УДК 629.191
DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-10-855-863

ОЦЕНИВАНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ ПО АПРИОРНЫМ И ОПЫТНЫМ ДАННЫМ

В. Н. Арсеньев, А. А. Ардашов, С. Б. Силантьев, А. А. Ядренкин

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vka@mail.ru

Рассматривается задача оценивания максимальной погрешности сложной системы по данным, полученным до и после проведения испытаний опытных образцов. Для ее решения используется метод приоритета опытной информации, позволяющий уточнять опытные оценки, если априорная информация не противоречит результатам испытаний. Получены аналитические выражения для апостериорного оценивания максимальной погрешности сложной системы и определения выигрыша в точности оценивания или числе испытаний. Приведен пример применения полученных результатов. Получаемый выигрыш зависит от близости априорной и опытной информации. Мерой, позволяющей определить весовые коэффициенты для априорных и опытных данных, является отношение правдоподобия для проверки гипотезы об их однородности.

Ключевые слова: *сложная система, максимальная погрешность, распределение арксинуса, априорная информация, ограниченные опытные данные, апостериорное оценивание, выигрыш в оценивании*

Введение. В различных практических задачах, связанных с исследованием свойств сложных систем, физические величины, характеризующие качество протекающих в них процессов, являются случайными и распределены по закону арксинуса. Такое распределение характерно, например, для ошибок угломерного прибора с эксцентрично по отношению к оси вращения визирного устройства закрепленным лимбом [1]. Оно часто используется при исследовании случайных блужданий, для оценивания точности стрельбы по цели, движущейся по гармоническому закону [2, 3], и в ряде других задач. Например, в игровых задачах распределение доли времени, в течение которого первый игрок находится в выигрыше при бросании симметричной монеты, хорошо аппроксимируется распределением арксинуса.

Распределению арксинуса подчиняются отклонения точки, колеблющейся по закону вида

$$\hat{X} = \mu \sin\left(2\pi \hat{t}/T + \varphi_0\right),$$

при условии, что отсчеты производятся в случайные моменты $\hat{t}$ периода колебаний T, подчиняющиеся закону равномерной плотности [3]. В этой формуле знак „^“ используется для обозначения случайной величины, μ — максимальное значение случайной величины $\hat{X}$, а φ_0 — фаза ее колебаний.

Отсюда видно, что в общем случае параметр μ характеризует максимальное значение погрешности некоторой сложной системы (СС) и может рассматриваться как показатель ее точности. Поэтому на всех этапах создания системы большое внимание уделяется объективной оценке этого показателя.

В процессе технического и эскизного проектирования обычно используются модели СС. Путем многократных модельных экспериментов получается некоторая априорная оценка μ_p параметра μ. Она, как правило, отличается от фактического значения этого параметра, поскольку при моделировании невозможно учесть все внутренние и внешние факторы, влияющие на функционирование системы в процессе эксплуатации.

Важным этапом создания любой сложной системы являются испытания ее опытного образца в реальных условиях эксплуатации. Они позволяют получить объективную информацию о точности СС. Однако из-за высокой стоимости самих образцов, организации и проведения их испытаний, а также некоторых других причин не удается получить достаточный объем опытной информации и, как следствие, статистически устойчивую оценку максимальной погрешности системы. Качество оценки можно повысить, если в процедуре оценивания параллельно с ограниченными опытными данными использовать априорную информацию о точности СС, полученную при модельных экспериментах [4].

Задаче комплексирования априорной и опытной информации посвящен ряд работ [5—17], рассмотренные в них методы ее решения можно разделить на две группы. Первая из них [5—10] базируется на теореме гипотез (формуле Байеса). Применение этих методов предполагает знание априорного распределения оценки исследуемого параметра, однако не всегда имеется точная информация о виде этого распределения. В основе второй группы методов лежит взвешенный учет априорной и опытной информации об оцениваемом параметре [10—17]. Основная сложность применения этих методов связана с необходимостью выбора весовых коэффициентов для различных оценок.

Постановка задачи. Полагается, что случайная величина $-\mu < \hat{X} < \mu$, характеризующая точность системы, распределена по закону арксинуса. Функция плотности распределения $\hat{X}$ имеет вид [2]:

$$\varphi_{\hat{X}}(X;\mu) = \frac{1}{\pi\sqrt{\mu^2 - X^2}}, \qquad (1)$$

где μ — параметр распределения (максимальное значение погрешности системы).

