

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА

С. И. НИЗОВЦЕВ, С. В. ШАВЕТОВ, А. А. ПЫРКИН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: s.shavetov@itmo.ru*

Рассматривается задача идентификации переменной частоты сигнала синусоидальной формы. С помощью процедуры итеративной параметризации, динамического расширения регрессора и смешивания (DREM) и наблюдателя Люенбергера формируются оценки нестационарных параметров. В результате проведенного численного моделирования продемонстрирована работоспособность предложенного алгоритма.

Ключевые слова: идентификация параметров, нестационарная частота, наблюдатель Люенбергера, DREM

Введение. Задача идентификации частоты периодического сигнала крайне актуальна в большом количестве практических приложений — в системах динамического позиционирования и компенсации возмущений, системах виброзащиты, системах мониторинга при определении параметров высотных или большепролетных строительных сооружений [1].

В настоящей статье развивается подход, при котором модель сигнала сводится к линейной регрессионной модели, содержащей неизвестные нестационарные параметры [2—4]. Случай, когда на конечных интервалах времени изменяются во времени параметры по линейному закону с постоянным временем, представлен в работах [5, 6]. Решение задачи синтеза наблюдателя для нестационарной системы с полиномиальными параметрами произвольной степени рассмотрено в [7, 8]. Основным недостатком указанных работ является неочевидность применения для реальных практических задач.

Представленный в настоящей статье алгоритм может быть использован в системах мониторинга состояния зданий [9, 10], что позволяет существенно расширить области применения данных систем, например, на задачи мониторинга состояния секций высотных металлоконструкций при их монтаже.

Постановка задачи. Рассматривается синусоидальный сигнал

$$y(t) = A \sin(\omega(t)t + \varphi) \quad (1)$$

с неизвестными постоянными амплитудой A и начальной фазой φ и переменной частотой $\omega(t)$, удовлетворяющей следующей модели:

$$\dot{\omega}(t) = \beta_i,$$

где $\beta_i = \text{const}$ для $\forall t \in [t_i, t_{i+1})$ — неизвестная кусочно-постоянная функция.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания неизвестной частоты $\hat{\omega}(t)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega(t) - \hat{\omega}(t)) = 0.$$

Параметризация модели. Продифференцируем $y=y(t)$ трижды:

$$\dot{y} = A \cos(\omega t + \varphi)(\omega + \beta t),$$

$$\ddot{y} = -A \sin(\omega t + \varphi)(\omega + \beta t)^2 + 2A \cos(\omega t + \varphi),$$

$$\ddot{\ddot{y}} = -A \cos(\omega t + \varphi)(\omega + \beta t)^3 - A \sin(\omega t + \varphi)(6\beta(\omega + \beta t)),$$

и выразим $\ddot{\ddot{y}}$ через y и \dot{y} , исключая тригонометрические функции:

$$\ddot{\ddot{y}} = -\beta^2 t^2 \dot{y} - 6\beta^2 t y - 2\beta \omega t \dot{y} - 6\beta \omega y - \omega^2 \dot{y}. \quad (2)$$

Применим фильтр $\frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}$ к выражению (2) и перепишем его в следующем виде:

$$Z(\lambda) = \beta^2 \Psi_1(\lambda) + \beta \omega \Psi_2(\lambda) + \omega^2 \Psi_3(\lambda), \quad (3)$$

$$Z(\lambda) = \frac{\lambda^3 p^3}{(p+\lambda)^3} y,$$

$$\Psi_1(\lambda) = -\frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2} \left[t^2 \frac{\lambda p}{p+\lambda} y \right] + 2 \frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^3} \left[t \frac{\lambda p}{p+\lambda} y \right] + 6 \frac{1}{p+\lambda} \left[t \frac{\lambda^3 p}{(p+\lambda)^3} y \right] -$$

$$-6 \frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3} [t y] + 18 \frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^4} [y],$$

$$\Psi_2(\lambda) = -6 \frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3} [y] - 2t \frac{\lambda^3 p}{(p+\lambda)^3} [y] + 12 \frac{\lambda^3 p}{(p+\lambda)^4} [y], \quad \Psi_3(\lambda) = -\frac{\lambda^3 p}{(p+\lambda)^3} [y].$$

Следуя методу динамического расширения регрессора и смешивания DREM, выберем три различных параметра $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ и запишем уравнение (3) в матричном виде:

$$Z = \Psi \Sigma, \quad Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{23} \\ \Psi_{31} & \Psi_{32} & \Psi_{33} \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \beta^2 \\ \beta \omega \\ \omega^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Умножая уравнение (4) на союзную матрицу для Ψ , получим три скалярных уравнения:

$$Y(t) = \Delta(t) \Sigma, \quad (5)$$

где $Y(t) = \text{adj}(\Psi) Z$ и $\Delta(t) = \det \Psi$, так как определитель матрицы $\Delta(t)$ — скалярная функция.

