УДК 512:517.962:62.50
DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-22-31

СКАЛЯРНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ВЕКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ ДИСКРЕТНОЙ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. С. Павлов, А. В. Ушаков

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.s.pavlov@email.su

На примере дискретной многоканальной системы с неопределенными параметрами рассмотрены методы формирования скалярной оценки сверху векторных процессов. Неопределенность параметров такова, что оказывается корректным использование аппарата функций параметрической чувствительности первого порядка. В качестве скаляризующей функции выбраны такие распространенные нормы, как евклидова и бесконечная. Показаны преимущества и недостатки рассмотренных методов.

Ключевые слова: *многоканальные дискретные системы, сепаратные каналы, векторные процессы, неопределенные параметры, сингулярное разложение, скалярные оценки, качество процессов*

Введение. Проектирование дискретных систем управления осуществляется в условиях неопределенности значений параметров их функциональных компонентов. В процессе аналитического синтеза таких систем используются паспортные значения параметров функциональных компонентов. При технической реализации систем в силу технологического разброса при изготовлении конкретных функциональных компонентов, а также под действием возмущающих факторов внешней среды (температура, влажность, вибрации, радиация и т.д.) параметры функциональных компонентов принимают новые значения. Таким образом, возникает проблема параметрической неопределенности. Нечувствительность основных динамических показателей системы к параметрической неопределенности называется робастностью. Паспортные значения параметров будем именовать номинальными, а отклонение реальных параметров от номинальных — параметрическим возмущением. Очевидно, системы, значения параметров которых отклонены от номинальных, справедливо называть параметрически возмущенными.

Рассматривается задача формирования скалярных оценок качества векторных процессов параметрически возмущенных многоканальных дискретных систем по выходу и ошибке. Будем полагать параметры квазистационарными, при которых выполняется условие $\dot{q}(t) \approx 0$, где $q \in R^{p\times 1}$ — вектор неопределенных параметров с номинальным значением q_0 и вариацией Δq, так что становится справедливым представление $q = q_0 + \Delta q$. Такая задача решается с использованием функций траекторной параметрической чувствительности первого порядка многоканальной дискретной системы. Агрегирование номинальных траекторий по выходу и ошибке и дополнительных движений системы, построенных с помощью функций траекторной параметрической чувствительности, позволяет конструировать верхнюю границу скалярной оценки получаемого векторного процесса на основе легко вычислимых матричных норм.

Скаляризация векторных процессов. Для формирования выражений векторных процессов в исследуемой системе следует напомнить методы скаляризации и построения оценок векторных процессов.

Будем считать, что в ходе работы получена линейная алгебраическая задача [1] вида

$$\eta = N\chi, \qquad (1)$$

где $N \in R^{n\times m}$ — критериальная матрица, $\eta \in R^{n\times 1}$ и $\chi \in R^{m\times 1}$ — выходной и преобразуемый векторы.

В качестве скаляризующей функции примем векторную норму Гельдера [2], а именно евклидову и бесконечную нормы вектора, задаваемые выражениями

$$\|\eta\|_E = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \eta_i^{\,2}}, \tag{2}$$

$$\|\eta\|_\infty = \max_{i=\overline{1,n}} |\eta_i|. \tag{3}$$

Согласованные с (2) и (3) матричные нормы, а именно евклидова и строчная нормы, задаются выражениями

$$\|N\|_E = \sqrt{\mathrm{tr}\left(NN^T\right)}, \quad \|N\|_\infty = \max_{i=\overline{1,n}} \sum_{j=1}^{m} |N_{ij}|. \tag{4}$$

Поставим задачу получения скалярной оценки вектора η. Для оценки евклидовой нормы (2) можно воспользоваться свойством сингулярного разложения [3] матрицы N, позволяющим получить оценки сверху и снизу:

$$\alpha_{\min}\{N\} \le \frac{\|\eta\|_E}{\|\chi\|_E} \le \alpha_{\max}\{N\}, \tag{5}$$

где $\alpha_{\min}\{N\}$ и $\alpha_{\max}\{N\}$ — наименьшее и наибольшее сингулярные числа матрицы N; следует отметить, что $\alpha_{\max}\{N\}$ является спектральной нормой матрицы N.