Математическое ожидание величины $\hat{X}$ $M_{\hat{X}} = 0$, а дисперсия определяется по формуле

$$D_{\hat{X}} = \mu^2 / 2. \qquad (2)$$

По результатам априорных исследований получены оценки $\mu_\text{р}$, $M_\text{р}$ и $D_\text{р}$ для случайной величины $\hat{X}$ (значение $M_\text{р}$ мало).

Результаты испытания $N_\text{о}$ опытных образцов системы представлены выборкой X_i, $i = \overline{1, N_\text{о}}$.

Необходимо получить апостериорные оценки $\mu_\text{а}$, $M_\text{а}$ и $D_\text{а}$ для величины $\hat{X}$. Для решения поставленной задачи используется метод приоритета опытной информации [18, 19].

Определение апостериорных оценок. В соответствии с этим методом по выборке X_i, $i = \overline{1, N_\text{о}}$, составляется функция правдоподобия

$$\prod_{i=1}^{N_\text{о}} \varphi_{\hat{X}}\left(X_i;\mu\right) = \pi^{-N_\text{о}} \prod_{i=1}^{N_\text{о}} \left(\mu^2 - X_i^2\right)^{-1/2}, \qquad (3)$$

на основе которой методом максимального правдоподобия определяется опытная оценка $\mu_\text{о}$ параметра μ.

Поскольку диапазон изменения случайной величины $\hat{X}$ зависит от оцениваемого параметра μ, то функция (1) не удовлетворяет условиям регулярности [20]. В связи с этим значение μ_o находится непосредственно из анализа функции (3):

$$\mu_o = \max\left\{|X_1|, |X_2|, ..., |X_{N_o}|\right\}. \tag{4}$$

Опытные оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины $\hat{X}$ определяются по известным формулам [10]:

$$M_o = \frac{1}{N_o}\sum_{i=1}^{N_o} X_i \;;\; D_o = \frac{1}{N_o}\sum_{i=1}^{N_o}\left(X_i - M_o\right)^2. \tag{5}$$

В качестве меры близости априорной оценки μ_p параметра μ к опытной μ_o используется отношение правдоподобия для проверки гипотезы $H : \mu = \mu_p$:

$$\nu^* = \prod_{i=1}^{N_o}\left(\mu_o^2 - X_i^2\right)^{1/2}\left(\mu_p^2 - X_i^2\right)^{-1/2}. \tag{6}$$

Отсюда видно, что значение μ_p должно быть не меньше μ_o, поскольку в противном случае становится очевидным несоответствие априорной информации опытным данным.

Сопоставив формулы (4) и (6), можно заметить, что подстановка оценки μ_o в правую часть выражения (6) обращает ее в нуль и, как следствие, $\nu^* = 0$. Этого можно избежать, если вместо параметра μ_o использовать другую оценку $\tilde{\mu}_o$:

$$\tilde{\mu}_o = k\mu_o, \tag{7}$$

где $k \approx 1$ — корректирующий коэффициент. Предлагается определять его следующим образом.

Поскольку оценка максимального правдоподобия μ_o является смещенной, т.е. $M[\mu_o] \neq \mu$ (это будет показано ниже), то значение k выбирается из условия несмещенности оценки (7), которое имеет вид $M[\tilde{\mu}_o] = kM[\mu_o] = \mu$, отсюда

$$k = \mu / M[\mu_o]. \tag{8}$$

Значение $M[\mu_o]$ можно найти, если известна плотность распределения $\varphi_{\mu_o}(\mu_o;\mu)$ оценки μ_o. Для ее определения необходимо сначала найти плотность распределения $\varphi_{|\hat{X}|}(|X|;\mu)$ модуля $|\hat{X}|$ случайной величины $\hat{X}$, а затем — плотность распределения максимального значения этого модуля, являющегося, согласно (4), оценкой максимального правдоподобия параметра μ.

