УДК 623.4.016
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-10-799-805

МЕТОД ВЫБОРА ЦЕЛЕВОГО ОБЪЕКТА ПО ОГРАНИЧЕННОМУ ЧИСЛУ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПРИЗНАКОВ

В. Н. Арсеньев[1], А. К. Ключкин[2], А. А. Ядренкин[1]

[1]*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия*
E-mail: vladar56@mail.ru
[2]*Государственный испытательный космодром МО РФ, Камчатский край, г. Ключи-1, 684401, Россия*

Рассматривается задача выбора целевого объекта из множества попадающих в поле зрения наблюдателя по ограниченному числу измерений неоднородных селективных признаков. Для решения задачи с требуемой вероятностью при различном числе измерений отдельных признаков вводится комбинированный безразмерный признак. Предлагаемый подход не требует накопления больших объемов измерительной информации и может быть использован для принятия решений при физической неоднородности измеряемых величин.

Ключевые слова: *наблюдаемые объекты, неоднородные селективные признаки, ограниченное число измерений, комбинированный признак, принятие решения*

Введение. В различных задачах, связанных с принятием решений, достаточно часто возникает необходимость выбора из множества наблюдаемых объектов некоторого целевого, который по совокупности неоднородных физических признаков (в дальнейшем будем называть их селективными), характерных для всех объектов, наиболее близок к заданному эталону [1, 2]. С этой целью проводятся наблюдения за селективными признаками каждого объекта и на основе выбранной метрики, характеризующей близость измеренных значений к эталонным, принимается решение о целевом объекте [3, 4]. При нормальном законе распределения селективных признаков наиболее распространенной метрикой является обобщенное расстояние Махаланобиса [5] и его частные случаи (евклидово расстояние, „взвешенное“ евклидово расстояние, хеммингово расстояние) [6, 7]. На практике число измерений отдельных физически неоднородных признаков может различаться, что затрудняет применение данных метрик. Для использования критерия отношения правдоподобия, также широко применяемого при решении задач выбора [8, 9], необходимо иметь результаты достаточно большого числа измерений вектора селективных признаков [10], что на практике не всегда удается реализовать. Уменьшить объем измерительной информации позволяют методы [4, 11], в основе которых также лежит критерий отношения правдоподобия. Однако при этом вероятность принятия того или иного решения может быть определена только приближенно. Повысить точность оценок можно путем учета априорной информации, используя, например, методы, описанные в работах [12—14]. К сожалению, дальнейшее использование этих оценок при решении задачи выбора требует, как правило, их адаптации к соответствующим критериям. В настоящей статье предлагается подход к решению рассматриваемой задачи, лишенный, на наш взгляд, отмеченных недостатков.

Постановка задачи. В поле зрения наблюдателя попадает R объектов. Каждый из них характеризуется n независимыми, случайными, и в общем случае — разнородными, селективными признаками X_i, $i=\overline{1,n}$, имеющими нормальный закон распределения.

Имеются эталонные значения $x_{эi}$, $i=\overline{1,n}$, селективных признаков для целевого объекта (объекта, интересующего наблюдателя), а также измерительная информация об этих признаках для всех наблюдаемых объектов. Она представлена множествами $\Omega_r=\left\{x_{rij},\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,N_i}\right\}$, $r=\overline{1,R}$, где x_{rij} — значение i-го селективного признака, полученное при его j-м измерении для r-го объекта; $N_i \ge 1$ — число измерений i-го признака. При этом один селективный признак для всех объектов измеряется одинаковое число раз, а число измерений разных признаков $N_1, N_2, \ldots, N_n$ может различаться.

Погрешности измерений селективных признаков характеризуются заданными значениями дисперсии D_{X_i}, $i=\overline{1,n}$, которые могут быть различными.

Необходимо из множества наблюдаемых объектов выбрать целевой. Для решения этой задачи предлагается использовать безразмерный комбинированный признак.

Построение модели комбинированного признака. В качестве общей характеристики наблюдаемых объектов рассматривается безразмерный признак:

$$Y=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}\,, \tag{1}$$

где α_i — неизвестные коэффициенты, размерность которых обратна размерности соответствующих признаков, т.е. $\left[\alpha_i\right]=\dfrac{1}{\left[X_i\right]}$, $i=\overline{1,n}$; X_{ij} — случайное значение i-го признака при его j-м измерении.

