УДК 519.2
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-3-175-182

ОБРАБОТКА РАЗНОРОДНЫХ ДАННЫХ О ХАРАКТЕРИСТИКАХ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ОПЫТНЫХ ОБРАЗЦОВ

В. Н. Арсеньев, С. В. Слатов*, А. А. Ядренкин

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
*vka@mail.ru

Аннотация. В процессе опытной отработки создаваемого летательного аппарата невозможно получить однородные данные о характеристиках его системы управления вследствие различия условий испытаний отдельных образцов. Для повышения качества оценивания характеристик результаты испытаний пересчитываются к некоторым заданным условиям. Предлагаются два способа определения операторов пересчета, позволяющие повысить точность оценивания характеристик системы управления. Приведен демонстрационный пример.

Ключевые слова: *летательный аппарат, система управления, характеристики, разнородные данные*

Ссылка для цитирования: *Арсеньев В. Н., Слатов С. В., Ядренкин А. А.* Обработка разнородных данных о характеристиках системы управления летательного аппарата при испытаниях опытных образцов // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 3. С. 175—182. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-3-175-182.

PROCESSING OF HETEROGENEOUS DATA ON THE AIRCRAFT CONTROL SYSTEM CHARACTERISTICS DURING ITS PROTOTYPES TESTING

V. N. Arseniev, S. V. Slatov*, A. A. Yadrenkin

A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
*vka@mail.ru

Abstract. In the process of experimental testing of an aircraft being created, it is impossible to obtain homogeneous data on its control system characteristics, due to differences in test conditions for individual samples. To improve the quality of the characteristics assessment, the test results are recalculated to some preset conditions. Two methods are proposed for determining recalculation operators, which make it possible to improve the accuracy of estimating the control system characteristics. A demo example is provided.

Keywords: aircraft, control system, characteristics, heterogeneous data

For citation: Arseniev V. N., Slatov S. V., Yadrenkin A. A. Processing of heterogeneous data on the aircraft control system characteristics during its prototypes testing. *Journal of Instrument Engineering.* 2023. Vol. 66, N 3. P. 175—182 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-3-175-182.

Введение. Основной задачей опытной отработки создаваемого летательного аппарата (ЛА) является проверка соответствия характеристик его системы управления (СУ) заданным требованиям [1]. Высокая стоимость опытных образцов ЛА, а также большие затраты на организацию и проведение испытаний не позволяют провести опытную отработку в необходимом объеме. Кроме того, при проведении испытаний опытных образцов ЛА, как правило, нарушается один из базовых принципов статистического оценивания — принцип однородности испытаний. Это связано с тем, что в процессе опытной отработки изменяются условия проведения испытаний опытных образцов вследствие доработки составных частей СУ, уточнения алгоритмов управления и других причин. Полученные таким образом данные являются разнородными и характеризуют различные генеральные совокупности [1—3]. Для их совместной обработки и принятия обоснованных решений о характеристиках СУ необходимо результаты испытаний привести к некоторым единым условиям [4, 5] (ГОСТ Р 55798-2013 (ИСО 2314:2009)).

Одно из важнейших свойств СУ — точность, которая в ряде случаев характеризуется отклонениями фазовых координат ЛА от расчетных значений в заданных точках траектории движения. Поскольку отклонения в основном вызваны влиянием внутренних и внешних случайных факторов на движение ЛА, то они являются случайными величинами и характеризуются математическим ожиданием и корреляционной матрицей. Последние часто называют точностными характеристиками (ТХ) СУ [6]. Их оценки могут быть получены путем моделирования возмущенного движения ЛА для любых условий, характеризующих испытания опытных образцов [7], и в дальнейшем использованы для определения операторов пересчета опытных данных к единым условиям. Задача формулируется следующим образом.

Постановка задачи. Имеются модельные оценки $\mathbf{M}_{\mathrm{M}1}$, $\mathbf{M}_{\mathrm{M}2}$ и $\mathbf{K}_{\mathrm{M}1}$, $\mathbf{K}_{\mathrm{M}2}$ математического ожидания и корреляционной матрицы n-мерного вектора отклонений фазовых координат СУ ЛА $\hat{\mathbf{X}}_{1,2} = \hat{\mathbf{X}}(t_{1,2})$ в фиксированные моменты времени $t_{1,2}$ в условиях испытаний 1 и 2 (знак „^“ используется для отличия случайной величины от детерминированной).

Результаты испытаний опытных образцов представлены выборками $\mathbf{X}_{1i}, i = \overline{1, N_1}$, и $\mathbf{X}_{2i}, i = \overline{1, N_2}$, где $N_{1,2}$ — число опытных образцов ЛА, испытанных в условиях 1 и 2.

Необходимо найти:

— оператор $\mathbf{P}_{12}$ пересчета результатов испытаний опытных образцов во вторых условиях к результатам испытаний в первых условиях;

— опытные оценки $\mathbf{M}_{\mathrm{O}12}$ и $\mathbf{K}_{\mathrm{O}12}$ точностных характеристик СУ в первых условиях, учитывающие результаты испытаний в первых и вторых условиях.