Поскольку величина $|\hat{X}| = \hat{X}\,\mathrm{sign}\hat{X}$, то ее функция плотности распределения

$$\varphi_{|\hat{X}|}(|X|;\mu) = \varphi_{\hat{X}}(X;\mu) + \varphi_{\hat{X}}(-X;\mu) = 2\Big/\pi\sqrt{\mu^2 - X^2},$$

а функция распределения

$$F_{|\hat{X}|}(|X|;\mu) = \int \varphi_{|\hat{X}|}(|X|;\mu)\,d|X| = \int \frac{2}{\pi\sqrt{\mu^2 - X^2}}\,d|X| = \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{|X|}{\mu}.$$

Для получения функции плотности распределения оценки $\mu_o = \max\left\{|X_1|, |X_2|, ..., |X_{N_o}|\right\}$ используется известная формула [20], в соответствии с которой

$$\varphi_{\mu_o}(\mu_o;\mu) = N_o \left[F_{|\hat{X}|}(\mu_o;\mu) \right]^{N_o-1} \varphi_{|\hat{X}|}(\mu_o;\mu) = \frac{N_o 2^{N_o}}{\pi^{N_o}\sqrt{\mu^2-\mu_o^2}} \left(\arcsin\frac{\mu_o}{\mu} \right)^{N_o-1}. \tag{9}$$

Тогда математическое ожидание оценки μ_o

$$M\left[\mu_o\right] = \int_0^{\mu} \mu_o \varphi_{\mu_o}(\mu_o;\mu)\, d\mu_o = \mu \left(\frac{N_o 2^{N_o}}{\pi^{N_o}} \int_0^{\pi/2} y^{N_o-1} \sin y\, dy \right), \tag{10}$$

отсюда видно, что $M\left[\mu_o\right] \neq \mu$.

Подстановка $M\left[\mu_o\right]$ в (8) дает выражение для расчета корректирующего коэффициента

$$k = \frac{\pi^{N_o}}{N_o 2^{N_o} \int_0^{\pi/2} y^{N_o-1} \sin y\, dy}, \tag{11}$$

тогда в соответствии с формулой (7) несмещенная оценка параметра μ будет определяться по формуле

$$\tilde{\mu}_o = k\mu_o = \frac{\pi^{N_o}\mu_o}{N_o 2^{N_o} \int_0^{\pi/2} y^{N_o-1} \sin y\, dy} = \frac{\pi^{N_o} \max\left\{ |X_1|, |X_2|, ..., |X_{N_o}| \right\}}{N_o 2^{N_o} \int_0^{\pi/2} y^{N_o-1} \sin y\, dy}. \tag{12}$$

Из выражения (11) видно, что значение k зависит только от числа натурных испытаний N_o (см. таблицу).

N_o	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	1,234	1,132	1,085	1,060	1,045	1,035	1,028	1,023	1,019
N_o	11	12	13	14	15	20	25	30	35
k	1,016	1,014	1,012	1,010	1,009	1,005	1,004	1,003	1,001

Можно заметить, что $k \to 1$ при $N_o \to \infty$.

Приближенное значение отношения правдоподобия для проверки гипотезы $H: \mu = \mu_p$ вычисляется по формуле:

$$\tilde{\nu}^* = \prod_{i=1}^{N_o} \left(\tilde{\mu}_o^2 - X_i^2 \right)^{1/2} \left(\mu_p^2 - X_i^2 \right)^{-1/2}. \tag{13}$$

Для определения апостериорных оценок математического ожидания и дисперсии случайной величины $\hat{X}$ используются формулы, приведенные в [18]:

$$M_a = \frac{M_o + \tilde{\nu}^* M_p}{1+\tilde{\nu}^*};\ D_a = \frac{D_o + \tilde{\nu}^* D_p}{1+\tilde{\nu}^*} + \frac{\tilde{\nu}^*\left(M_o - M_p\right)^2}{\left(1+\tilde{\nu}^*\right)^2}. \tag{14}$$

По величине D_a из формулы (2) находится апостериорная оценка параметра μ распределения (1):

$$\mu_a = \sqrt{2D_a}. \tag{15}$$

Определение выигрыша в качестве оценивания. Параметр μ_a может рассматриваться как оценка, полученная по выборке объемом $N_a = N_o + E\left[\tilde{\nu}^* N_o\right]$, где $E[\cdot]$ — функция округления до ближайшего целого числа. Поэтому можно говорить о выигрыше в числе испытаний

$$\delta_{\text{чи}} = E\left[\tilde{\nu}^* N_{\text{о}}\right], \qquad (16)$$

получаемом за счет учета априорной информации.

