

ВЫВОД АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА СОСРЕДОТОЧЕННОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭЛЕМЕНТ МЕМБРАНА-ПОЛОСА

В. Л. Ткалич¹, М. Е. Калинкина¹, А. Г. Коробейников^{1,2}, О. И. Пирожникова¹

¹Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: maria_kalinkina@mail.ru

²Санкт-Петербургский филиал

Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова РАН,
199034, Санкт-Петербург, Россия

Предложено аналитическое решение задачи анализа сосредоточенного нестационарного воздействия на мембрану-полосу бесконечной протяженности. При этом полоса имеет пренебрежимо малую жесткость на изгиб и при сосредоточенном нестационарном колебательном воздействии превращается в мембранный элемент. При анализе использованы функция Хевисайда и дельта-функция Дирака. Процедура вычисления прогиба мембраны-полосы при численном эксперименте реализована с помощью системы Maple. Представлены графические результаты выполненных расчетов прогиба мембраны-полосы. Предложенный метод позволяет решать прямую задачу о влиянии исходного заданного нестационарного воздействия на полосу. Представлены в графическом виде результаты расчета конкретной мембранной полосы.

Ключевые слова: упругий мембранный элемент, полоса, перемещение, сила нагружения, функция Хевисайда, дельта-функция Дирака, Maple

Введение. Значительный вклад в анализ стационарных и нестационарных колебаний круглых и прямоугольных мембранных элементов внесен С. П. Тимошенко, И. А. Поповым, Л. Е. Андреевой и др. [1—10]. Эти ученые занимались решением как прямых, так и обратных задач колебаний мембран в импульсном режиме нагружения. Однако вывод аналитического решения для конкретной задачи анализа сосредоточенного нестационарного колебательного воздействия на мембрану-полосу и получение его графического представления с помощью современных компьютерных средств по-прежнему являются актуальными задачами. В настоящей работе представлено решение прямой задачи о влиянии исходного (заданного) нестационарного нагружения мембраны-полосы бесконечной протяженности.

Вывод уравнения. Задача математического моделирования вышеназванного физического процесса ставилась и решалась при помощи различных методов [11—25]. В настоящей работе решение находится в заданном классе функций с использованием функции Хевисайда [26].

Рассмотрим прямоугольную мембрану (рис. 1), ограниченную прямыми $x = 0$, $x = l$, при условии, что мембрана по оси ординат бесконечна ($y \rightarrow \pm\infty$). Обозначим через $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq l, -\infty < y < \infty\}$, $t \in [0, \infty)$ время (открытый интервал).

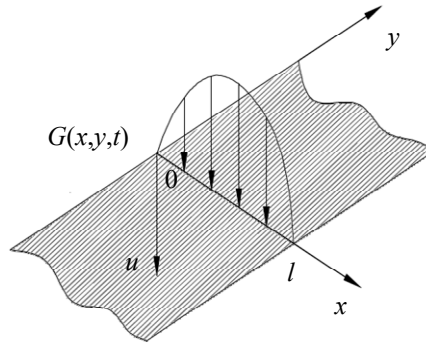


Рис. 1

Задача о нестационарных колебаниях мембранного элемента полосы сводится к решению уравнения:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = b^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + G(x, y, t) \quad (1)$$

при $\lim_{y \rightarrow \infty} u = 0$ и нулевых граничных и начальных условиях:

$$u|_{x=0} = u|_{x=l} = u|_{t=0} = \frac{\partial u}{\partial t} u|_{t=0} = 0, \quad (2)$$

$u(x, y, t)$ — перемещение точек в мембранном элементе-полосе, b — скорость распространения поперечных волн деформации. Внешняя нагрузка $G(x, y, t)$ с известной интенсивностью $P(t)$ сосредоточена по линии $y = 0$, а по оси абсцисс действует по закону $\sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$:

$$G(x, y, t) = \frac{1}{\rho} \delta(y) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) P(t), \quad (3)$$

где ρ — удельная плотность мембран, $\delta(y)$ — дельта-функция Дирака.