На основе первого уравнения (5) построим алгоритм оценивания вспомогательного параметра $\beta_2 = \beta^2$ с некоторым $\gamma > 0$:

$$\dot{\hat{\beta}}_2 = \gamma \Delta (Y_1 - \Delta \hat{\beta}_2).$$

Используя вспомогательный сигнал $w(t)$

$$\dot{w} = -\gamma \Delta^2 w, \quad w(0) = 1 \quad \text{или} \quad w(t) = \exp \left\{ -\gamma \int_0^t \Delta^2(s) ds \right\}$$

и уравнение для ошибки оценивания параметра β_2

$$\beta_2 - \hat{\beta}_2(t) = w(\beta_2 - \hat{\beta}_2(0)), \quad (6)$$

выразим оценку параметра β_2 за конечное время (finite time — FT):

$$\hat{\beta}_2^{\text{FT}} = \beta_2 = \frac{\hat{\beta}_2(t) - \hat{\beta}_2(0)w}{1-w}.$$

Доопределяя знаком, сформируем оценку параметра β :

$$\hat{\beta} = \sqrt{\hat{\beta}_2^{\text{FT}}} \cdot \text{sgn} \Delta \cdot \text{sgn} Y_2.$$

Построим наблюдатель частоты

$$\dot{\hat{\omega}} = \hat{\beta} + \gamma_2 \Delta \hat{\beta} (Y_2 - \Delta \hat{\beta} \hat{\omega}). \quad (7)$$

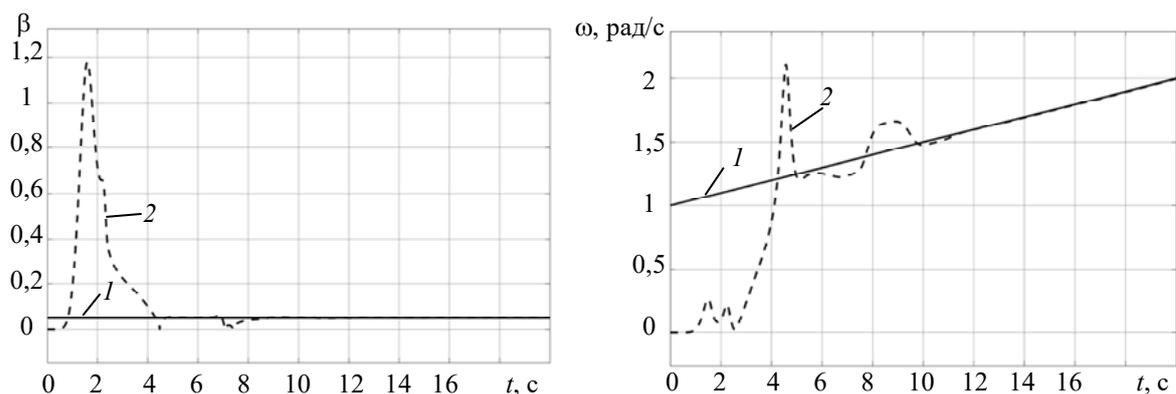
Аналогично (6) можно получить оценку частоты за конечное время, модифицируя (7) к виду

$$\hat{\omega}^{\text{FT}}(t) = \frac{\hat{\omega}(t) - w_1 \hat{\omega}(0) - w_2}{1 - w_1}$$

с использованием вспомогательных переменных w_1 и w_2 :

$$\dot{w}_1 = -\gamma_2 \Delta^2 \hat{\beta} w_1, \quad \dot{w}_2 = -\gamma_2 \Delta^2 \hat{\beta}^2 w_2 + w_1, \quad w_1(0) = 1, \quad w_2(0) = 0.$$