Дать оценку евклидовой норме (2) можно также на основе свойств нормы [2]:

$$\|\eta\|_E \le \|\alpha\{N\}\|_E \cdot \|\chi\|_E \Leftrightarrow \|\eta\|_E \le \|N\|_E \cdot \|\chi\|_E, \tag{6}$$

где $\alpha\{N\}$ — вектор сингулярных чисел матрицы N.

Для оценки бесконечной нормы (3) достаточно использовать свойства нормы [2]:

$$\|\eta\|_\infty \le \|N\|_\infty \cdot \|\chi\|_\infty. \tag{7}$$

Помимо вычисления оценки (7), можно воспользоваться методом подстановки 2^{m-1} ортогональных векторов максимальной длины, принадлежащих $\|\chi\|_\infty$, и далее вычислить бесконечную норму полученного вектора наибольшей длины. Данную процедуру возможно связать с сингулярным разложением матрицы N, но даже для двухмерного случая это приводит к большому числу вычислений и значительно уступает выражению (7).

Геометрическая интерпретация выражений (5)—(7) для случая фиксированной нормы входного вектора $\|\chi\|_E = \|\chi\|_\infty = \mathrm{const}$ при $n = m = 2$ представлена на рис. 1.

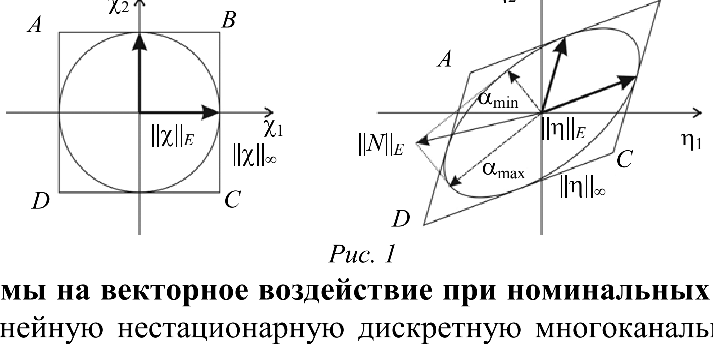

Рис. 1

Реакция системы на векторное воздействие при номинальных значениях параметров. Рассмотрим линейную нестационарную дискретную многоканальную систему с номинальными параметрами при внешнем конечномерном дискретном воздействии. Описание дискретной многоканальной системы имеет следующий вид:

$$x(k+1) = F(k)x(k) + G(k)g(k), x(0) = x(k)\big|_{k=0}; \quad y(k) = C(k)x(k), \tag{8}$$

где $F(k) \in R^{n\times n}$ — матрица состояния, $G(k) \in R^{n\times m}$ — матрица входов, $C(k) \in R^{m\times n}$ — матрица выходов, $g(k) \in R^m$ — векторное задающее воздействие, $y(k) \in R^m$ — векторный выход, $x(k) \in R^n$ — вектор состояния, k — дискретное время, выраженное числом интервалов дискретности длительностью Δt.

Задающее конечномерное экзогенное воздействие сформировано автономной дискретной системой:

$$z(k+1) = Ez(k), z(0) = z(k)\big|_{k=0}; \; g(k) = Pz(k), \tag{9}$$

где E — матрица состояния, P — матрица выходов, $g(k)$ — векторный выход, $z(k)$ — вектор состояния.

Для состояний исходной системы (8) и автономной системы (9) явное решение [4, 5] принимает следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} x(k) &= \left(\prod_{i=0}^{k-1} F(i)\right)x(0) + \left(T(k)E^k - \left(\prod_{i=0}^{k-1} F(i)\right)T(k)\right)z(0); \\ y(k) &= C(k)x(k); \\ z(k) &= E^k z(0), \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

где матрица подобия $T(k): T(k)E - F(k)T(k) = G(k)P$.