Очевидно, что выигрыш в числе испытаний будет максимальным $\delta_{\text{чи}} = N_{\text{о}}$ при $\tilde{\nu}^* = 1$, т.е. когда $\mu_{\text{р}} = \tilde{\mu}_{\text{о}}$. В этом случае полагается, что апостериорная оценка $\mu_{\text{а}}$ получена по результатам испытаний $2N_{\text{о}}$ опытных образцов.

Для определения выигрыша в точности оценивания используется величина

$$\delta_{\text{т}} = \left(\sqrt{D[\mu_{\text{о}}]} - \sqrt{D[\mu_{\text{а}}]}\right)100 \Big/ \sqrt{D[\mu_{\text{о}}]}, \qquad (17)$$

где $D[\cdot]$ — оператор дисперсии.

Дисперсия опытной оценки определяется по формуле

$$D[\mu_{\text{о}}] = M\left[\mu_{\text{о}}^2\right] - \left(M\left[\mu_{\text{о}}\right]\right)^2 = \int_0^{\mu} \mu_{\text{о}}^2 \varphi_{\mu_{\text{о}}}(\mu_{\text{о}};\mu)\, d\mu_{\text{о}} - \left(\int_0^{\mu} \mu_{\text{о}} \varphi_{\mu_{\text{о}}}(\mu_{\text{о}};\mu)\, d\mu_{\text{о}}\right)^2$$

или с учетом (9) и (10)

$$D[\mu_{\text{о}}] = \mu^2 \frac{N_{\text{о}} 2^{N_{\text{о}}}}{\pi^{N_{\text{о}}}} \int_0^{\pi/2} y^{N_{\text{о}}-1} \sin^2 y\, dy - \mu^2 \left(\frac{N_{\text{о}} 2^{N_{\text{о}}}}{\pi^{N_{\text{о}}}} \int_0^{\pi/2} y^{N_{\text{о}}-1} \sin y\, dy \right)^2 .$$

Если апостериорная оценка $\mu_{\text{а}}$ получена по выборке объемом $N_{\text{а}}$ из совокупности с распределением (1), можно найти приближенное значение ее дисперсии по аналогичной формуле

$$\tilde{D}[\mu_{\text{а}}] = \mu^2 \frac{N_{\text{а}} 2^{N_{\text{а}}}}{\pi^{N_{\text{а}}}} \int_0^{\pi/2} y^{N_{\text{а}}-1} \sin^2 y\, dy - \mu^2 \left(\frac{N_{\text{а}} 2^{N_{\text{а}}}}{\pi^{N_{\text{а}}}} \int_0^{\pi/2} y^{N_{\text{а}}-1} \sin y\, dy \right)^2 .$$

Подстановка $D[\mu_{\text{о}}]$ и $\tilde{D}[\mu_{\text{а}}]$ в формулу (17) позволяет определить приближенный выигрыш в точности оценивания, получаемый за счет учета априорной информации.

Пример. Рассматривается новая зенитная установка, предназначенная для поражения воздушных целей. В качестве цели используется самолет, осуществляющий прямолинейный горизонтальный полет. Движение самолета сопровождается гармоническими колебаниями в горизонтальной плоскости около генерального курса, она описывается уравнением $\hat{X} = \mu \cos\left(2\pi \hat{t} \big/ T + \varphi_0\right)$, где $\hat{X}$ — отклонение самолета от генерального курса; $\hat{t}$ — текущее время; T и φ_0 — период и начальная фаза колебаний [2].

Зенитная установка и курс самолета находятся в одной вертикальной плоскости. Период колебаний самолета T существенно меньше времени полета снаряда.

Будем считать, что величина $\hat{t}$ имеет равномерное распределение; угол $\hat{\varphi} = 2\pi \hat{t} \big/ T + \varphi_0$ как линейная функция от $\hat{t}$ также подчиняется закону равномерной плотности. Следовательно, отклонение самолета от генерального курса $\hat{X}$ распределено по закону арксинуса с параметром μ.