Анализ подходов к определению оператора пересчета. Полагается, что векторы $\hat{\mathbf{X}}_1$ и $\hat{\mathbf{X}}_2$ отклонений фазовых координат СУ ЛА от расчетных значений в первых и вторых условиях испытаний связаны линейной зависимостью [8]

$$\hat{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{P}_{12}\hat{\mathbf{X}}_2. \tag{1}$$

Тогда должны выполняться уравнения

$$\mathbf{M}_{\mathrm{M}1} = \mathbf{P}_{12}\mathbf{M}_{\mathrm{M}2}; \tag{2}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M}1} = \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}_{\mathrm{M}2}\mathbf{P}_{12}^{\mathrm{T}}, \tag{3}$$

где индекс „Т“ обозначает операцию транспонирования матрицы.

В качестве оператора пересчета проф. В. И. Мироновым было предложено использовать решение нелинейного матричного уравнения (3), полученное им с помощью ортогональных преобразований матриц $\mathbf{K}_{\mathrm{M}1}$ и $\mathbf{K}_{\mathrm{M}2}$ [9]. Такой подход имеет два основных недостатка. Во-первых, не учитывается условие (2), которому должен удовлетворять оператор пересчета. Во-вторых, уравнение (3) имеет множество решений, среди которых может оказаться матрица $\mathbf{P}_{12}$, дающая приемлемое по точности решение уравнения (2) при небольших отклонениях взаимозависимости векторов $\hat{\mathbf{X}}_1$ и $\hat{\mathbf{X}}_2$ от линейной.

Другое предложение проф. В. И. Миронова состоит в линеаризации уравнений возмущенного движения ЛА и использовании коэффициентов чувствительности и аппарата обобщенного обращения матриц [9]. Такое решение не получило широкого распространения, главным образом, из-за невысокой точности решения уравнения (3).

В ЦНИИ ВКС МО РФ им. М. К. Тихонравова (г. Королёв, Московская обл.) были разработаны новые подходы к определению матриц пересчета, основанные на использовании неортогональных преобразований, предположении об отсутствии корреляционных связей между элементами вектора вариаций фазовых координат СУ и выборе оператора приведения в виде диагональной матрицы. Широкого практического применения эти методы также не нашли.

Перспективным представлялся метод, связанный с решением нелинейного векторно-матричного уравнения правдоподобия [10]. Однако полученное точное решение этого уравнения не всегда обеспечивает приемлемую точность решения уравнения (2) или (3).

Попытка определения оператора пересчета с использованием в уравнении (2) оценок математических ожиданий, полученных по ограниченным опытным данным, не привела к сколько-нибудь значительным результатам [11].

В связи с вышеизложенным предлагаются два способа решения первой части поставленной задачи. Операторы пересчета, полученные первым и вторым способами, будем обозначать $\mathbf{P}_{\text{П}12}$ и $\mathbf{P}_{\text{В}12}$ соответственно.

Как и ранее [11], в качестве показателей точности решения уравнений (2), (3) рассматриваются величины относительных погрешностей

$$\delta_M = \frac{\left\|\mathbf{M}_{\text{M}1} - \mathbf{P}_{12}\mathbf{M}_{\text{M}2}\right\|}{\left\|\mathbf{M}_{\text{M}1}\right\|}100\ \%, \quad \delta_K = \frac{\left\|\mathbf{K}_{\text{M}1} - \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}_{\text{M}2}\mathbf{P}_{12}^{\text{T}}\right\|}{\left\|\mathbf{K}_{\text{M}1}\right\|}100\ \%,$$

где $\|\cdot\|$ — евклидова норма, или норма Фробениуса [12].

Первый способ определения оператора пересчета. С помощью известных преобразований [4] уравнения (2), (3) могут быть представлены в виде

$$\boldsymbol{\mu}_1 = \mathbf{Q}\boldsymbol{\mu}_2; \tag{4}$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{\text{T}} = \mathbf{I}, \tag{5}$$

где $\boldsymbol{\mu}_i = \mathbf{D}_i^{-1/2}\mathbf{S}_i^{\text{T}}\mathbf{M}_{\text{M}i}$; $\mathbf{Q} = \mathbf{D}_1^{-1/2}\mathbf{S}_1^{\text{T}}\mathbf{P}_{12}\mathbf{S}_2\mathbf{D}_2^{1/2}$ — ортогональная матрица; $\mathbf{S}_i\mathbf{D}_i\mathbf{S}_i^{\text{T}} = \mathbf{K}_{\text{M}i}$; $\mathbf{S}_i$ и $\mathbf{D}_i$ — ортогональная и диагональная матрицы, состоящие из собственных векторов и собственных значений матрицы $\mathbf{K}_{\text{M}i}$ соответственно, i=1, 2; $\mathbf{I}$ — единичная $n\times n$-матрица.