Результаты моделирования. Рассмотрим сигнал $y(t) = 2 \sin(\omega(t)t + 1)$, $\dot{\omega} = 0,05$ рад/с. Оценки параметра β и искомой переменной частоты ω для параметров $\lambda_{1,2,3} = 1, 2, 3$ и $\gamma = \gamma_2 = 10^5$ приведены на рисунке, где 1 — истинное значение, 2 — оценка.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Besancon G. Nonlinear Observers and Applications. Berlin: Springer, 2007. Vol. 363. P. 224.
2. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. Vol. 133. Paper N 104519.
3. Vediakova A. O., Vedyakov A. A., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Gromov V. S. Finite time frequency estimation for multi-sinusoidal signals // European Journal of Control. 2021. Vol. 59. P. 38—46.
4. Во К. Д., Бобцов А. А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика. 2020. № 12. С. 100—110.
5. Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Арановский С. В., Во К. Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 259—265.
6. Ван Ц., Ле В. Т., Пыркин А. А., Колубин С. А., Бобцов А. А. Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71—82.
7. Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А. Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2021. № 3. С. 374—379.

8. Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А. Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 6. С. 459—468.
9. Sakharov I. I., Shashkin M. A., Nizovtsev S. I. Real-time vibration monitoring // Proc. of the Intern. Conf. on Geotechnics Fundamentals and Applications in Construction: New Materials, Structures, Technologies and Calculations (GFAC 2019). St. Petersburg, 06 Febr. 2019. P. 301—306.
10. Татаркин С. А., Шашкин М. А., Низовцев С. И., Кирпичев А. А., Шкатов П. Н. Исследование нелинейных микродинамических свойств грунта и их применение для целей повышения надежности и эффективности обследования зданий, мониторинга при производстве геотехнических работ в особых геологических условиях // Приборы. 2017. № 3. С. 14—23.

Сведения об авторах

Сергей Игоревич Низовцев

— аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: nizovtsev.si@gmail.com

Сергей Васильевич Шаветов

— канд. техн. наук; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: s.shavetov@itmo.ru

Антон Александрович Пыркин

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; декан факультета; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Поступила в редакцию
07.07.2021 г.

Ссылка для цитирования: Низовцев С. И., Шаветов С. В., Пыркин А. А. Алгоритм оценивания переменной частоты синусоидального сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 9. С. 789—793.

ALGORITHM FOR ESTIMATING THE VARIABLE FREQUENCY OF SINUSOIDAL SIGNAL

S. I. Nizovtsev, S. V. Shavetov, A. A. Pyrkin

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia

E-mail: s.shavetov@itmo.ru

The problem of identifying time-varying frequency of sinusoidal signal is considered. Using the iterative parameterization procedure, dynamic regressor extension and mixing technique, and Luenberger observer, estimations of non-stationary parameters are designed. Presented results of numerical simulation, the proposed algorithm efficiency is demonstrated.

Keywords: parameter identification, non-stationary frequency, Luenberger observer, DREM

REFERENCES

1. Besancon G. *Nonlinear observers and applications*, Berlin, Springer, 2007, vol. 363, 224 p.
2. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, paper no. 104519.
3. VEDIKOVA A.O., Vedyakov A.A., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A. and Gromov V.S. *European Journal of Control*, 2021, vol. 59, pp. 38–46.
4. Quoc D.V., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2020, no. 12, pp. 2220–2229.
5. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. *Mechatronics, Automation, Control*, 2019, no. 5(20), pp. 259–265. (in Russ.)
6. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2018, no. 12, pp. 2159–2168.
7. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, no. 3, pp. 374–379. (in Russ.)
8. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 6, pp. 459–468. (in Russ.)
9. Sakharov I.I., Shashkin M.A., Nizovtsev S.I. *Proceedings of the International Conference on Geotechnics Fundamentals and Applications in Construction: New Materials, Structures, Technologies and Calculations (GFAC 2019)*, 2019, pp. 301–306.
10. Tatarikin S.A., Shashkin M.A., Nizovtsev S.I., Kirpichev A.A., Shkatov P.N. *Pribory (Instruments)*, 2017, no. 3, pp. 14–23. (in Russ.)

Data on authors

- Sergey I. Nizovtsev** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: nizovtsev.si@gmail.com
- Sergey V. Shavetov** — PhD, ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: s.shavetov@itmo.ru
- Anton A. Pyrkin** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Dean of the Faculty; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

For citation: Nizovtsev S. I., Shavetov S. V., Pyrkin A. A. Algorithm for estimating the variable frequency of sinusoidal signal. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 9. P. 789—793 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-9-789-793