Поскольку в частном случае дисперсии D_{X_i}, $i=\overline{1,n}$, характеризующие погрешность измерений селективных признаков, могут быть одинаковыми, на неизвестные параметры α_i, $i=\overline{1,n}$, модели (1) накладывается ограничение

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i N_i c_i=1\,, \tag{2}$$

где c_i — единичные коэффициенты, размерность которых совпадает с размерностью соответствующих признаков, т.е. $\left[c_i\right]=\left[X_i\right]$, $i=\overline{1,n}$.

Коэффициенты модели (1) определяются из условия минимума дисперсии комбинированного признака Y:

$$D_Y=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2\sum_{j=1}^{N_i}D_{X_i}=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2 N_i D_{X_i} \tag{3}$$

при ограничении (2).

Задача решается методом неопределенных множителей Лагранжа [15], в соответствии с которым составляется обобщенная функция

$$L=D_Y+2\lambda\left(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i N_i c_i-1\right)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2 N_i D_{X_i}+2\lambda\left(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i N_i c_i-1\right), \tag{4}$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа.

Необходимые условия минимума функции L имеют вид:

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i=a_i} = 2a_i N_i D_{X_i} + 2\lambda N_i c_i = 0,\ i=\overline{1,n};$$

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \lambda}\right|_{\alpha_i=a_i} = 2\left(\sum_{i=1}^{n} a_i N_i c_i - 1\right) = 0.$$

Из первого выражения находятся величины $a_i = -\dfrac{\lambda c_i}{D_{X_i}},\ i=\overline{1,n}$. Подстановка их во второе выражение дает уравнение для определения множителя λ:

$$-\lambda \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i c_i^2}{D_{X_i}} = 1,$$

из которого получается $\lambda = -\dfrac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{N_i c_i^2}{D_{X_i}}}$.

Тогда выражения для определения коэффициентов модели (1) принимают вид:

$$a_i = \frac{c_i / D_{X_i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} N_i c_i^2 / D_{X_i}},\ i=\overline{1,n}. \tag{5}$$

Отсюда видно, что параметры a_i комбинированного признака зависят не только от погрешностей измерений, но и от числа измерений отдельных селективных признаков.

Точность полученной таким образом модели для определения комбинированного признака

$$Y = \sum_{i=1}^{n} a_i \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij} \tag{6}$$

можно оценить по величине его дисперсии D_Y. Для этого необходимо подставить в правую часть уравнения (3) выражения для коэффициентов (5):

$$D_Y = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 N_i D_{X_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i^2 / D_{X_i}^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} N_i c_i^2 / D_{X_i}\right)^2} N_i D_{X_i} = \frac{1}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} N_i c_i^2 / D_{X_i}\right)^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i^2 N_i}{D_{X_i}} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} N_i c_i^2 / D_{X_i}}. \tag{7}$$

Эталонное значение комбинированного признака в соответствии с формулами (5) и (6) определяется выражением

$$y_э = \sum_{i=1}^{n} a_i N_i x_{эi} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} N_i c_i^2 / D_{X_i}} \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i c_i x_{эi}}{D_{X_i}}. \tag{8}$$

На основе сравнения комбинированного признака с эталонным значением можно построить решающее правило для выбора целевого объекта.

Принятие решения о целевом объекте. В качестве меры, характеризующей близость комбинированного признака Y к эталонному значению $y_э$, используется величина

$$Z = \frac{\left(Y - y_э\right)^2}{D_Y}. \tag{9}$$

Поскольку селективные признаки X_i, $i=\overline{1,n}$, распределены по нормальному закону, то и случайная величина *Y,* согласно модели (6), будет также распределена нормально. Тогда при условии справедливости гипотезы о том, что математическое ожидание комбинированного признака равно эталонному значению, величина *Z* будет иметь χ^2-распределение с одной степенью свободы. Функция плотности распределения *Z* при этом

$$\varphi_Z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}z^{-1/2}e^{-z/2}.$$

Задавшись некоторой малой вероятностью γ, из уравнения

$$P(Z\ge z_\gamma)=\int\limits_{z_\gamma}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}z^{-1/2}e^{-z/2}dz=\gamma \tag{10}$$

можно найти граничное значение z_γ для проверки рассматриваемой гипотезы. Критическая область будет находиться правее z_γ, а вероятность отвергнуть эту гипотезу, когда она на самом деле верна, равна γ.

