матриц, образующих класс MC<sub>9</sub> [1], размером 2×4 (рис. 1). Сравнивались следующие вейвлеты, образованные комплекснозначными функциями: b-сплайн-вейвлет, bCB (рис. 1, *a*, *e*); вейвлет Морли, BM (рис. 1, *б*, *ж*); вейвлет, полученный дифференцированием функции Гаусса (рис. 1, *в*, *з*); вейвлет, полученный в результате произведения гармонических функций на функцию  $\cos(x)$ , где  $x \in [-\pi/2, \pi/2]$  (рис. 1, *г*, *u*); сигнал, синтезированный с помощью выражения (1), CSC (рис. 1, *д*, *к*). А. Ю. Гришенцев, А. Г. Коробейников



Визуальный сравнительный анализ позволяет сделать вывод о существенных преимуществах критерию 5 bCB (рис. 1, a), которому несколько уступает BM (рис. 1,  $\delta$ ). Следует отметить, что также производился анализ для отдельных матриц, результаты соответствуют закономерности, выявленной при анализе группы матриц. Как было показано в работе [2], мнимая составляющая в центре АКФ отсутствует вследствие комплексного сопряжения при вычислении АКФ, а боковые лепестки мнимой части АКФ, возможно отфильтровать во временной области. Мнимая часть АКФ на порядок меньше, чем вещественная. Это является следствием малой корреляции между мнимыми и вещественными составляющими синтезированных сигналов, тот же вывод возможно сделать о значениях вещественной составляющей АКФ, удаленных от центральной части. Существенным преимуществом сигнала, синтезированного на основе bCB, является единственный ярковыраженный центральный пик АКФ (рис. 1, *a*). Дело в том, что при наличии нескольких пиков, особенно различной полярности, распознавание может быть затруднено, кроме того если в системе передатчик-приемник используется адаптивная синхронизация, наличие нескольких пиковых значений может привести к ошибкам синхронизации. Несколько шире полоса заметных возмущений вблизи основного пика у ВМ (рис. 1, б). Таким образом, для дальнейшего анализа возможно оставить bCB и BM.

Семейство нормированных [10, 15, 16] комплекснозначных bCB описывается уравнением

$$\varphi_{\rm bCB}(t) = \sqrt{\frac{f_b}{\pi}} {\rm sinc}^{\mathcal{Q}} \left(\frac{f_b t}{\mathcal{Q}}\right) e^{j2\pi f_c t}, \qquad (2)$$

где  $f_b$  определяет частотную полосу bCB;  $f_c$  — центральная частота bCB (в Гц); Q — параметр, определяющий скорость затухания sinc-функции (Q = 1, 2, 3, ...). Энергия нормированной функции bCB может быть вычислена с помощью выражения:

$$E_{\rm bCB} = \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_{\rm bCB}(t)|^2 dt = 1, Q = 1.$$

В частотной области bCB достаточно легко вычислим аналитически, через преобразование Фурье, так, при Q = 1:

$$\Gamma_{bCB}(j\omega) = F\{\varphi_{bCB}(t)\} = \sqrt{\frac{f_b}{\pi}} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{sinc}(f_b t) e^{j2\pi f_c t}\right) e^{-j\omega t} dt =$$
$$= \frac{\operatorname{sign}(f_b + 2f_c \pi - \omega) + \operatorname{sign}(f_b - 2f_c \pi + \omega)}{2\sqrt{2f_b}},$$

где sign(x) =  $\frac{x}{|x|} \in \{-1,1\}$  — функция знака. Идеальная локализация спектра обусловлена нали-

чием sinc-функции [17] в уравнении bCB: как известно, sinc-функция является импульсной характеристикой идеального низкочастотного фильтра.

