УДК 004.942, 519.876.5, 536.37
DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-5-372-378

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ЭЛАСТИЧНО СВЯЗАННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ИЗДЕЛИЙ ИЗ КОМПОЗИТОВ

А. В. Сизая*, И. В. Цивильский

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ, Казань, Россия
* *angel.sizaya@gmail.com*

Аннотация. Объект исследования — композитные материалы, к основным преимуществам которых относятся легкость конструкции и высокая устойчивость к механическим и тепловым нагрузкам. Для прогнозирования возможных нагрузок на конструкции из композитов и учета этих данных на начальном этапе разработки деталей требуется произвести компьютерное моделирование процессов, связанных с ними. Предложен бессеточный метод оптимизации изделий из композитных материалов на основе эластично связанных метачастиц. Получены результаты оптимизационных расчетов размеров для тестовой балки под действием статической нагрузки на прогиб. Программная реализация осуществлялась на языке JavaScript без сторонних библиотек. Уменьшение массы составило 25 % от массы исходной модели. Верификация оптимизированной геометрии выполнена при аналогичных условиях механического нагружения с использованием программного пакета Ansys Student. Разработанный прототип может использоваться при определении возможного процента снижения массы конструкции из композитных материалов.

Ключевые слова: *бессеточные методы, топологическая оптимизация, структурная динамика, прочность, композиционные материалы, математическое моделирование*

Благодарности: исследования выполнены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 18-42-160015, и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках исполнения обязательств по соглашению № 075-03-2020-051/6 от 06.11.2020 (номер темы fzsu-2020-0020).

Ссылка для цитирования: *Сизая А. В., Цивильский И. В.* Динамическая модель системы эластично связанных частиц для топологической оптимизации изделий из композитов // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 5. С. 372—378. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-5-372-378.

DYNAMIC MODEL OF A SYSTEM OF ELASTICALLY COUPLED PARTICLES FOR TOPOLOGICAL OPTIMIZATION OF COMPOSITE MATERIAL PRODUCTS

A. V. Sizaya*, I. V. Tsivilskiy

A. N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan, Russia
* *angel.sizaya@gmail.com*

Abstract. The object of research is composite materials, the main advantages of which include low weight of the structure and high resistance to mechanical and thermal loads. In order to predict possible loads on composite structures and take these data into account at the initial stage of parts development, computer modeling of the processes associated with them is required. A grid-less method for optimizing products made of composite materials based on elastically bonded meta-particles is proposed. The results of optimization calculations of dimensions for a test beam under the action of a static deflection load are obtained. The software implementation is carried out in JavaScript without third-party libraries. The weight reduction comprises 25% of the original model. Verification of the optimized geometry is performed under similar conditions of mechanical loading in the Ansys Student package. The developed prototype can be used to determine the possible percentage of weight reduction of a composite structure.

Keywords: meshless method, topology optimization, structural dynamics, strength, composite materials, mathematical modeling

Acknowledments: The research was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research, grant 18-42-160015, and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the fulfillment of obligations under Agreement No. 075-03-2020-051/6 dated 06.11.2020 (topic number fzsu-2020-0020).

For citation: Sizaya A. V., Tsivilskiy I. V. Dynamic model of a system of elastically coupled particles for topological optimization of composite material products. *Journal of Instrument Engineering.* 2022. Vol. 65, N 5. P. 372—378 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-5-372-378.

Введение. В современной промышленности проектирование и оптимизация конструкций [1, 2] — одно из приоритетных направлений развития. Промышленная инженерия направлена на создание деталей, способных выдерживать известные априори нагрузки. Например, при разработке нового типа крыла самолета специалисту требуется выбрать форму таким образом, чтобы конструкция была устойчивой, в том числе в моменты перегрузок — взлета и посадки. В дополнение к требованиям по прочности существуют ограничения на количество используемого материала. Другими словами, необходимо проектировать конструкции, которые могут выдерживать диапазон нагрузок при ограниченном количестве материала, что может быть реализовано с помощью топологической оптимизации, учитывающей структурные особенности материала, в частности композитов.