Перепишем (1) в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\delta(y) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) P(t)}{\rho b^2}. \quad (4)$$

Рассмотрим случай задания функции $P(t)$ в виде:

$$P(t) = P_0 \Theta(t),$$

где $\Theta(t)$ — функция Хевисайда, P_0 — const.

Так как $t \in [0, \infty)$, то $\Theta(t) = 1$, поэтому $P(t) = P_0$. В этом случае (4) будет иметь следующий вид:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \frac{\delta(y) P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)}{\rho b^2}. \quad (5)$$

С учетом начальных и граничных условий (2) решение для однородного уравнения:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0$$

тождественно равно нулю. Поэтому необходимо искать решение только для неоднородного уравнения (5). Это решение будем искать в виде:

$$u(x, y) = P_0 X(x) Y(y),$$

где

$$X(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) & 0 \leq x \leq l; \\ 0 & x < 0 \vee x > l. \end{cases}$$

Будем считать, что $0 \leq x \leq l$, иначе $u(x, y) \equiv 0$, тогда имеем:

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial (P_0 X(x) Y(y))}{\partial x} = P_0 Y(y) \frac{\pi}{l} \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right);$$

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} = -\frac{\pi^2}{l^2} P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) Y(y);$$

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial (P_0 X(x) Y(y))}{\partial y} = P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \frac{\partial Y(y)}{\partial y};$$

$$\frac{\partial u^2(x, y)}{\partial y^2} = P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \frac{\partial Y^2(y)}{\partial y^2},$$

отсюда

$$-\frac{\pi^2}{l^2} P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) Y(y) + P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \frac{\partial Y^2(y)}{\partial y^2} = \frac{\delta(y) P_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)}{\rho b^2} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial Y^2(y)}{\partial y^2} - \frac{\pi^2}{l^2} Y(y) = \frac{\delta(y)}{\rho b^2} \Rightarrow$$

$$Y(y) = C_1 e^{\frac{\pi}{l} y} + C_2 e^{-\frac{\pi}{l} y} + \frac{l}{2\pi \rho b^2} \Theta(y) \left(e^{\frac{\pi}{l} y} + e^{-\frac{\pi}{l} y} \right).$$

Из (2) следует, что $Y(\pm\infty) = 0$, отсюда найдем C_1 и C_2 :

$$Y(-\infty) = 0 = C_1 e^{\frac{\pi}{l}(-\infty)} + C_2 e^{-\frac{\pi}{l}(-\infty)} + \frac{l}{2\pi \rho b^2} \Theta(-\infty);$$

$$\left(e^{\frac{\pi}{l}(-\infty)} + e^{-\frac{\pi}{l}(-\infty)} \right) \Rightarrow C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot \infty + \frac{l}{2\pi \rho b^2} \cdot 0(0 + \infty) \Rightarrow C_2 = 0;$$

$$Y(\infty) = 0 = C_1 e^{\frac{\pi}{l}\infty} + C_2 e^{-\frac{\pi}{l}\infty} + \frac{l}{2\pi \rho b^2} \Theta(\infty) \left(e^{\frac{\pi}{l}\infty} + e^{-\frac{\pi}{l}\infty} \right) \Rightarrow$$

$$C_1 e^{\frac{\pi}{l}\infty} + \frac{l}{2\pi \rho b^2} \left(e^{\frac{\pi}{l}\infty} + e^{-\frac{\pi}{l}\infty} \right) = e^{\frac{\pi}{l}\infty} \left(C_1 + \frac{l}{2\pi \rho b^2} \right) +$$

$$+ \frac{l}{2\pi \rho b^2} e^{-\frac{\pi}{l}\infty} \Rightarrow C_1 = -\frac{l}{2\pi \rho b^2}.$$