Для практического синтеза сигналов bCB берутся из ограниченного промежутка  $t \in [a, b]$ (где  $a,b \in \mathbb{R}$  и a < b), что усиливает неортогональность [17] комплексных компонентов bCB и неидеальность спектра bCB. На величину интервала [a, b] влияют параметры  $f_b$  и Q, определяющие характер и скорость затухания bCB при удалении от центра, т.е. составляющая  $\operatorname{sinc}^{Q}\left(\frac{f_{b}t}{O}\right)$  уравнения (2). Учитывая симметрию относительно оси ординат (четность bCB),

возможно определить условия выбора конечного интервала  $t \in [-0.5T_{bCB}, 0.5T_{bCB}]$ :

$$(\forall |t| \ge 0, 5T_{bCB}) \left| \operatorname{sinc} \left( \frac{f_b t}{Q} \right) \right| \le c_{bCB},$$

где с<sub>bCB</sub> — условный параметр выбора *t* ∈ [-0,5*T*<sub>bCB</sub>, 0,5*T*<sub>bCB</sub>], ограничивающий максимально возможные значения функций (2) вне интервала  $t \in [-0.5T_{bCB}, 0.5T_{bCB}]$ . Так, при допустимом значении  $c_{bCB} \leq \sim 0,1$  получим  $\sim 2,85 \leq 0,5T_{bCB} \leq \pi$ . Если использовать допустимую неравномерность распределения энергии сигнала по периоду вейвлета, получим следующее выражение:

$$(\forall |t| \ge 0, 5T_{bCB}) \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{f_b t}{Q}\right) \le e_{bCB},$$

где *е*<sub>bCB</sub> — условный параметр выбора интервала bCB. При *е*<sub>bCB</sub> ≤ ~ 0,1 получим  $\sim 2,32 \le 0,5T_{bCB} \le \pi$ , при этом пороговое значение будет  $c_{bCB} \le \sim 0,32$ .

Спектр сигналов в интервале  $t \in [-0,5T_{bCB}, 0,5T_{bCB}]$ , существенно отличен от спектра в интервале  $t \in [-\infty, \infty]$ , его возможно вычислить как:

$$\begin{split} &\sqrt{\frac{f_b}{\pi}} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-0.5T_{bCB}}^{0.5T_{bCB}} \operatorname{sinc}(f_b t) e^{jt(2\pi f_c - \omega)} dt = \\ &= \frac{1}{\pi\sqrt{2f_b}} \begin{pmatrix} 0.5T_{bCB}(f_b + 2f_c \pi - \omega) & 0.5T_{bCB}(f_b - 2f_c \pi + \omega) \\ \int & 0 & \operatorname{sinc}(t) dt + \int & 0 \\ 0 & & 0 & \operatorname{sinc}(t) dt \end{pmatrix}. \end{split}$$

Далее выполним анализ комплексного ВМ. ВМ является результатом модуляции функцией гауссова распределения гармонических сигналов [18]. Уравнение семейства нормированных комплекснозначных ВМ имеет вид:

$$\varphi_{\rm BM}(t) = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi f_b}} e^{j2\pi f_c t - \frac{t^2}{f_b}}, \qquad (3)$$

где f<sub>b</sub> — частотная полоса ВМ в Гц; f<sub>c</sub> — центральная частота ВМ (в Гц). Энергия нормированной функции ВМ может быть вычислена с помощью выражения:

$$E_{\rm BM} = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \varphi_{\rm BM}(t) \right|^2 dt = 1.$$

В частотной области ВМ имеет форму функции плотности распределения Гаусса, при этом преобразование Фурье для ВМ легко вычислимо аналитически:

$$\Gamma_{\rm BM}(j\omega) = F\{\varphi_{\rm BM}(t)\} = 4 \sqrt{\frac{2}{\pi f_b}} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{j2\pi f_c t - \frac{t^2}{f_b}} \right) e^{-j\omega t} dt = 4 \sqrt{\frac{f_b}{2\pi}} e^{-\frac{1}{4}f_b(\omega - 2\pi f_c)^2}$$

ВМ, так же как и bCB, при синтезе сигналов используется из ограниченного промежутка  $t \in [a, b]$  (где  $a, b \in \mathbb{R}$  и a < b), но не из  $t \in [-\infty, \infty]$ , что усиливает неортогональность [19] комплексных компонентов ВМ и вызывает существенное отличие частотной характеристики от характеристики ВМ на интервале  $t \in [-\infty, \infty]$ . На выбор интервала [a, b] влияет параметр  $f_b$ , определяющий характер и скорость затухания ВМ при удалении от центра, т.е. составляющая вещественной экспоненты  $e^{-\frac{t^2}{f_b}}$  уравнения (3). Учитывая симметрию  $e^{-\frac{t^2}{f_b}}$  относительно оси орди-