Задача проектирования может быть рассмотрена как задача оптимизации давления. Требуется разместить материал в некоторой области так, чтобы сформированная структура могла выдержать приложенную нагрузку, а масса поддерживалась на минимальном значении. Это особенно важно для деталей специального назначения (жаропрочных, хладостойких), обладающих при этом сложной геометрией.

Топологическая оптимизация позволяет:

— упростить процесс изготовления и уменьшить влияние человеческого фактора на качество конечного продукта;

— уменьшить массу изготавливаемого изделия, сохраняя физико-механические свойства практически неизменными;

— увеличить рентабельность изделия за счет уменьшения затрат на расходуемый материал.

В настоящее время большинство известных решений для моделирования композитных материалов основываются на методе конечных элементов (МКЭ) [3]. Преимущество этого подхода заключается в универсальности использования, благодаря чему метод позволяет проводить симуляции практически с любыми материалами. Суть метода заключается в построении конечно-элеметной сетки [4] с последующим решением системы управляющих уравнений для каждого участка. В частности, записывается закон Гука, содержащий три основных компонента: матрицу жесткости, характеризующую структуру материала, тензор деформаций и внешнюю нагрузку.

Основными и наиболее популярными платформами для реализации топологической оптимизации методом МКЭ являются COMSOL Multiphysics и ANSYS [5]. В частности, в работе [6] они используются в рамках одного исследования.

Однако проектирование новых изделий и узлов из углеволоконных композитов — одного из самых популярных классов исследуемых материалов — сопряжено с существенными затратами вычислительных мощностей для точного решения самосогласованной задачи статики сплошной среды в материале с сильной анизотропией физических свойств. Это, во-первых, связано со сложностью задания компонентов матрицы жесткости неоднородного материала, а во-вторых, с необходимостью использования расчетных сеток высокого разрешения для моделирования сечения каждого микроволокна.

В работе [7] указывается на то, что для композитных материалов необходимы мультимасштабные симуляции и как минимум смешанный подход, включающий в себя как дискретное моделирование, так и непрерывное.

Таким образом, метод конечных элементов [8], хорошо зарекомендовавший себя для широкого круга прикладных прочностных расчетов, становится малоэффективным применительно к моделированию высокотехнологичных изделий из композитов. Это определяет актуальность исследований в данном направлении.

Цель настоящей статьи — разработка упрощенного, учитывающего структуру и особенности материала метода топологической оптимизации композитов для увеличения скорости этапа симуляций при создании и производстве новых изделий из них.

Бессеточный метод. Бессеточный метод моделирования базируется на представлении сплошного материала композита в виде системы эластично связанных метачастиц. Волокна композиционного материала заменяются на эквивалентные эластичные связи, представляющие собой тонкие стержни нулевой массы с жесткостью, пропорциональной модулю Юнга реального материала волокна.

Реализация расчета связанных дискретных метачастиц бессеточным методом условно делится на четыре этапа:

— задание начальных положений для метачастиц и задание характеристик упругих свойств материала, таких как модуль Юнга и коэффициент Пуассона (отдельно для наполнителя и для волокна);

— расчет динамики частиц;

— расчет связей между частицами;

— расчет эквивалентных локальных напряжений по смещениям u, v, w (u — смещение вдоль оси X, v — смещение вдоль оси Y, w — смещение вдоль оси Z).

Первоначально вычисляются такие базовые параметры, как масса частицы

$$m_i = \rho V \frac{1}{N},$$

где ρ — плотность материала, V — объем элементарной ячейки, N — число частиц в ячейке, и исходное значение жесткости эластичной связи

$$k = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

где E — модуль Юнга для данного материала, ν — коэффициент Пуассона.

Эффективная жесткость определяется исходя из того, что напряжение σ связи эквивалентно давлению P в ней. Эти параметры описываются следующими уравнениями:

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{dl}{l_0}; \tag{1}$$

$$P = \frac{F_{\text{упр}}}{S_0} = \frac{kdl}{S_0}, \tag{2}$$

где ε — деформация, dl — изменение длины эластичной связи, l_0 — начальная длина связи, $F_{\text{упр}}$ — сила упругости, S_0 — площадь поперечного сечения связи.