По результатам расчетов получены априорные оценки максимального отклонения самолета от генерального курса μ, математического ожидания $M_{\hat{X}}$ и дисперсии $D_{\hat{X}}$ рассеивания снарядов в боковом направлении, обусловленного отклонениями самолета от генерального курса: $\mu_\text{р} = 102$ м, $M_\text{р} = 0,4$ м, $D_\text{р} = 5200$ м^2. В процессе опытной отработки в одних и тех же условиях испытывались пять зенитных установок. Отклонения снарядов составили: $X_1 = 28$, $X_2 = 45$, $X_3 = 76$, $X_4 = -89$, $X_5 = -63$ м.

Необходимо определить апостериорные оценки максимальной и среднеквадратической ошибок стрельбы зенитной установки в боковом направлении, обусловленных отклонениями самолета от генерального курса.

Величина среднеквадратической ошибки (СКО) стрельбы зависит от способа выработки упреждения. Считается, что при определении точки упреждения учитывается только генеральный курс самолета. При этом условии СКО стрельбы в боковом направлении $\sigma_{\hat{X}} = \sqrt{D_{\hat{X}}} = \mu/\sqrt{2}$ не отличается от среднеквадратического отклонения самолета от генерального курса.

Оценка максимального правдоподобия параметра μ, скорректированная оценка этого параметра и корректирующий коэффициент, полученные по результатам испытаний опытных образцов зенитной установки в соответствии с формулами (4), (7), (11), составляют: $\mu_\text{о} = 89$ м, $\tilde{\mu}_\text{о} \approx 94,4$ м, $k = 1,06$. Опытные оценки математического ожидания и дисперсии ошибки стрельбы в боковом направлении, согласно формулам (5), принимают значения: $M_\text{о} = -0,6$ м, $D_\text{о} = 4095$ м^2. Можно заметить их значительное отличие от соответствующих априорных оценок.

Подстановка $\tilde{\mu}_\text{о}$ и $\mu_\text{р}$ в формулу (13) дает значение $0,377$ отношения правдоподобия, характеризующего близость данных, полученных расчетным путем и в процессе испытаний опытных образцов. Тогда апостериорные оценки математического ожидания и дисперсии ошибки стрельбы зенитной установки в боковом направлении определяются по формулам (14): $M_\text{а} = -0,3$ м и $D_\text{а} = 4398$ м^2. На основе оценки $D_\text{а}$ получаются искомые апостериорные оценки максимального значения ошибки стрельбы $\mu_\text{а} = \sqrt{2D_\text{а}} \approx 94$ м и ее среднеквадратического отклонения $\sigma_\text{а} = \sqrt{D_\text{а}} \approx 66$ м.

По формулам (16) и (17) получены значения выигрыша в числе испытаний $\delta_\text{чи}=2$ и точности оценивания $\delta_\text{т} \approx 36\,\%$ максимальной погрешности стрельбы. Учет априорной информации позволил уменьшить среднеквадратическую ошибку оценки на 36 % по сравнению с оценкой, полученной только по результатам испытаний опытных образцов.

Заключение. Взвешенный учет данных, полученных до и после испытания опытных образцов сложной системы, позволяет повысить качество оценивания ее точностных характеристик. Получаемый выигрыш зависит от близости априорной и опытной информации. Мерой, позволяющей определить весовые коэффициенты для априорных и опытных данных, является отношение правдоподобия для проверки гипотезы об их однородности. Применение метода приоритета опытной информации, основанного на использовании этой меры, позволяет уточнять опытные оценки, если априорная информация не противоречит результатам испытаний опытных образцов. В противном случае вес априорной информации получается незначительным и апостериорные оценки практически совпадают с опытными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пугачев В. С.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Физматлит, 2002. 496 с.

2. *Абезгауз Г. Г., Тронь А. П., Копенкин Ю. Н., Коровина И. А.* Справочник по вероятностным расчетам. М.: Воениздат, 1970. 536 с.