Ошибка воспроизведения задающего воздействия определяется выражением

$$e(k) = g(k) - y(k) = Pz(k) - C(k)x(k) =$$

$$= \left(P - C(k)T(k)\right)E^k z(0) - C(k)\left(\prod_{i=0}^{k-1} F(i)\right)\left(x(0) - T(k)z(0)\right). \tag{11}$$

Далее будем рассматривать случай единичного векторного внешнего воздействия, для которого матрицы состояния и выходов определяются как

$$E = I_{m\times m}, \quad P = I_{m\times m}, \tag{12}$$

а матрица подобия — как

$$T(k) = \left(I - F(k)\right)^{-1} G. \tag{13}$$

Таким образом, легко получить аналитическое описание переходной составляющей для многоканальной системы в виде линейной алгебраической задачи (1) :

$$x(k) = H_x(k)z(0); \quad y(k) = H_y(k)z(0); \quad e(k) = H_e(k)z(0), \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned} H_x(k) &= \left(I - \prod_{i=0}^{k-1} F(i)\right)\left(I - F(k)\right)^{-1} G(k); \\ H_y(k) &= C(k)H_x(k), \\ H_e(k) &= I - C(k)\left(I - \prod_{i=0}^{k-1} F(i)\right)\left(I - F(k)\right)^{-1} G(k). \end{aligned} \tag{15}$$

Выражения (14) позволяют сформировать скалярные оценки (5)—(7).

Реакция системы на векторное воздействие при отклонении параметров от номинальных значений. Придадим вектору параметров вариацию относительно номинального значения, так что он получит представление $q = q_0 + \Delta q$. Поставим задачу найти переходную матрицу параметрически возмущенной дискретной многоканальной системы в предположении, что изменяются только элементы матрицы состояния системы (8). Также будем считать нестационарность системы таковой, что матрица ее состояния не зависит от k и $\forall k\ F(k)=F(q_0)$. Тогда получим

$$H\left(k, q=q_0+\Delta q\right)=C(k)(I-\left(F(q)\right)^k)\left(I-F(q)\right)^{-1}G(k).$$

Если вариация параметров Δq такова, что возможно применение аппарата функций чувствительности первого порядка [6], то становится справедливой следующая запись:

$$H\left(k, q=q_0+\Delta q\right) \cong H\left(k\right)+\frac{\partial}{\partial q}H\left(k,q\right)\Bigg|_{q=q_0}\Delta q=H\left(k\right)+\operatorname{row}\left(\frac{\partial}{\partial q_j}H\left(k,q\right)\Bigg|_{q=q_0};\ j=\overline{1,p}\right)\Delta q,$$

где

$$\frac{\partial}{\partial q_j}H\left(k,q\right)\Bigg|_{q=q_0}=C(k)\left(-\frac{\partial}{\partial q_j}\left(F(q)\right)^k\Bigg|_{q=q_0}\right)\left(I-F_0\right)^{-1}G(k)-$$

$$-C(k)\left(I-F_0{}^k\right)\left(I-F_0\right)^{-1}F_{q_j}\left(I-F_0\right)^{-1}G(k), \qquad (16)$$

$$F_{q_j}=\frac{\partial}{\partial q_j}F\left(q\right)\Bigg|_{q=q_0},\ F_0=F\left(q\right)\big|_{q=q_0},\ j=\overline{1,p}.$$

Самым проблемным в выражении (16), в силу некоммутативности матриц F_0, F_{q_j}, так что $F_{q_j}F_0 \neq F_0F_{q_j}$, является вычисление производной $\dfrac{\partial}{\partial q_j}\left(F(q)\right)^k$, которая в результате принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial q_j}\left(F\left(q\right)\right)^k\Bigg|_{q=q_0}=F_{q_j}F_0{}^{k-1}+F_0F_{q_j}F_0{}^{k-2}+\ldots+F_0{}^{k-2}F_{q_j}F_0+F_0{}^{k-1}F_{q_j}. \qquad (17)$$

Очевидно, если $F\left(q\right)=\Lambda\left(q\right)=\operatorname{diag}\left\{\lambda_i\left(q\right);\ i=\overline{1,n}\right\}$, то $F_{q_j}F_0=F_0F_{q_j}$, и тогда

$$\frac{\partial}{\partial q_j}\left(F\left(q\right)\right)^k\Bigg|_{q=q_0}=\frac{\partial}{\partial q_j}\left(\Lambda\left(q\right)\right)^k\Bigg|_{q=q_0}=k\Lambda^{k-1}\Lambda_{q_j}.$$