Таким образом, для выбора целевого объекта из множества попавших в поле зрения наблюдателя необходимо:

1) по формуле (5) определить коэффициенты a_i, $i=\overline{1,n}$, модели комбинированного признака и по формуле (8) его эталонное значение $y_э$;

2) по результатам измерений $\Omega_r=\left\{x_{rij},\ j=\overline{1,N_i},\ i=\overline{1,n}\right\}$, $r=\overline{1,R}$, селективных признаков рассчитать значения комбинированного признака для каждого из объектов по формуле

$$y_r=\sum_{i=1}^{n}a_i\sum_{j=1}^{N_i}x_{rij},\ r=\overline{1,R}; \tag{11}$$

3) по формуле (9) определить соответствующие значения *Z*:

$$z_r=\frac{\left(y_r-y_э\right)^2}{D_Y},\ r=\overline{1,R}; \tag{12}$$

4) задать требуемое значение вероятности γ;

5) из уравнения (10) с помощью таблицы (приведенной, например, в работе [16]), входами в которую являются число степеней свободы 1 и вероятность γ, найти граничное значение z_γ;

6) проверить условие $z_r\le z_\gamma$, $r=\overline{1,R}$, и определить множество *S* номеров объектов, удовлетворяющих этим условиям;

7) из множества *S* выбрать номер *s* объекта, для которого

$$z_s=\min\left\{z_\nu,\ \nu\in S\right\}.$$

При этом вероятность того, что будет принято правильное решение, равна 1–γ;

8) если для всех объектов $z_r > z_\gamma$, то полагается, что интересующий объект отсутствует в поле зрения наблюдателя и для принятия решения необходима дополнительная измерительная информация. При отсутствии такой информации предпочтение отдается объекту с наименьшим значением меры (12).

Иллюстративный пример. В поле зрения наблюдателя попадают три объекта, каждый из которых характеризуется пятью независимыми, нормально распределенными селективными признаками.

Заданы эталонные значения селективных признаков, в качестве которых рассматриваются: величины, определяющие размеры объекта, $x_{э1}$=15 м, $x_{э2}$=2 м; скорость движения объекта $x_{э3}$=750 км/ч; угловые координаты, определяющие положение объекта в поле зрения наблюдателя, $x_{э4}$=35 град; $x_{э5}$=5 град.

Для определения целевого объекта проведены измерения: по одному измерению первого (N_1=1), второго (N_2=1) и третьего (N_3=1) признака, и по два четвертого (N_4=2) и пятого признака (N_5=2).

Известны дисперсии погрешностей, с которыми наблюдатель определяет значения селективных признаков: $D_{X_i} = 0,25$ м^2; $D_{X_2} = 0,25$ м^2; $D_{X_3} = 8$ км^2 / ч^2; $D_{X_4} = 0,16$ град^2; $D_{X_5} = 0,16$ град^2.

На основе этих данных получены: по формуле (5), где c_1=c_2=1 м, c_3=1 км/ч, c_4=c_5=1 град, значения a_1=0,1207, a_2=0,1207, a_3=0,0038, a_4=0,1887, a_5=0,1887 коэффициентов модели (6); по формуле (7) — оценка D_Y=0,0302 дисперсии комбинированного признака; по формуле (8) — эталонное значение $y_э$=19,98 комбинированного признака.

Измеренные значения селективных признаков имеют вид:

— для 1-го объекта: $x_{142} = 35,31$ град; $x_{111} = 15,81$ м; $x_{121} = 1,93$ м; $x_{131} = 759,46$ км/ч; $x_{141} = 35,38$ град; $x_{142} = 35,31$ град; $x_{151} = 5,09$ град; $x_{152} = 5,48$ град;

— для 2-го объекта: $x_{211} = 14,70$ м; $x_{221} = 2,30$ м; $x_{231} = 741,42$ км/ч; $x_{241} = 34,06$ град; $x_{242} = 34,73$ град; $x_{251} = 4,82$ град; $x_{252} = 4,93$ град;

— для 3-го объекта: $x_{311} = 15,60$ м; $x_{321} = 2,89$ м; $x_{331} = 755,15$ км/ч; $x_{341} = 35,75$ град; $x_{342} = 35,83$ град; $x_{351} = 4,67$ град; $x_{352} = 4,90$ град.

По этим результатам на основе формул (11), (12) для каждого объекта рассчитаны значения комбинированного признака и меры, характеризующей близость комбинированного признака к эталонному значению: y_1=20,34; y_2=19,67; y_3=20,39; z_1=4,36; z_2=3,14; z_3=5,74.

Задавшись некоторой малой вероятностью, например γ=0,05, из таблицы [16] получаем граничное значение z_γ=3,84.