ственной экспоненты  $e^{f_b}$  уравнения (3). Учитывая симметрию  $e^{f_b}$  относительно оси ординат (четность функции BM), интервал  $t \in [a, b]$ , возможно определить как  $t \in [-0.5T_{BM}, 0.5T_{BM}]$  и записать условия, ограничивающие максимально возможные значения функций (3) вне интервала  $t \in [-0.5T_{BM}, 0.5T_{BM}]$ :

$$(\forall |t| \ge 0, 5T_{\text{BM}})e^{-\frac{t^2}{f_b}} \le c_{\text{BM}}$$

где  $c_{BM}$  — условный параметр выбора  $t \in [-0,5T_{BM}, 0,5T_{BM}]$ . Для ограничения неравномерности распределения энергии возможно записать:

$$(\forall |t| \ge 0, 5T_{\text{BM}})e^{-\frac{2t^2}{f_b}} \le e_{\text{BM}}$$

где  $e_{\rm BM}$  — условный параметр выбора интервала ВМ. Полагая значение параметра  $f_b = 1$ , задав допустимое отношение амплитуд  $c_{\rm BM} \le 0,1$  и решив неравенство, получим  $0,5T_{\rm BM} \ge \sim 1,52$ , при этом  $e_{\rm BM} \le 0,01$ . Спектр ВМ в ограниченном интервале  $t \in [-0,5T_{\rm BM}, 0,5T_{\rm BM}]$  возможно вычислить как:

$$\begin{split} & \sqrt[4]{\frac{2}{\pi f_b}} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-0.5T_{\rm BM}}^{0.5T_{\rm BM}} \left( e^{j2\pi f_c t - \frac{t^2}{f_b}} \right) e^{-j\omega t} dt = \\ & = j \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{f_b}{2\pi}} e^{-\frac{1}{4} f_b (\omega - 2\pi f_c)^2} \left( \frac{\frac{2f_b f_c \pi - j2T_{\rm BM} - f_b \omega}{2\sqrt{f_b}}}{\int_{0}^{2\sqrt{f_b}} e^{-t} dt - \int_{0}^{2\sqrt{f_b}} e^{-t} dt} \right). \end{split}$$

Для получения выражения синтеза широкополосных сигналов [19] с применением вейвлетов на основе матриц с комплексными значениями элементов и особой формой АКФ необходимо определить вейвлет-функцию  $\varphi(t, f_c(y))$  от t — времени и  $f_c(y)$  — центральной частоты. Далее по аналогии с выражением (1) запишем уравнение синтеза сигналов:

$$s(t) = \sum_{y=0}^{Y-1} \left[ \operatorname{Re}\left[ M[y][\left\lfloor \frac{t}{T_{\mathrm{B}}} \right\rfloor] \right] \operatorname{Re}\left[ \varphi\left( f_{c}(y+1)(t-\frac{T_{\mathrm{B}}(1-2x)}{2}), f_{c}(y) \right) \right] + j \cdot \operatorname{Im}\left[ M[y][\left\lfloor \frac{t}{T_{\mathrm{B}}} \right\rfloor] \right] \operatorname{Im}\left[ \varphi\left( f_{c}(y+1)(t-\frac{T_{\mathrm{B}}(1-2x)}{2}), f_{c}(y) \right) \right] \right]$$

где  $\left\lfloor \frac{t}{T_{\rm B}} \right\rfloor$  — оператор взятия целой части от деления  $\frac{t}{T_{\rm B}}$  с округлением в меньшую сторону;

полную длительность сигнала s(t) возможно определить как  $T = XT_B$ , где X — число столбцов матрицы **M**;  $[-0.5T_B, 0.5T_B]$  — используемый интервал вейвлет-функции.

В качестве примера (рис. 2) рассмотрим синтез [20] цифровых сигналов виде при помощи вейвлет-функций.