Если матрица $F\left(q\right)\neq\Lambda\left(q\right)$, но приводима к диагональному виду в силу соотношений $M\left(q\right)\Lambda\left(q\right)=F\left(q\right)M\left(q\right)\Rightarrow F\left(q\right)=M\left(q\right)\Lambda\left(q\right)M^{-1}\left(q\right)$, где $M\left(q\right)$ — матрица подобия, то согласно свойству матричных функций от матриц сохранять отношения подобий получаем $F^k\left(q\right)=M\left(q\right)\Lambda^k\left(q\right)M^{-1}\left(q\right)$. Тогда искомая производная (17) определяется как

$$\frac{\partial}{\partial q_j}\left(F\left(q\right)\right)^k\Bigg|_{q=q_0}=M_{q_j}\Lambda^kM^{-1}+M\left(k\Lambda^{k-1}\Lambda_{q_j}\right)M^{-1}-M\Lambda^kM^{-1}M_{q_j}M^{-1}=$$

$$=\left(M_{q_j}M^{-1}F^k-F^kM_{q_j}M^{-1}\right)+kF^{k-1}M\Lambda_{q_j}M^{-1}. \qquad (18)$$

Подстановка (18) в (16) для функции чувствительности переходной матрицы дискретной системы дает

$$\left.\frac{\partial}{\partial q_j}H(k,q)\right|_{q=q_0}=C(k)\left(-\frac{\partial}{\partial q_j}\left(F(q)\right)^k\right)\left(I-F\right)^{-1}G(k)-$$

$$-C(k)\left(I-F^k\right)\left(I-F\right)^{-1}F_{q_j}\left(I-F\right)^{-1}G(k)=$$

$$=-C(k)\left(\left(M_{q_j}M^{-1}F^k-F^kM_{q_j}M^{-1}\right)kF^{k-1}M\Lambda_{q_j}M^{-1}\right)\left(I-F\right)^{-1}+$$

$$+\left(I-F^k\right)\left(I-F\right)^{-1}F_{q_j}\left(I-F\right)^{-1}G(k). \qquad (19)$$

В выражениях (18) и (19) проблемными в вычислительном отношении являются матрицы $\Lambda_{q_j}=\mathrm{diag}\left\{\lambda_{iq_j};i=\overline{1,n}\right\}$ и M_{q_j}. Первая из проблем, сводящихся к вычислению функций чувствительности собственных чисел матрицы состояния дискретной многоканальной системы, решается в силу [7] соотношений

$$\lambda_{iq_j}=\left(M^{-1}F_{q_j}M\right)_{ii};\ i=\overline{1,n};\ j=\overline{1,p}.$$

Матрица M_{q_j} является функцией чувствительности матрицы собственных векторов, т.е. она представима в форме $M_{q_j}=\mathrm{row}\left\{M_{iq_j};i=\overline{1,n}\right\}$, где функции чувствительности собственных векторов M_{iq_j} являются векторами, которые раскладываются по собственным векторам в форме $M_{iq_j}=\sum\limits_{\nu=1}^{n}\zeta_{ji\nu}M_\nu$ где $\zeta_{ji\nu}=\dfrac{\left(M^{-1}\right)^iF_{q_j}M_\nu}{\lambda_i-\lambda_\nu}$.

Проведенные исследования возможности использования явных аналитических решений дискретной многоканальной системы в условиях параметрической неопределенности для формирования скалярной оценки качества векторных процессов по выходу демонстрируют их неконструктивность: они оказались вычислительно очень сложными даже для стационарного случая.

Однако существует альтернативный вариант решения подобной задачи, при котором используется рекуррентное представление динамики дискретной многоканальной системы вида (8). При этом фактор параметрической неопределенности можно учесть посредством аппарата функций траекторной чувствительности, который, по существу, представляет собой динамическую среду наблюдения дополнительного движения, порождаемого отклонением параметров системы (8) от номинальных значений. Так, если для системы

$$x(k+1,q)=F(k,q)x(k,q)+G(k,q)g(k),\ y(k,q)=C(k,q)x(k,q) \qquad (20)$$

вектор параметров $q=q_0+\Delta q$ таков, что вариация допускает ограничения дополнительного движения с помощью функций траекторной параметрической чувствительности, то будут справедливы следующие выражения:

$$x(k,q=q_0+\Delta q)=x(k,q_0)+\Delta x(k,q_0,\Delta q)=$$

$$=x(k)+\sum_{j=1}^{p}\left(\left.\frac{\partial}{\partial q_j}x(k,q)\right|_{q=q_0}\right)\Delta q_j=x(k)+S_x(k)\Delta q, \qquad (21)$$

$$y(k,q=q_0+\Delta q)=y(k,q_0)+\Delta y(k,q_0,\Delta q)=$$

$$=y(k)+\sum_{j=1}^{p}\left(\left.\frac{\partial}{\partial q_j}y(k,q)\right|_{q=q_0}\right)\Delta q_j=y(k)+S_y(k)\Delta q, \qquad (22)$$

где $S_x(k)$ и $S_y(k)$ — матрицы функций траекторной параметрической чувствительности, составленные из векторных функций траекторной чувствительности

$$\sigma_j(k) = \frac{\partial}{\partial q_j} x(k,q)\Big|_{q=q_0}, \quad \delta_j(k) = \frac{\partial}{\partial q_j} y(k,q)\Big|_{q=q_0}, \tag{23}$$

так что они принимают вид $S_x(k) = \mathrm{row}\left(\sigma_j(k);\ j=\overline{1,p}\right)$, $S_y(k) = \mathrm{row}\left(\delta_j(k);\ j=\overline{1,p}\right)$.

Формирование векторных функций траекторной параметрической чувствительности по состоянию и выходу системы (20) осуществляется с помощью дискретной модели траекторной параметрической чувствительности [7, 8]. На основании (23) такая модель примет вид

$$\begin{gathered} \sigma_j(k+1) = F_0(k)\sigma_j(k) + F_{q_j}(k)x(k) + G_{q_j}(k)g(k); \\ \delta_j(k) = C_0(k)\sigma_j(k) + C_{q_j}(k)x(k), \end{gathered} \tag{24}$$

где

$$F_0(k) = F(k,q)\big|_{q=q_0}, \quad F_{q_j}(k) = \frac{\partial}{\partial q_j} F(k,q)\Big|_{q=q_0}, \quad G_{q_j}(k) = \frac{\partial}{\partial q_j} G(k,q)\Big|_{q=q_0},$$

$$C_0(k) = \frac{\partial}{\partial q_j} C(k,q)\Big|_{q=q_0}, \quad C_{q_j}(k) = C(k,q)\big|_{q=q_0},$$

а вектор $x(k)$ сформирован системой (8).

Учитывая, что для формирования векторных функций траекторной параметрической чувствительности по состоянию и выходу системы (20) в (24) необходимо вводить информацию о векторе состояния системы с номинальными параметрами (8), полное решение задачи формирования функций траекторной параметрической чувствительности достигается агрегированием выражений (8) и (24). Если агрегировать систему (8) и все p моделей траекторной чувствительности по числу неопределенных параметров, то агрегированная дискретная система примет вид

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{x}(k+1) = \tilde{F}(k)\tilde{x}(k) + \tilde{G}(k)g(k), \\ &x(k) = \tilde{C}_x(k)\tilde{x}(k), \\ &y(k) = \tilde{C}_y(k)\tilde{x}(k), \\ &\tilde{\delta}(k) = \tilde{C}_\delta(k)\tilde{x}(k), \\ &\Delta y(k) = \tilde{C}_\Delta(k)\tilde{x}(k), \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

где

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_p \end{bmatrix}, \tilde{G} = \begin{bmatrix} G \\ G_{q_1} \\ G_{q_2} \\ \vdots \\ G_{q_p} \end{bmatrix}, \tilde{F} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 & \dots & 0 \\ F_{q_1} & F & 0 & \dots & 0 \\ F_{q_2} & 0 & F & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ F_{q_p} & 0 & 0 & \dots & F \end{bmatrix}, \tilde{C}_\delta = \begin{bmatrix} C_{q_1} & C & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C_{q_2} & 0 & C & 0 & \dots & 0 \\ C_{q_3} & 0 & 0 & C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ C_{q_p} & 0 & 0 & 0 & \cdots & C \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_x = \left[I_{n\times n}\ 0_{n\times np} \right], \tilde{C}_y = \left[C\ 0_{m\times np} \right], \tilde{C}_\Delta = \mathrm{row}\left(\Delta q_j I_{m\times m};\ j=\overline{1,p}\right)\tilde{C}_\delta,$$