Приравнивая формулы (1) и (2), получаем соотношение

$$k = \frac{ES_0}{l_0}.$$

Решение уравнения динамики частиц (p_1, p_2) выполяется в лагранжевой постановке: для каждой из них рассчитывается приращение координат за счет действия внешних сил (ускорение, гравитация) на основе формальной ньютоновской механики. Данное выражение есть уравнение движения:

$$\ddot{r} = F/m_i.$$

После расчета изменения координат частиц под действием внешних сил координаты попарно корректируются посредством сдвига (d) вдоль соединяющих их прямых линий — виртуальных связей — для учета эластичного взаимодействия между ними (рис. 1; l — исходная длина недеформированной связи). Попарная коррекция координат вершин эластичной связи затем выполняется для всех частиц, причем многократно (релаксационно) для достижения заданной точности решения.

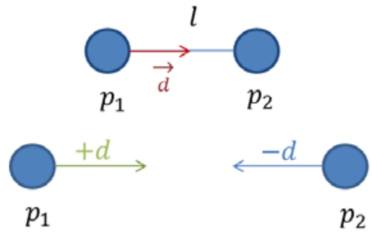

Рис. 1

Далее решаются уравнения для связей между частицами:

$$\left.\begin{aligned} u(p_2) &= u(p_2) - \mathbf{d}\frac{l}{2}k\tau; \\ u(p_1) &= u(p_1) + \mathbf{d}\frac{l}{2}k\tau, \end{aligned}\right\},$$

где $\mathbf{d}$ — единичный вектор вдоль связи.

Для оптимизации конструкций существует несколько основных приемов: оптимизация размеров, формы и топологическая оптимизация (рис. 2, *а—в* соответственно), подробно рассмотренные в работе [9]. Для полностью сплошных тел используется топологическая оптимизация. Если же тело имеет определенную внутреннюю форму или структуру (фиксированное количество отверстий, поры и т.д.), то применяется оптимизация формы.

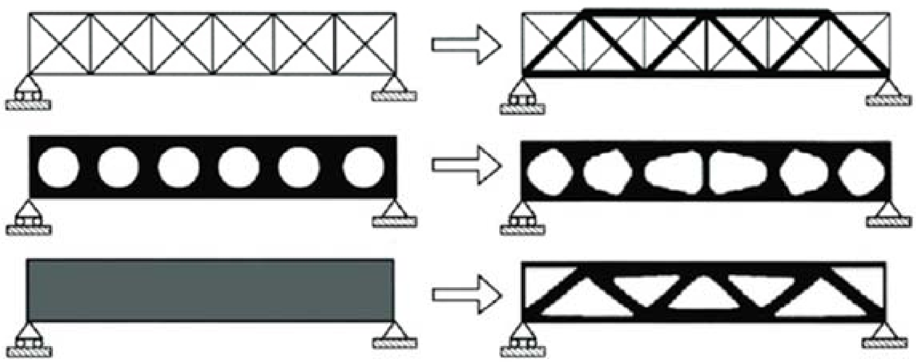

Рис. 2

Распространенный подход к реализации данных методов — введение параметра „виртуальная плотность“, принимающего значения от нуля (вне изделия) до единицы (внутри изделия) и имитирующего наличие или отсутствие материала в заданном микрообъеме. При прочностном расчете задается эффективный модуль Юнга, зависящий от виртуальной плотности $\rho_в$:

$$E(\mathbf{r}) = E_0\rho_в(r)^s, \tag{3}$$

где E_0 — истинный модуль Юнга материала изделия, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки пространства внутри изделия, s — фактор четкости или резкости поверхности (если $s > 1$, граница перехода $\rho_в$ становится четче, материал удаляется из детали более агрессивно, и наоборот: фактор $s < 1$ приводит к плавному изменению $\rho_в$ на границе „деталь—пустота“).