Сравнение величин z_1, z_2, z_3 с z_γ=3,84 показывает, что в качестве целевого следует выбрать второй объект, поскольку $z_2 < z_\gamma$. При этом вероятность того, что принято неверное решение, γ=0,05.

Заключение. Предложенный метод выбора целевого объекта из множества объектов, попадающих в поле зрения наблюдателя, позволяет решить задачу при минимальном числе измерений селективных признаков, характеризующих объекты наблюдения. Фактически достаточно иметь по одному измерению всех селективных признаков для каждого наблюдаемого объекта.

Метод может быть использован и в тех случаях, когда законы распределения отдельных селективных признаков отличаются от нормального, поскольку в соответствии с моделью (1) и центральной предельной теоремой закон распределения комбинированного признака будет близок к нормальному. Достоинством метода является также то, что число измерений отдельных признаков может различаться, что ограничивает применимость известных методов.

Такой подход может быть использован для решения широкого круга задач, связанных с необходимостью принятия решений при малом объеме измерительной информации и физическом различии измеряемых величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Айзерман М. А., Алескеров Ф. Т.* Выбор вариантов: основы теории. М.: Наука, 1990. 240 с.

2. *Арсеньев В. Н., Сергеев В. А., Блажко А. К., Шосталь В. Ю.* Модель автономной системы классификации космических объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2004. Т. 47. № 12. С. 3—7.

3. *Багров А. В., Кириченко Д. В.* Использование оптических средств СККП для обнаружения опасных космических объектов естественного происхождения // Вопросы радиоэлектроники. 2007. Т. 2, № 2. С. 20—25.

4. *Арсеньев В. Н., Трофимов И. А.* Решение задачи выбора в условиях физической неоднородности и ограниченности наблюдаемых признаков // Информационно-управляющие системы. 2015. № 4(77). С. 114—118.

5. *Амелькин С. А., Захаров А. В., Хачумов В. М.* Обобщенное расстояние Евклида—Махаланобиса и его свойства // Информационные технологии и вычислительные системы. 2006. № 4. С. 40—44.

6. *Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.* Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.

7. *Дмитриев А. К., Юсупов Р. М.* Идентификация и техническая диагностика: учеб. для вузов. Л.: МО СССР, 1987. 521 с.

8. *Фомин Я. А.* Распознавание образов: теория и применения. М.: ФАЗИС. 2012. 429 с.

9. *Greene W. H.* Econometric analysis. NY: Pearson Education, Inc., 2003. 1026 p.

10. *Мерков А. Б.* Распознавание образов. Построение и обучение вероятностных моделей. М.: Ленанд, 2014. 240 с.

11. *Арсеньев В. Н., Фадеев А. С.* Методика проверки соответствия характеристик системы управления заданным требованиям по ограниченному числу испытаний // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 10. С. 43—48.

12. *Арсеньев В. Н., Петухов А. Б., Ядренкин А. А.* Методика уточнения априорных вероятностей состояний сложной системы по опытным данным // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 3. С. 199—204.

13. *Буряк Ю. И., Скрынников А. А.* Повышение степени обоснованности принимаемых решений в системе распознавания за счет использования априорной информации // Науч. вестн. Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2015. № 220(10). С. 47—54.

14. *Александровская Л. Н., Круглов В. И., Кузнецов А. Г.* и др. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем: учеб. пособие. М.: Логос, 2003. 736 с.

15. *Карманов В. Г.* Математическое программирование. М.: Физматлит, 2004. 263 с.

16. *Пугачев В. С.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Физматлит, 2002. 496 с.

Сведения об авторах

Владимир Николаевич Арсеньев — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов; E-mail: vladar56@mail.ru

Александр Константинович Ключкин — 1-й Государственный испытательный космодром МО РФ; 1 научно-испытательный отдел; инженер; E-mail: sanya.klyuchkin.95@mail.ru

Андрей Александрович Ядренкин — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов; E-mail: andrei_nikita@mail.ru

Поступила в редакцию
19.04.2021 г.

Ссылка для цитирования: *Арсеньев В. Н., Ключкин А. К., Ядренкин А. А.* Метод выбора целевого объекта по ограниченному числу измерений физически неоднородных признаков // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 10. С. 799—805.