а размерности соответственно

$$\tilde{x} \in R^{n(p+1)\times 1}, \quad \tilde{F} \in R^{n^2(p+1)^2 \times n^2(p+1)^2}, \quad \tilde{G} \in R^{n(p+1)\times m}, \quad \tilde{C}_\delta \in R^{pm\times(p+1)n}.$$

Очевидно, к системе (25) для случая конечномерного векторного внешнего воздействия может быть применен прием, рассмотренный выше, и с точностью до замены в выражениях (14) и (15) системы (8) на систему (25) можно получить представление для векторной переходной характеристики параметрически возмущенной системы, для которой могут быть сформированы скалярные оценки (5)—(7).

Пример. Рассмотрим трехканальную систему, работающую с интервалом дискретности $\Delta t = 0,01$ с. Векторно-матричное описание каналов системы имеет следующий вид:

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i g_i(k),\ i = \overline{1,3};$$

$$y_i(k) = C_i x_i(k),\ i = \overline{1,3},$$

где

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2,96 & -1,46 & 0,96 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 2,88 & -1,38 & 0,88 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix},\ A_3 = \begin{bmatrix} 2,65 & -1,18 & 0,7 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0,002 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,\ B_2 = \begin{bmatrix} 0,0156 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,\ B_3 = \begin{bmatrix} 0,0625 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0,0007\ 0,0013\ 0,0007 \end{bmatrix},\ C_2 = \begin{bmatrix} 0,0022\ 0,0043\ 0,0021 \end{bmatrix},\ C_3 = \begin{bmatrix} 0,0142 & 0,026 & 0,0119 \end{bmatrix}.$$

В целом трехканальная система описывается как

$$x(k+1) = A(k)x(k) + Bg(k),$$

$$y(k) = Cx(k),$$

где

$$A(k) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ B_2 C_1 \gamma_1(k) & A_2 & B_2 C_3 \gamma_4(k) \\ B_3 C_1 \gamma_2(k) & B_3 C_2 \gamma_3(k) & A_3 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}.$$

Нестационарные коэффициенты изменяются в соответствии со следующей зависимостью:

$$\gamma_i(k) = 0,5\left(\overline{K}_i\left(1 + q_i(k)\right) + \underline{K}_i\left(1 - q_i(k)\right)\right), i = \overline{1,4};$$

$$q_i(k) = \sin\left(2\pi k \frac{1}{D_i}\right), i = \overline{1,4},$$

где $\overline{K}_1 = 0,1$, $\overline{K}_2 = 0,01$, $\overline{K}_3 = -0,03$, $\overline{K}_4 = 0,2$, $\underline{K}_1 = -0,15$, $\underline{K}_2 = -0,04$, $\underline{K}_3 = -0,02$, $\underline{K}_4 = -0,05$, $D_1 = 300$, $D_2 = 50$, $D_3 = 200$, $D_4 = 100$.

Построим, используя (11) и оценки (5)—(7) график оценки норм ошибки многоканальной системы при входном воздействии с фиксированной нормой $\|g(k)\| = 1$ (рис. 2).