Сигнал  $s_{bCB}(n)$  (рис. 2, *a*) получен на основе bCB при  $0.5T_{bCB} = 2.85$ ,  $f_b = 1$ , Q = 1;  $E_{bCB}(n)$  — усредненный по десяти отсчетам квадрат  $[s_{bCB}(n)]^2$ , этот параметр возможно интерпретировать как усредненную плотность распределения энергии по *n*;  $\ln(|S_{bCB}(n)|) = = \ln(|F\{s_{bCB}(n)\}|)$  — натуральный логарифм модуля быстрого преобразования Фурье сигнала  $s_{bCB}(n)$ . Аналогичные графики построены для сигналов, синтезированных на основе BM при  $0.5T_{BM} = 1.517$  и  $f_b = 1$  (рис. 2,  $\delta$ ) и CSC (рис. 2, *в*). Использована синтезирующая (2×4)-матрица из класса MC<sub>9</sub>:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & -j & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Анализ рис. 2 позволяет сделать следующие выводы: при применении вейвлетов (рис. 2, a,  $\delta$ ) высокочастотные составляющие сигналов снижаются в 3—5 раз при большей выраженности низкочастотных составляющих, по сравнению с сигналами, синтезированными

с помощью гармонических функций (рис. 2, *в*). Применение вейвлет-функций приводит к достаточно неравномерному распределению энергии, что не способствует скрытой передаче широкополосных сообщений, если скрытность основана на распределении энергии сигнала в пространстве частота-время. Наилучший характер распределения энергии позволяет получить сигнал, синтезированный с помощью гармонических функций (рис. 2, строка *в*).

Анализ b-сплайн-вейвлета; вейвлета Морли; вейвлетов, полученных дифференцированием функции Гаусса; вейвлета, полученного в результате произведения гармонических функций на функцию  $\cos(x)$ , где  $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ ; сигнала, синтезированного с помощью гармонических функций, показал, что наилучшую форму АКФ обеспечивают b-сплайн-вейвлет и вейвлет Морли. Наиболее равномерное распределение энергии обеспечивает сигнал, синтезированный с помощью гармонических функций. Из анализа спектра сигналов, синтезированных с помощью b-сплайн-вейвлетов и вейвлетов Морли, возможно сделать вывод о возможности эффективно контролировать спектр сигналов за счет периода вейвлет функций. Вейвлеты Морли обеспечивают преимущество над b-сплайн-вейвлетами (при синтезе сигналов) с точки зрения распределения энергии и наименьшего уровня высокочастотных составляющих.

Для обеспечения одинаковых пиковых отношений сигнал/шум при передаче сигналов, синтезированных с помощью вейвлетов и с помощью гармонических функций и переносящих равное количество энергии, сигналам, синтезированным при помощи вейвлетов, понадобится больший ресурс частоты-времени. Следует отметить, что существенная неравномерность распределения энергии не способствует распознаванию сигналов, скрытых в шуме радиоэфира (подшумовых сигналов). Таким образом, применение вейвлет-функций для организации скрытых подшумовых каналов радиосвязи нецелесообразно. При этом применение вейвлетов для синтеза широкополосных сигналов может быть эффективно в открытых каналах широкополосной связи, когда актуальна задача эффективного контроля полосы частот сигналов. Применение вейвлетов для синтеза широкополосных сигналов возможно в системах, в которых сокрытие факта передачи данных (стеганография) реализуется не за счет снижения уровня сигнала, а за счет других принципов, в том числе с использованием пространственного ресурса частотавремя, например, псевдослучайного закона изменения полосы частот передаваемой информации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Алгоритм поиска, некоторые свойства и применение матриц с комплексными значениями элементов для стеганографии и синтеза широкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 5 [Электронный ресурс]: <a href="http://jre.cplire.ru/jre/may16/11/text.pdf">http://jre.cplire.ru/jre/may16/11/text.pdf</a>>.
- 2. Гришенцев А. Ю. О методе разделения во времени автокорреляционных гармонических составляющих широкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 9 [Электронный ресурс]: <http://jre.cplire.ru/jre/sep16/2/text.pdf>.
- 3. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г., Величко Е. Н., Непомнящая Э. К., Розов С. В. Синтез бинарных матриц для формирования сигналов широкополосной связи // Радиотехника. 2015. № 9. С. 51—58.
- 4. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Понижение размерности пространства при корреляции и свертке цифровых сигналов // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 3. С. 211—218.
- 5. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Методы и модели цифровой обработки изображений. СПб: Изд-во Политехнического Университета, 2014. 190 с.
- 6. Гришенцев А. Ю. Моделирование распределения плотности тока в сложном неоднородном проводнике. Часть 1 // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2006. № 29. С. 87—94.
- 7. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Постановка задачи оптимизации распределенных вычислительных систем // Программные системы и вычислительные методы. 2013. № 4. С. 370—375.