После расчета деформации изделия под заданной внешней нагрузкой путем решения уравнения статики сплошной среды:

$$\nabla\boldsymbol{\sigma} = -\mathbf{F}, \tag{4}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений, $\mathbf{F}$ — вектор внешней нагрузки, из объема детали удаляются (путем обнуления виртуальной плотности) области с минимальными внутренними механическими напряжениями, поскольку они вносят незначительный вклад в жесткость конструкции.

Процесс повторяется, пока не будет достигнут необходимый минимум массы изделия при сохранении ее прочностных характеристик:

$$(1/V)\cdot\int\rho_{\text{в}}dV \to \min, \tag{5}$$

где V — исходный объем детали.

Ключевой принцип в данного подхода — сохранение плотности, а значит, и материала изделия в областях под воздействием существенных внешних нагрузок, и удаление материала с приравниванием плотности детали в данной области к нулю при низкой интенсивности напряжений.

В данной работе исследуется третий тип — оптимизация размеров, применяемая для упрощенных дискретных структур в виде частиц со связями. Суть данного метода заключается в решении задачи одномерной линейной упругости для каждой из связей в сетке, звенья с наименьшим относительным удлинением удаляются.

Для оптимизации размеров двухмерного образца проведены расчеты на прогиб в сечении слоя под статической механической нагрузкой, направленной вниз по оси Y, с использованием бессеточного метода. Боковые стороны образца были жестко зафиксированы. Тип соединения точек в ячейках: крест-накрест. Соотношение горизонтальной и вертикальной сторон равно 1:4.

Результаты оптимизации размеров тестовой балки при уменьшении массы материала на 10, 14, 16 и 25 % представлены на рис. 3, *а—г* соответственно; синий цвет обозначает области минимального напряжения, зеленый и красный — области высокого и максимального напряжения, черный цвет — жестко зафиксированные точки.

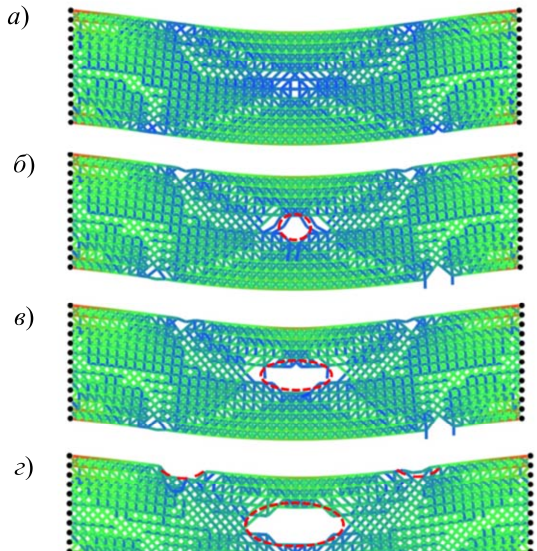

Рис. 3

Визуально можно отследить, что в областях минимального напряжения (синий цвет) материал удаляется. В областях не максимального напряжения (сине-зеленый цвет) звенья становятся более редкими, что является симуляцией установления градиента плотности в материале. Области высокого напряжения, в том числе максимального (зеленые и красные), сохраняются неизменными.

Для верификации модели выполнены аналогичные расчеты методом конечных элементов с помощью программного пакета Ansys Student с эквивалентными условиями (рис. 4, *а—в*) — прогиб под статической механической нагрузкой, направленной вниз по оси Y. Боковые стороны образца были также жестко зафиксированы. На рисунке использованы следующие обозначения: remove — удаленный объем с минимальными значениями напряжений; marginal — оставленные в объеме тела ячейки с максимальными механическими напряжениями под нагрузкой; keep — сохраненный объем жестко зафиксированных ячеек.

При топологической оптимизации (рис. 4, *а*) достигается снижение массы конструкции на 25 % от изначальной, что коррелирует с проведенной оптимизацией размеров, так же как и распределение полей смещений и напряжений (рис. 4, *б*, *в*).