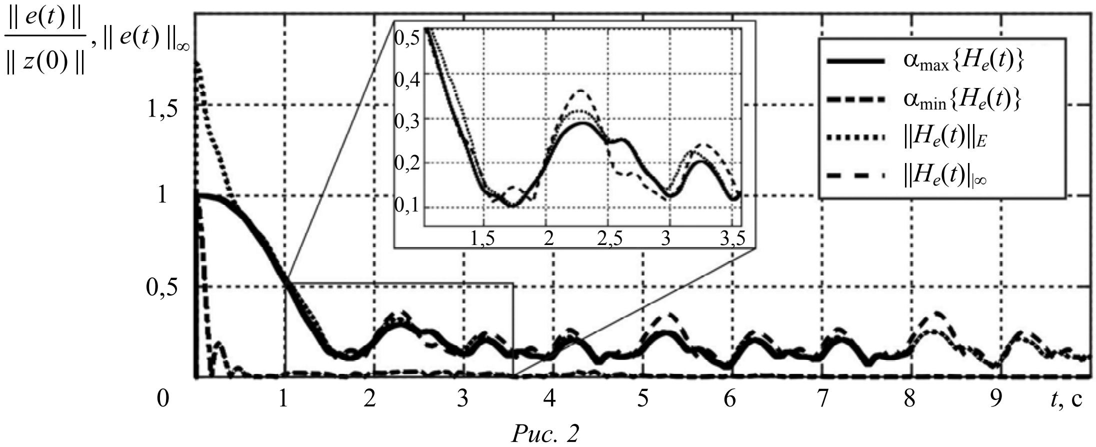

Рис. 2

Анализ рис. 2 показывает, что оценка (6) обладает небольшой избыточностью по сравнению с (5). Также заметен недостаток использования евклидовой нормы, не позволяющий в полной мере оценить максимальное отклонение элементов векторного процесса.

Теперь предположим, что неизвестно, с какой частотой изменяются коэффициенты $q_i(k)$, но возможно задать эти коэффициенты в виде $q = q_0 + \Delta q$. Воспользуемся моделью (25) и оценками (5)—(7) для построения переходных процессов по выходу (рис. 3), ошибке (рис. 4) и чувствительности к вариации параметров $q_i(k)$ (рис. 5). Избыточность оценки (6) уже делает ее не актуальной по сравнению с (5), а оценка (7) позволяет выявить максимальную траекторию переходного процесса, которая игнорируется оценкой (5). Как видно из результатов моделирования, система при номинальных параметрах имеет удовлетворительные характеристики переходного процесса, хотя при максимальном отклонении параметров $q_i(k)$ может возникнуть ошибка в 22 % при переходном процессе и ошибка в 20 % в установившемся режиме, что при сравнении с рис. 2 подтверждается.