- 8. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Проектирование и технологическая подготовка сетей станций вертикального зондирования ионосферы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 3(85). С. 61—66.
- 9. Браун В. О., Долгушин В. П., Лоза В. Н., Пампуха И. В. Исследование возможностей и характеристик методов снижения уровня шума при обработке сигналов, основанных на применении вейвлет-технологии // Журнал радиоэлектроники. 2014. № 7 [Электронный ресурс]: <a href="http://jre.cplire.ru/win/jul14/6/abstract.html">http://jre.cplire.ru/win/jul14/6/abstract.html</a>>.
- 10. Смоленицев Н. К. Вейвлет-анализ в MatLab. М.: ДМК Пресс, 2010. 448 с.
- 11. Bansai M., Sethi D. Denoising of speech and ecg signal by using wavelets. Lambert Academic Publishing, 2012. 64 p.
- 12. Голдсмит А. Беспроводные коммуникации. М.: Техносфера, 2011. 904 с.
- 13. Malhat H. Abd Ei-A., Zainud-Den S. H., Awadalla K. H. Wavelets technique for antennas. Lambert Academic Publishing, 2013. 160 p.
- 14. Дятлов А. П., Кульбикаян Б. Х. Корреляционная обработка широкополосных сигналов в автоматизированных комплексах радиомониторинга. М.: Горячая линия-Телеком, 2014. 332 с.
- 15. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press, 1999. 637 p.
- 16. *Nikookar H*. Wavelet radio adaptive and reconfigurable wireless systems based on wavelets. Cambridge University Press, 2013. 224 p.
- 17. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2009. 856 с.
- 18. Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]: < http://www.wolfram.com/>.
- 19. Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения. М.: Техносфера, 2007. 488 с.
- 20. MatLab, The MathWorks, Inc. [Электронный pecypc]: < http://www.mathworks.com>.

	Сведения об авторах
Алексей Юрьевич Гришенцев	— д-р техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра проектирова-
	ния и безопасности компьютерных систем;
	E-mail: grishentcev@ya.ru
Анатолий Григорьевич Коробейников	<ul> <li>д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра проекти- рования и безопасности компьютерных систем</li> </ul>
Рекомендована кафедрой	Поступила в редакцию
проектирования и безопасности	22.05.17 г.
компьютерных систем	

Ссылка для цитирования: Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Применение некоторых вейвлетов для генерации широкополосных сигналов // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 8. С. 712—720.

## APPLICATION OF SEVERAL WAVELETS FOR GENERATING WIDEBAND SIGNALS

A. Yu. Grishentcev<sup>1,2</sup>, A. G. Korobeinikov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia E-mail: grishentcev@ya.ru

<sup>2</sup>Agrophysical Research Institute, 159220, St. Petersburg, Russia

Signal synthesis with the use of a family of b-spline wavelets and Morley wavelets is analyzed on the base of complex-valued matrices with a special form of the autocorrelation function. The limits of applicability of the method for broadband signal synthesis using wavelet functions are Investigated. Conditions on wavelets suitable for synthesis of wideband signals based on complex-valued matrices are formulated. Statistical selection of wavelet used as the base for synthesized signals providing the best form of the autocorrelation function is carried out. Criteria and parameters of the wavelet formation for wideband signals synthesis are presented. The possibility of application of a family of b-spline wavelets and Morley wavelets is established for the case when an effective control of the spectrum of the broadband signal is required. It is shown that application of wavelets for synthesis of sub-noise wideband signals at a fixed frequency-time resource is in-appropriate due to substantial nonuniformity of the signal energy distribution.

Keywords: radio, radar, broadband signal synthesis, radio steganography, wavelet functions

Data on authors		
Alexey Yu. Grishentcev	—	Dr. Sci., Associate Professor; ITMO University, Department of Com-
-		puter System Design and Security; Agrophysical Research Institute;
		E-mail: grishentcev@ya.ru
Anatoly G. Korobeinikov	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Computer System
		Design and Security;

**For citation**: Grishentcev A. Yu., Korobeinikov A. G. Application of several wavelets for generating wideband signals. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 8. P. 712—720 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-8-712-720