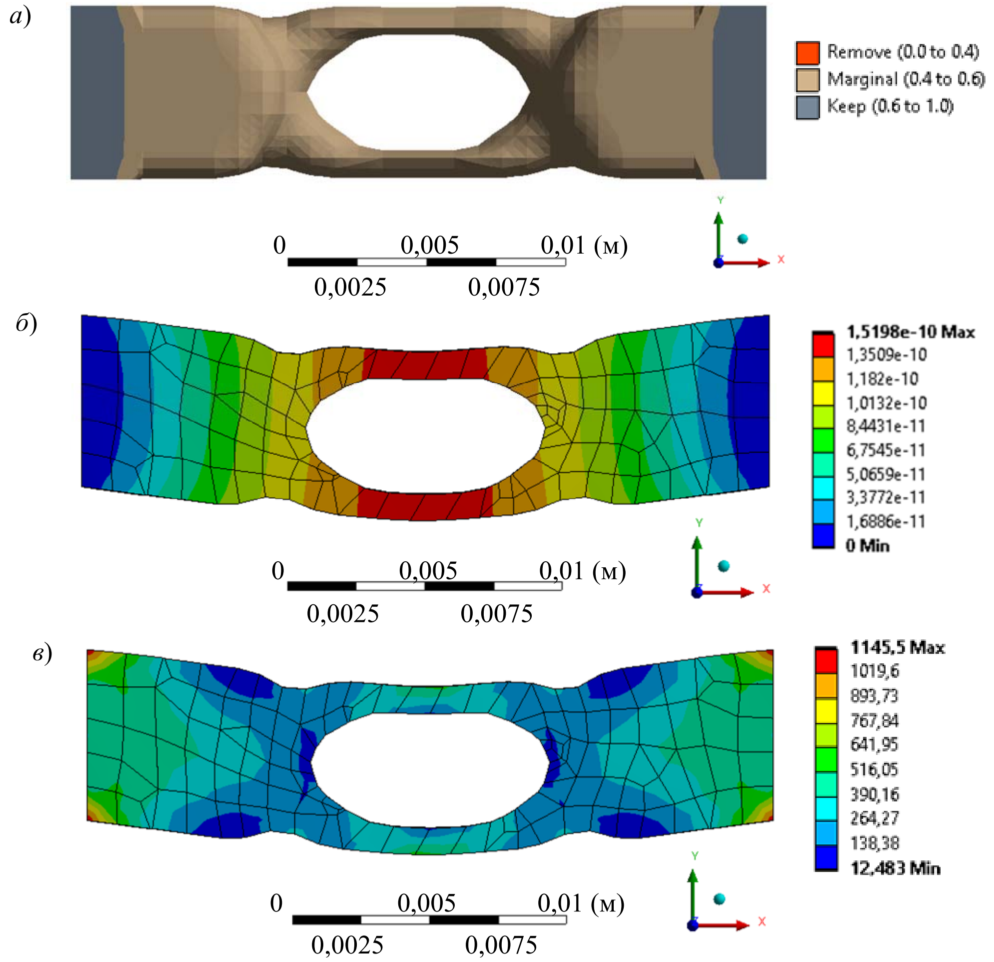

Рис. 4

Заключение. Представлены результаты оптимизации размеров для двухмерного образца методом метачастиц с эластичными связями, выполнен верификационный расчет методом конечных элементов с использованием программноого обеспечения Ansys Workbench. Уменьшение массы достигло уровня 25 % от первоначальной как при использовании разработанного прототипа, так и пакета Ansys. Показано, что по ряду характеристик прототип программы не уступает коммерческим версиям программного обеспечения, а по скорости выполнения расчетов даже превосходит их.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gebisa A. W., Lemu H. G.* A case study on topology optimized design for additive manufacturing // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 276. 2017. DOI: 10.1088/1757-899X/276/1/012026.

2. *Bashin K. A., Torsunov R. A., Semenov S. V.* Topology optimization methods in aerospace industry // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2017. № 51. С. 51—61. DOI: 10.15593/2224-9982/2017.51.05.