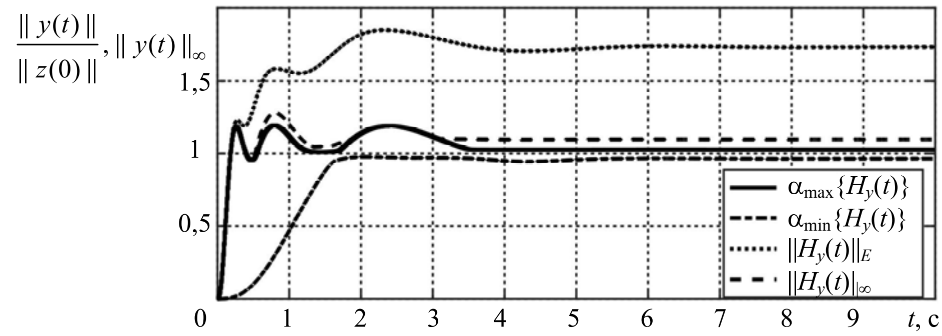

Рис. 3

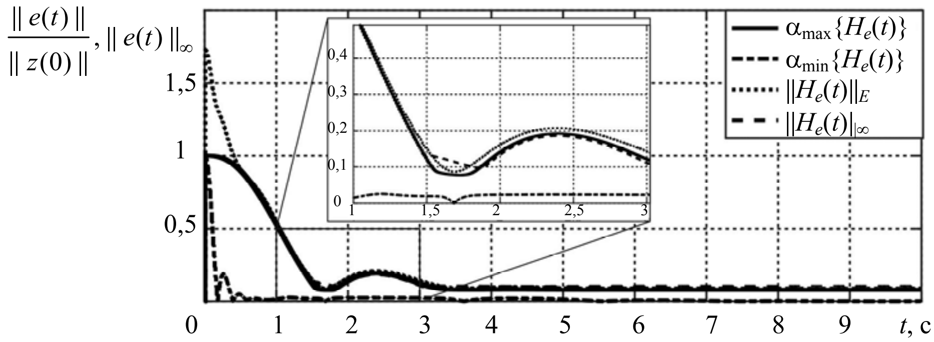

Рис. 4

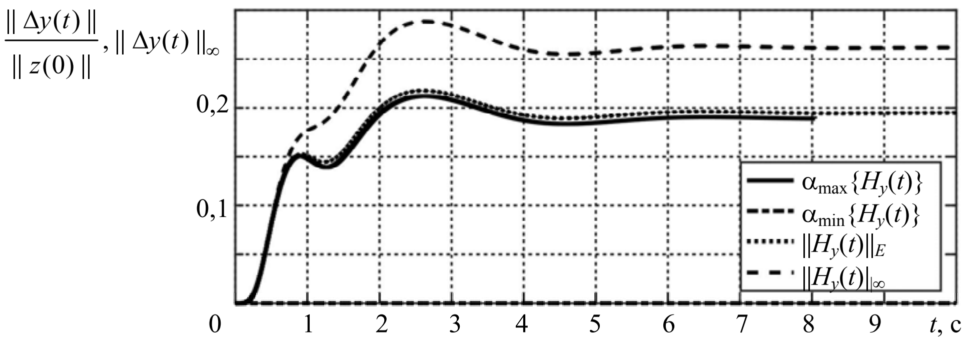

Рис. 5

Заключение. Скаляризация векторных процессов многоканальных дискретных систем обусловлена естественным желанием получить скалярную визуализацию этих процессов. При этом процесс скаляризации должен быть конструктивным, т.е. порождать адекватную скалярную меру процессов и быть несложным вычислительно. Показано, что указанными свойствами обладают спектральная и бесконечная нормы матрицы. Евклидова норма, хотя и легко вычислима, порождает избыточность скалярной оценки. Использование спектральной и бесконечной норм особенно целесообразно при исследовании параметрически возмущенных траекторий многоканальной дискретной системы.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), Министерства образования и науки РФ (грант 14.Z50.31.0031) и Президента Российской Федерации (грант 14.Y3116.9281-НШ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
2. *Horn R. A., Johnson C. R.* Matrix analysis. Cambridge University Press, 2013. 643 p.
3. *Forsythe G. E., Malcolm M. A., Moler C. B.* Computer Methods for Mathematical Computations. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1977. 270 p.
4. *Ушаков А. В.* Модальные оценки качества процессов в линейных многомерных системах при внешних конечномерных воздействиях // Автоматика и телемеханика. 1992. № 11. С. 72—82.
5. *Павлов А. С., Ушаков А. В.* Анализ качества процессов в дискретных нестационарных многоканальных системах // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 4. С. 302—310.
6. *Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М.* Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981. 464 с.
7. *Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М.* Уравнения чувствительности импульсных систем управления // Автоматика и телемеханика. 1969. № 4. С. 62—73.
8. *Никифоров В. О., Ушаков А. В.* Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность. СПб: СПб ГИТМО(ТУ), 2002. 232 с.

Сведения об авторах

Андрей Сергеевич Павлов — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: a.s.pavlov@email.su

Анатолий Владимирович Ушаков — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

Поступила в редакцию
21.03.17 г.

Ссылка для цитирования: *Павлов А. С., Ушаков А. В.* Скалярная оценка качества векторных процессов дискретной многоканальной системы с неопределенными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 1. С. 22—31.

SCALAR EVALUATION OF QUALITY OF VECTOR PROCESSES IN DISCRETE MULTICHANNEL SYSTEM WITH UNCERTAIN PARAMETERS

A. S. Pavlov, A. V. Ushakov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: a.s.pavlov@email.su

Scalar methods of evaluation of upper bound of vector processes are considered using discrete multichannel system with uncertain parameters as an example. The uncertainty of the parameters is such that it turns out to be correct to use the apparatus of the first-order parametric sensitivity functions. As a scalarizing function, such common norms as Euclidean and infinite are used. The advantages and disadvantages of the methods are demonstrated.

Keywords: multichannel discrete system, separate channel, vector process, uncertain parameters, singular decomposition, scalar estimate, process quality

Data on authors

Andrey S. Pavlov	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: a.s.pavlov@email.su
Anatoly V. Ushakov	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

For citation: Pavlov A. S., Ushakov A. V. Scalar evaluation of quality of vector processes in discrete multichannel system with uncertain parameters. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 1. P. 22—31 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-22-31