3. *Токарев А. Б.* Теория вероятностей и случайные процессы в радиотехнике: Учеб. пособие. Воронеж: Воронежский гос. техн. ун-т, 2010. Ч. 1. 197 с.
4. *Буренок В. М., Найденов В. Г.* Испытательная база: выход из кризиса // Воздушно-космическая оборона. 2009. № 1(44). С. 18—25.
5. *Фроленков К. В.* Уточнение оценок вероятностей при локальном апостериорном выводе алгебраической байесовской сети в случае неточного свидетельства // Тр. СПИИРАН. 2013. № 1(24). С. 152—164.
6. *Kahneman D.* et al. Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. 21st Cambridge University Press, 2005. 555 p.
7. *Тулупьев А. Л.* Апостериорные оценки вероятностей в алгебраических байесовских сетях // Вестн. СПбГУ. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2012. № 2. С. 51—59.
8. *Шаракшанэ А. С., Халецкий А. К., Морозов И. А.* Оценка характеристик сложных автоматизированных систем. М.: Машиностроение, 1993. 272 с.
9. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей: Учеб. для студ. вузов. М.: Академия, 2003. 576 с.
10. *Александровская Л. Н., Круглов В. И., Кузнецов А. Г.* и др. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем: Учеб. пособие. М.: Логос, 2003. 736 с.
11. Элементы теории испытаний и контроля технических систем / Под ред. *Р. М. Юсупова.* Л.: Энергия, 1978. 192 с.
12. *Арсеньев В. Н.* Метод апостериорного оценивания показателей качества системы при ограниченном объеме информации // Изв. вузов. Приборостроение. 1991. Т. 34, № 11. С. 16—22.
13. Пат. 2015553 РФ. Статистический анализатор / *В. Н. Арсеньев*. 1994. Бюл. № 12.
14. *Постников В. М., Спиридонов С. Б.* Методы выбора весовых коэффициентов локальных критериев // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 06. С. 267—287.
15. *Коробов Б. В.* Сравнительный анализ методов определения весовых коэффициентов „влияющих факторов“ // Социология: методология, методы, математическое моделирование. 2005. № 20. С. 54—73.
16. *Пугачев В. Н.* Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. М.: Сов. радио, 1973. 256 с.
17. *Щербаков П. С.* Использование априорной информации для уточнения оценок параметров // Изв. АН СССР. Автом. и телемех. 1988. № 5. С. 80—89.
18. *Арсеньев В. Н.* Метод приоритета опытной информации для апостериорного оценивания характеристик системы управления // Труды Военно-космической академии им. А. Ф. Можайского. 2011. Т. 633. С. 18—24.
19. *Arseniev V. N., Adadurov S. E., Gerasimenko P. V., Degtyarev V. G.* Correction of models of disturbing perturbances at research of complex system properties // Proc. of 20th IEEE Intern. Conf. on Soft Computing and Measurements (SCM). 2017.
20. *Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.

Сведения об авторах

Владимир Николаевич Арсеньев — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов; E-mail: vladar56@mail.ru

Август Анатольевич Ардашов — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления; E-mail: avgusr.ar.@yandex.ru

Сергей Борисович Силантьев — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления; E-mail: silantev2008@yandex.ru

Андрей Александрович Ядренкин — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов; E-mail: andrei_nikita@mail.ru

Поступила в редакцию
13.04.18 г.

Ссылка для цитирования: *Арсеньев В. Н., Ардашов А. А., Силантьев С. Б., Ядренкин А. А.* Оценивание максимальной погрешности сложной системы по априорным и опытным данным // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 10. С. 855—863.

ESTIMATION OF THE MAXIMUM ERROR OF A COMPLEX SYSTEM ACCORDING TO PRIOR AND EXPERIMENTAL DATA

V. N. Arseniev, A. A. Ardashov, S. B. Silantiev, A. A. Yadrenkin

A. F. Mozhaisky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: vka@mail.ru

The problem of estimation of the maximum error of complex system using the data, received before and after testing of prototypes, is considered. The method of experimented information priority is applied; the method allows to receive estimations, that are most accurate if the prior information does not contradict results of experiments. Analytical expressions are derived for a posterior estimate of the maximum error of complex system and for the gain in accuracy or number of experiments. An example of application of obtained test results is given. The resulting gain is shown to depend on the proximity of a priori and experimental information. The measure to determine the weights for a priori and experimental data is the likelihood ratio for testing the hypothesis of their homogeneity.