METHOD FOR TARGET OBJECT SELECTING BASED ON A LIMITED NUMBER OF MEASUREMENTS OF PHYSICALLY DISSIMILAR FEATURES

V. N. Arseniev[1], A. K. Klyuchkin[2], A. A. Yadrenkin[1]

[1]A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: vladar56@mail.ru
[2]State Test Cosmodrome of the Russian Federation Ministry of Defense, Kamchatka District, 684401, Klyuchi-1, Russia

The problem of choosing a target object from a set of objects in the observer's field of view by a limited number of measurements of dissimilar selective features, is considered. To solve the problem with a required probability for a various number of measurements of the individual features, a combined dimensionless feature is introduced. The proposed approach does not require accumulation of large volumes of measurement information and can be used to make decisions in the case of physical dissimilarity of the measured values.

Keywords: observed objects, dissimilar selective features, limited number of measurements, combined feature, decision making

REFERENCES

1. Aizerman M.A., Aleskerov F.T. *Vybor variantov: osnovy teorii* (Choosing Options: Theory Basics), Moscow, 1990, 240 p. (in Russ.)
2. Arsen'ev V.N., Sergeev V.A., Blazhko A.K., Shostal V.Yu. *Journal of Instrument Engineering*, 2004, no. 12(47), pp. 3–7. (in Russ.)
3. Bagrov A.V., Kirichenko D.V. *Questions of Radio Electronics*, 2007, no. 2(2), pp. 20–25. (in Russ.)
4. Arseniev V.N., Trofimov I.A. *Information and Control Systems*, 2015, no. 4(77), pp. 114–118. (in Russ.)
5. Amelkin S.A., Zakharov A.V., Khachumov V.M. *Journal of Information Technologies and Computing Systems*, 2006, no. 4, pp. 40–44. (in Russ.)
6. Aivazyan S.A., Bukhstaber V.M., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika: klassifikatsiya i snizheniye razmernosti* (Applied Statistics: Classification and Dimension Reduction), Moscow, 1989, 607 p. (in Russ.)
7. Dmitriev A.K., Yusupov R.M. *Identifikatsiya i tekhnicheskaya diagnostika* (Identification and Technical Diagnostics), Leningrad, 1987, 521 p. (in Russ.)
8. Fomin Ya.A. *Raspoznavaniye obrazov: teoriya i primeneniya* (Pattern Recognition: Theory and Applications), Moscow, 2012, 429 p. (in Russ.)
9. Greene W.H. *Econometric analysis*, NY, Pearson Education, Inc., 2003, 1026 p.
10. Merkov A.B. *Raspoznavaniye obrazov. Postroyeniye i obucheniye veroyatnostnykh modeley* (Pattern Recognition. Building and Training Probabilistic Models), Moscow, 2014, 240 p. (in Russ.)
11. Arseniev V.N., Fadeev A.S. *Journal of Instrument Engineering*, 2013, no. 10(56), pp. 43–48. (in Russ.)
12. Arseniev V.N., Petuhov A.B., Yadrenkin A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2020, no. 3(63), pp. 199–204. (in Russ.)
13. Buryak Yu.I., Skrynnikov A.A. *Civil Aviation High Technologies*, 2015, no. 10(220), pp. 47–54. (in Russ.)
14. Aleksandrovskaya L.N., Kruglov V.I., Kuznetsov A.G. et al. *Teoreticheskiye osnovy ispytaniy i eksperimental'naya otrabotka slozhnykh tekhnicheskikh sistem* (Theoretical Foundations of Testing and Experimental Development of Complex Technical Systems), Moscow, 2003, 736 p. (in Russ.)
15. Karmanov V.G. *Matematicheskoye programmirovaniye* (Mathematical Programming), Moscow, 2004, 263 p. (in Russ.)
16. Pugachev V.S. Teoriya *veroyatnostey i matematicheskaya statistika* (Theory of Probability and Mathematical Statistics), Moscow, 2002, 496 p. (in Russ.)

Data on authors

Vladimir N. Arseniev — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of On-board Information and Measuring Complexes; E-mail: vladar56@mail.ru

Alexander K. Klyuchkin — 1st State test cosmodrome of the Russian Federation Ministry of Defense; 1st Scientific Testing Department; Engineer; E-mail: sanya.klyuchkin.95@mail.ru

Andrey A. Yadrenkin — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of On-board Information and Measuring Complexes; E-mail: andrei_nikita@mail.ru

For citation: Arseniev V. N., Klyuchkin A. K., Yadrenkin A. A. Method for target object selecting based on a limited number of measurements of physically dissimilar features. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 10. P. 799—805 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-10-799-805