Таким образом, решение уравнения (5) выглядит следующим образом:

$$u(x, y, t) = -\frac{lP(t)}{2\pi\rho b^2} X(x)Y(y) = -\frac{lP_0(t)\Theta(t)}{2\pi\rho b^2} X(x)Y(y). \quad (6)$$

Численные эксперименты. Для расчета прогиба мембраны-полосы, согласно (6), были приняты следующие исходные данные: $\rho = 7,8 \text{ кг/м}^3$ — удельная плотность; $b = 2800 \text{ м/с}$ — скорость распространения поперечных волн деформации; $l = 0,4 \text{ м}$ — ширина мембраны; $P_0 = 10^5 \text{ Н}$ — интенсивность действующей нагрузки.

Процедура вычисления была реализована при помощи системы Maple, которая используется для решения различных задач [2—4]. На рис. 2 представлены графические результаты выполненных расчетов.

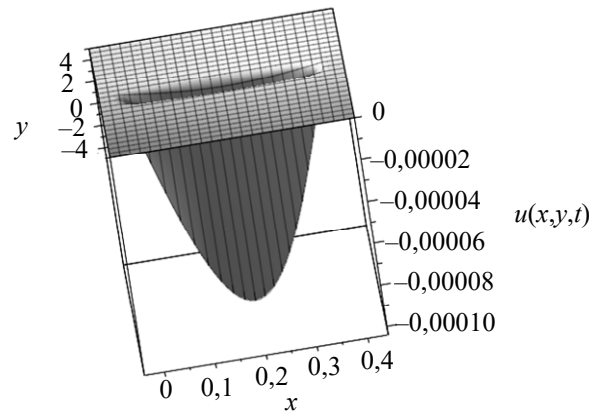


Рис. 2

Заключение. Рассмотрен метод решения задачи нестационарных колебаний мембраны, обеспечивающий решение прямой задачи о влиянии исходного заданного нестационарного нагружения мембраны-полосы. Решена задача для конкретных исходных данных и получено их графическое представление.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баничук Н. В. Расчет нагружения упруго-пластического тела // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1969. № 1. С. 128—135.
2. Галин Л. А. Упруго-пластическое кручение призматических стержней // Прикладная математика и механика. 1949. Т. 13, вып. 3. С. 285—296.
3. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
4. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. Т. 1. 648 с.; Мир, 1969. Т. 2. 863 с.
5. Прагер В., Ходж Ф. Теория идеально пластических тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 398 с.
6. Соколовский В. В. Теория пластичности. М.: Высш. шк., 1969. 608 с.
7. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехтеориздат, 1956. 407 с.
8. Черноусько Ф. Л. Метод локальных вариаций для численного решения вариационных задач // Журн. выч. матем. и мат. физики. 1965. Т. 5, № 4. С. 749—754.
9. Черноусько Ф. Л., Баничук Н. В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. 238 с.
10. Тертычный-Даури В. Ю. Решение вариационных динамических задач в условиях параметрической неопределенности // Проблемы передачи информации. 2005. Т. 41, вып. 1. С. 35—49.
11. Лабковская Р. Я., Козлов А. С., Пирожникова О. И., Коробейников А. Г. Моделирование динамики чувствительных элементов герконов систем управления // Кибернетика и программирование. 2014. Т. 5. С. 70.
12. Коробейников А. Г., Грищенко А. Ю. Разработка и исследование многомерных математических моделей с использованием систем компьютерной алгебры. СПб: НИУ ИТМО, 2014. 100 с.