Keywords: complex system, maximum error, arcsine distribution, a priori information, limited experimental data, a posteriori estimation, the gain in estimation

REFERENCES

1. Pugachev V.S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* (Probability Theory and Mathematical Statistics), Moscow, 2002, 496 p. (in Russ.)
2. Abezgauz G.G. Tron' A.P., Kopenkin Yu.N., Korovina I.A. *Spravochnik po veroyatnostnym raschetam* (Handbook on Probability Calculations), Moscow, 1970, 536 p. (in Russ.)
3. Tokarev A.B. *Teoriya veroyatnostey i sluchaynyye protsessy v radiotekhnike* (Probability Theory and Random Processes in Radio Engineering), Voronezh, 2010, Pt. 1, 197 p. (in Russ.)
4. Burenok V.M., Naydenov V.G. *Zhurnal vozdushno-kosmicheskaya oborona*, 2009, no. 1(44), pp. 18–25. (in Russ.)
5. Frolenkov K.V. *Trudy SPIIRAN* (SPIIRAS Proceedings), 2013, no. 1(24), pp. 152–164. (in Russ.)
6. Kahneman D. et al. *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, 21st Cambridge University Press, 2005, 555 p.
7. Tulup'yev A.L. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2012, no. 2, pp. 51–59. (in Russ.)
8. Sharakshane A.S., Khaletskiy A.K., Morozov I.A. *Otsenka kharakteristik slozhnykh avtomatizirovannykh sistem* (Assessment of Characteristics of the Complex Automated Systems), Moscow, 1993, 272 p. (in Russ.)
9. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnostey* (Probability Theory), Moscow, 1969, 576 p. (in Russ.)
10. Aleksandrovskaya L.N., Kruglov V.I., Kuznetsov A.G. et al. *Teoreticheskiye osnovy ispytaniy i eksperimental'naya otrabotka slozhnykh tekhnicheskikh sistem* (Theoretical Basis of Testing and Experimental Development of Complex Technical Systems), Moscow, 2003. 736 p. (in Russ.)
11. Yusupov R.M., ed., *Elementy teorii ispytaniy i kontrolya tekhnicheskikh sistem* (Elements of the Theory of Testing and Control of Technical Systems), Leningrad, 1978, 192 p. (in Russ.)
12. Arseniev V.N. *Journal of Instrument Engineering*, 1991, no. 11 (34), pp. 16–22. (in Russ.)
13. Patent RU 2015553, *Statisticheskiy analizator* (Statistical Analyzer), Arsen'ev V.N., 1994, Bulletin 12. (in Russ.)
14. Postnikov V.M., Spiridonov S.B. *Science and Education of Bauman MSTU*, 2015, no. 06, pp. 267–287. (in Russ.)
15. Korobov B.V. *Sotsiologiya: metodologiya, metody, matematicheskoye modelirovaniye*, 2005, no. 20, pp. 54–73. (in Russ.)
16. Pugachev V.N. *Kombinirovannye metody opredeleniya veroyatnostnykh kharakteristik* (Combined Methods of Definition of Probability Characteristics), Moscow, 1973, 256 p. (in Russ.)
17. Shcherbakov P.S. *Automation and Remote Control*, 1988, no. 5, pp. 80–89. (in Russ.)
18. Arseniev V.N. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*, 2011, no. 633, pp. 18–24. (in Russ.)
19. Arseniev V.N., Adadurov S.E., Gerasimenko P.V., Degtyarev V.G. *Proceedings of 2017 20th IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM*, 2017.
20. Korolyuk V.S., Portenko N.I., Skorokhod A.V., Turbin A.F. *Spravochnik po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike* (Reference Book on Probability Theory and Mathematical Statistics), Moscow, 1985, 640 p. (in Russ.)

Data on authors

Vladimir N. Arseniev — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of On-board Information and Measuring Complexes; E-mail: vladar56@mail.ru

Avgust A. Ardashov — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Autonomous Control Systems; E-mail: avgusr.ar.@yandex.ru

Sergey B. Silantiev — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Autonomous Control Systems; E-mail: silantev2008@yandex.ru

Andrey A. Yadrenkin — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of On-board Information and Measuring Complexes; E-mail: andrei_nikita@mail.ru

For citation: Arseniev V. N., Ardashov A. A., Silantiev S. B., Yadrenkin A. A. Estimation of the maximum error of a complex system according to prior and experimental data. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 10. P. 855—863 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-10-855-863