3. *Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z.* The Finite Element Method: its Basis and Fundamentals. Butterworth-Heinemann, 2013. P. 683—684. DOI: 10.1016/B978-1-85617-633-0.00032-0.

4. *Liu G. R., Quek S. S.* The Finite Element Method: A Practical Course. 2014 [Электронный ресурс]: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-098356-1.00001-1>.

5. ANSYS Corporation: ANSYS online help, 2010. [Электронный ресурс]: <https://ansyshelp.ansys.com>, 20.10.2021.

6. *Xie L., Zhang Y., Ge M., Zhao Y.* Topology optimization of heat sink based on variable density method // Energy Reports. 2022. Vol. 8. P. 718—726. DOI: org/10.1016/j.egyr.2021.11.214.

7. *Leclerc W., Haddad H., Guessasma M.* DEM-FEM coupling method to simulate thermally induced stresses and local damage in composite materials // Intern. Journal of Solids and Structures. 2019. Vol. 160. P. 276—292. DOI: org/10.1016/j.ijsolstr.2018.10.030.

8. *Nienartowicz M., Strek T.* Modeling and FEM analysis of dynamic properties of thermally optimal composite materials // Intern. Center Numerical Methods Engineering, Barcelona, Spain. 2014. P. 593—604.

9. *Ferguson Z., Williams F.* Topology Optimization with FEniCS, 2018 [Электронный ресурс]: <https://github.com/zfergus/fenics-topopt>, 15.05.2021.

Сведения об авторах

Анжелика Владимировна Сизая — студентка; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ, кафедра лазерных технологий; E-mail: angel.sizaya@gmail.com

Илья Владимирович Цивильский — канд. техн. наук; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ, кафедра лазерных технологий; доцент; E-mail: ivtsivilskiy@kai.ru

Поступила в редакцию 12.12.21; одобрена после рецензирования 17.01.22; принята к публикации 29.03.22.

REFERENCES

1. Gebisa A.W., Lemu H.G. I*OP Conference Series: Materials Science and Engineering 276*, 2017, DOI: 10.1088/1757-899X/276/1/012026.
2. Bashin K.A., Torsunov R.A., Semenov S.V. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2017, no. 51, pp. 51–61, DOI: 10.15593/2224-9982/2017.51.05.
3. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: its Basis and Fundamentals (Seventh Edition)*, Butterworth-Heinemann, 2013, pp. 683–684, ISBN 9781856176330, DOI 10.1016/B978-1-85617-633-0.00032-0.
4. Liu G.R., Quek S.S. *The Finite Element Method: A Practical Course*, 2014, https://doi.org/10.1016/B978-0-08-098356-1.00001-1.
5. *ANSYS Corporation: ANSYS online help*, 2010, https://ansyshelp.ansys.com/.
6. Xie L., Zhang Y., Ge M., Zhao Y. *Energy Reports,* 2022, no. 8, pp. 718–726, https://doi.org/10.1016/j.egyr.2021.11.214.
7. Leclerc W., Haddad H., Guessasma M. *International Journal of Solids and Structures*, 2019, vol. 160, pp. 276–292, https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.10.030.
8. Nienartowicz M., Strek T. *International Center Numerical Methods Engineering*, Gran Capitan, Barcelona, Spain, 2014, pp. 593–604.
9. Ferguson Z., Williams F. *Topology Optimization with FEniCS. Final project for CSCI-GA.2420: Numerical Methods II at New York University*, May 3, 2018, https://libraries.io/github/zfergus/fenics-topopt.

Data on authors

Angelica V. Sizaya — Student; A. N. Tupolev Kazan State Technical University, Department of Laser Technologies; E-mail: angel.sizaya@gmail.com

Ilya V. Tsivilskiy — PhD; A. N. Tupolev Kazan State Technical University, Department of Laser Technologies; Associate Professor; E-mail: ivtsivilskiy@kai.ru

Received 12.12.21; approved after reviewing 17.01.22; accepted for publication 29.03.22.