13. Коробейников А. Г. Проектирование и исследование математических моделей в средах MATLAB и Maple. СПб: СПбГУ ИТМО, 2012. 160 с.
14. Ткалич В. Л., Калинкина М. Е., Пирожникова О. И., Коробейников А. Г. Метод балансировки чувствительного элемента микромеханического маятникового акселерометра // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 1. С. 70—77.
15. Коробейников А. Г., Калинкина М. Е., Ткалич В. Л., Пирожникова О. И., Гришенцев А. Ю. Моделирование состояния поверхности мембраны при точечном воздействии // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2020. Т. 20, № 1(125). С. 155—161.
16. Богатырев В. А., Богатырев С. В. Надежность мультикластерных систем с перераспределением потоков запросов // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 2. С. 171—177.
17. Пат. РФ 166022, МПК H01N 1/66 (2006.01), H01N 37/52 (2006.01), G08B 17/06 (2006.01). Мембранный термометаллический магнитоуправляемый контакт / А. С. Козлов, Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова. Заявл. 18.04.2016, опубл. 10.11.2016.
18. Пат. РФ 152655, МПК H01N 13/00 (2006.01). Мембранный переключатель / Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова. Заявл. 15.07.2014, опубл. 10.06.2015.
19. Пат. РФ 156527, МПК F16J 3/04 (2006.01). Мембранный сильфон / Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова, А. С. Козлов. Заявл. 01.07.2015, опубл. 10.11.2015.
20. Пат. РФ 144304, МПК H01N 1/66 (2006.01). Мембранный геркон / Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова. Заявл. 25.03.2014, опубл. 20.08.2014.
21. Пат. РФ 144833, МПК H01N 1/66 (2006.01). Мембранный геркон / Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова. Заявл. 14.04.2014, опубл. 10.09.2014.
22. Пат. РФ 192957, МПК G01L 9/04 (2006.01), B82Y 40/00 (2011.01). Чувствительный элемент прецизионного датчика давления / А. С. Козлов, Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова, М. Е. Калинкина. Заявл. 20.12.2018, опубл. 08.10.2019.
23. Калинкина М. Е., Коробейников А. Г., Коновалов Н. Ю., Пирожникова О. И., Ткалич В. Л., Шмаков Н. А. Влияние электростатических воздействий и температурного фактора на деформирование чувствительного элемента микромеханических приборов // Науч.-техн. вестн. Поволжья. 2019. № 1. С. 78—80.
24. Калинкина М. Е., Коробейников А. Г., Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И., Ткалич В. Л., Шмаков Н. А. Анализ параметров интегральных датчиков давления с термостабильным чувствительным элементом // Науч.-техн. вестн. Поволжья. 2019. № 1. С. 81—83.
25. Калинкина М. Е., Коробейников А. Г., Медведков Д. И., Пирожникова О. И., Ткалич В. Л., Шмаков Н. А. Разработка библиотеки конечных элементов для создания систем автоматизированного проектирования чувствительных элементов микромеханических приборов // Науч.-техн. вестн. Поволжья. 2019. № 1. С. 72—74.
26. Методы классической и современной теории автоматического управления: учеб. в 5 тт. Т. 1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егунова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 656 с.

Сведения об авторах

- Вера Леонидовна Ткалич** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет безопасности информационных технологий; E-mail: vera_leonidovna_tkalich@mail.ru
- Мария Евгеньевна Калинкина** — аспирант; Университет ИТМО, факультет безопасности информационных технологий; E-mail: mariia_kalinkina@mail.ru
- Анатолий Григорьевич Коробейников** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет безопасности информационных технологий; Санкт-Петербургский филиал ИЗМИРАН им. Н. В. Пушкова; зам. директора по науке; E-mail: Korobeynikov_A_G@mail.ru
- Ольга Игоревна Пирожникова** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, факультет безопасности информационных технологий; E-mail: cheesecake@mail.ru

Поступила в редакцию
18.12.19 г.

Ссылка для цитирования: Ткалич В. Л., Калинкина М. Е., Коробейников А. Г., Пирожникова О. И. Вывод аналитического решения для задачи анализа сосредоточенного колебательного воздействия на элемент мембраны // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 6. С. 562—568.

DERIVATION OF AN ANALYTICAL SOLUTION TO THE PROBLEM OF ANALYZING A CONCENTRATED VIBRATIONAL EFFECT ON A MEMBRANE-STRIP ELEMENT

V. L. Tklich¹, M. E. Kalinkina¹, A. G. Korobeynikov^{1,2}, O. I. Pirozhnikova¹

¹ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: mariia_kalinkina@mail.ru

²Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of the RAS, St. Petersburg Branch, 199034, St. Petersburg, Russia

An analytical solution is obtained for the problem on a membrane-strip of infinite length under the action of concentrated unsteady influence. It is supposed that the strip element has a negligible bending stiffness and turns into a membrane element under a concentrated unsteady vibrational effect. In the analysis, the Heaviside function and the Dirac delta function are used. The procedure for calculating the deflection of the membrane-strip in a numerical experiment is implemented using the Maple system. Graphical results of the calculations of the membrane-strip deflection are presented. The proposed approach makes it possible to solve a direct problem on the influence of a given non-stationary action on the membrane strip. The results of calculation carried out for a specific membrane strip are presented in graphical form.

Keywords: elastic membrane element, strip, displacement, loading force, Heaviside function, Dirac delta function, Maple

REFERENCES

1. Banichuk N.V. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela*, 1969, no. 1, pp. 128–135. (in Russ.)
2. Galin L.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1949, no. 3(13), pp. 285–296. (in Russ.)
3. Kachanov L.M. *Osnovy teorii plastichnosti* (Fundamentals of the Theory of Plasticity), Moscow, 1969, 420 p. (in Russ.)
4. Nadai A. *Theory of Flow and Fracture of Solids*, McGraw-Hill, 1950, 1277 p.
5. Prager W., Hodge Ph.G. *Theory of Perfectly Plastic Solids*, NY, John Wiley and Sons; London, Chapman and Hall, 1951.
6. Sokolovskiy V.V. *Teoriya plastichnosti* (Plasticity Theory), Moscow, 1969, 608 p. (in Russ.)
7. Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, Clarendon press, 1950.
8. Chernous'ko F.L. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 1965, no. 4(5), pp. 749–754. (in Russ.)
9. Chernous'ko F.L., Banichuk N.V. *Variatsionnyye zadachi mekhaniki i upravleniya* (Variational Problems of Mechanics and Control), Moscow, 1973, 238 p. (in Russ.)
10. Tertychny-Dauri V.Yu. *Problems of Information Transmission*, 2005, no. 1(41), pp. 45–58.
11. Labkovskaya R.Ya., Kozlov A.S., Pirozhnikova O.I., Korobeynikov A.G. *Kibernetika i programmirovaniye*, 2014, vol. 5, pp. 70.
12. Korobeynikov A.G., Grishentsev A.Yu. *Razrabotka i issledovaniye mnogomernykh matematicheskikh modeley s ispol'zovaniyem sistem komp'yuternoy algebry* (Development and Research of Multidimensional Mathematical Models Using Computer Algebra Systems), St. Petersburg, 2014, 100 p. (in Russ.)
13. Korobeynikov A.G. *Proyektirovaniye i issledovaniye matematicheskikh modeley v sredakh MATLAB i Maple* (Design and Study of Mathematical Models in MATLAB and Maple Environments), St. Petersburg, 2012, 160 p. (in Russ.)
14. Tklich V.L., Kalinkina M.E., Pirozhnikova O.I., Korobeynikov A.G. *Journal of Instrument Engineering*, 2020, no. 1(63), pp. 70–77 (in Russ.)
15. Korobeynikov A.G., Kalinkina M.E., Tklich V.L., Pirozhnikova O.I., Grishentsev A.Yu. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2020, no. 1(20), pp. 155–161 (in Russ.)
16. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2017, no. 2(60), pp. 171–177. (in Russ.)
17. Patent RU 166022 (U1), H01H 1/66, H01H 37/52, G08B 17/06, *Membrannyy termobimetallicheskiy magnitoupriyemnyy kontakt* (Membrane Thermobimetallic Magnetically Controlled Contact), V.L. Tklich, R.Ya. Labkovskaya, O.I. Pirozhnikova, A.S. Kozlov, Patent application no. 2016115033/07, Priority 18.04.2016, Published 10.11.2016. (in Russ.)
18. Patent RU 152655, H01H 13/00 (2006.01), *Membrannyy pereklyuchatel'* (Membrane switch), R.Ya. Labkovskaya, V.L. Tklich, O.I. Pirozhnikova, Patent application no. 2014129204/07, Priority 15.07.2014, Published 10.06.2015. (in Russ.)
19. Patent RU 156527, F16J 3/04 (2006.01), *Membrannyy sil'fon* (Membrane Bellows), R.Ya. Labkovskaya, V.L. Tklich, O.I. Pirozhnikova, A.S. Kozlov, Patent application

- no. 2015126427/05, Priority 01.07.2015, Published 10.11.2015. (in Russ.)
20. Patent RU 144304, H01H 1/66 (2006.01), *Membranny gerkon* (Membrane Reed Switch), R.Ya. Labkovskaya, V.L. Tkalich, O.I. Pirozhnikova, Patent application no. 2014111614/07, Priority 25.03.2014, Published 20.08.2014. (in Russ.)
 21. Patent RU 144833, H01H 1/66 (2006.01), *Membranny gerkon* (Membrane Reed Switch), R.Ya. Labkovskaya, V.L. Tkalich, O.I. Pirozhnikova, Patent application no. 2014114689/07, Priority 14.04.2014, Published 10.09.2014. (in Russ.)
 22. Patent RU 192957 (U1), G01L 9/04, B82Y 40/00, *Chuvstvitel'nyy element pretsizionnogo datchika davleniya* (Sensor Element for Precision Pressure Detector), V.L. Tkalich, R.Ya. Labkovskaya, O.I. Pirozhnikova, A.S. Kozlov, M.E. Kalinkina, Patent application no. 2017120116, Priority 07.06.2017, Published 17.01.2018. (in Russ.)
 23. Kalinkina M.E., Korobeynikov A.G., Konovalov N.Yu., Pirozhnikova O.I., Tkalich V.L., Shmakov N.A. *Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya*, 2019, no. 1, pp. 78–80. (in Russ.)
 24. Kalinkina M.E., Korobeynikov A.G., Labkovskaya R.Ya., Pirozhnikova O.I., Tkalich V.L., Shmakov N.A. *Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya*, 2019, no. 1, pp. 81–83. (in Russ.)
 25. Kalinkina M.E., Korobeynikov A.G., Medvedkov D.I., Pirozhnikova O.I., Tkalich V.L., Shmakov N.A. *Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya*, 2019, no. 1, pp. 72–74. (in Russ.)
 26. Pupkov K.A., Egupov N.D., ed., *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya: Tom 1: Matematicheskiye modeli, dinamicheskiye kharakteristiki i analiz sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of the Classical and Modern Theory of Automatic Control. Vol. 1: Mathematical Models, Dynamic Characteristics and Analysis of Automatic Control Systems), Moscow, 2004, 656 p. (in Russ.)

Data on authors

- | | |
|--------------------------------|--|
| Vera L. Tkalich | — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Secure Information Technologies; E-mail: vera_leonidovna_tkalich@mail.ru |
| Maria E. Kalinkina | — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Secure Information Technologies; E-mail: mariia_kalinkina@mail.ru |
| Anatoly G. Korobeynikov | — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Secure Information Technologies; Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of the RAS, St. Petersburg Branch; Deputy Director for Science; E-mail: Korobeynikov_A_G@mail.ru |
| Olga I. Pirozhnikova | — PhD; ITMO University, Faculty of Secure Information Technologies; E-mail: cheesecake@mail.ru |

For citation: Tkalich V. L., Kalinkina M. E., Korobeynikov A. G., Pirozhnikova O. I. Derivation of an analytical solution to the problem of analyzing a concentrated vibrational effect on a membrane-strip element. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 6. P. 562—568 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-6-562-568