Рассмотрим уравнение (4). Входящие в него векторы $\boldsymbol{\mu}_1$ и $\boldsymbol{\mu}_2$ с помощью QR-разложения [14] можно представить следующим образом:

$$\boldsymbol{\mu}_i = \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_i}\mathbf{T}_{\boldsymbol{\mu}_i},$$

где $\mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_i}$ — ортогональная матрица; $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\mu}_i} = \begin{bmatrix} t_i & \mathbf{0}^{\text{T}} \end{bmatrix}^{\text{T}}$ — вектор-столбец, только первый элемент которого отличается от нуля; $\mathbf{0}^{\text{T}}$ — вектор-строка размерности $1\times(n-1)$; i=1, 2.

Подстановка $\boldsymbol{\mu}_1$ и $\boldsymbol{\mu}_2$ в формулу (4) дает уравнение $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\mu}_1} = \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_1}^{\text{T}}\mathbf{Q}\mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_2}\mathbf{T}_{\boldsymbol{\mu}_2}$ или, после введения обозначения $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_1}^{\text{T}}\mathbf{Q}\mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_2}$, уравнение

$$\mathbf{T}_{\boldsymbol{\mu}_1} = \tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{T}_{\boldsymbol{\mu}_2}. \tag{6}$$

Ортогональную матрицу $\tilde{\mathbf{Q}}$ можно представить в виде

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} q_{11} & \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_{21} & \mathbf{q}_{22} \end{bmatrix},$$

где q_{11} — скалярная величина; $\mathbf{q}_{21}$ и $\mathbf{q}_{12}$ — вектор-столбцы размерности $(n-1)\times 1$; $\mathbf{q}_{22}$ — $(n-1)\times(n-1)$-матрица.

Тогда уравнение (6) примет вид

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_{21} & \mathbf{q}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \text{ или } \begin{bmatrix} t_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11}t_2 + \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}}\mathbf{0} \\ \mathbf{q}_{21}t_2 + \mathbf{q}_{22}\mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

Если положить $q_{11} = t_1/t_2$, $\mathbf{q}_{21} = \mathbf{0}$, то матрица $\tilde{\mathbf{Q}}$ обеспечит точное решение уравнения (4), а соответствующая ей матрица $\mathbf{P}_{\Pi 12} = \mathbf{S}_1 \mathbf{D}_1^{1/2} \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_1} \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_2}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_2^{-1/2} \mathbf{S}_2^{\mathrm{T}}$ — точное решение уравнения (2). Обозначив $\mathbf{R}_1 = \mathbf{S}_1 \mathbf{D}_1^{1/2}$ $(\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_1^{\mathrm{T}} = \mathbf{K}_{\mathrm{M}1})$ и $\mathbf{R}_2 = \mathbf{S}_2 \mathbf{D}_2^{1/2}$ $(\mathbf{R}_2 \mathbf{R}_2^{\mathrm{T}} = \mathbf{K}_{\mathrm{M}2})$, матрицу пересчета можно представить в виде

$$\mathbf{P}_{\Pi 12} = \mathbf{R}_1 \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_1} \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{S}_{\boldsymbol{\mu}_2}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_2^{-1}. \tag{7}$$

С другой стороны, матрица $\tilde{\mathbf{Q}}$ должна удовлетворять уравнению $\tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{Q}}^{\mathrm{T}} = \mathbf{I}$, которое в соответствии с принятыми выше обозначениями можно представить следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{Q}}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} q_{11} & \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_{21} & \mathbf{q}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{11} & \mathbf{q}_{21}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_{12} & \mathbf{q}_{22}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11}^2 + \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}}\mathbf{q}_{12} & q_{11}\mathbf{q}_{21}^{\mathrm{T}} + \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}}\mathbf{q}_{22}^{\mathrm{T}} \\ q_{11}\mathbf{q}_{21} + \mathbf{q}_{22}\mathbf{q}_{12} & \mathbf{q}_{21}\mathbf{q}_{21}^{\mathrm{T}} + \mathbf{q}_{22}\mathbf{q}_{22}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \mathbf{I}.$$

Полагая, как и в первом случае, что $\mathbf{q}_{21} = \mathbf{0}$, получаем

$$\begin{bmatrix} q_{11}^2 + \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}}\mathbf{q}_{12} & \mathbf{q}_{12}^{\mathrm{T}}\mathbf{q}_{22}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{q}_{22}\mathbf{q}_{12} & \mathbf{q}_{22}\mathbf{q}_{22}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \mathbf{I}.$$

Из последнего уравнения видно, что оно преобразуется в тождество при выполнении следующих условий: $\mathbf{q}_{22}$ — любая ортогональная $(n-1)\times(n-1)$-матрица; $\mathbf{q}_{12} = \mathbf{0}$; $q_{11}^2 = 1$. В этом случае матрица пересчета $\mathbf{P}_{\Pi 12}$, полученная по формуле (7), обеспечит точное решение уравнения (3).

При линейной зависимости между векторами $\hat{\mathbf{X}}_1$ и $\hat{\mathbf{X}}_2$ матрица $\mathbf{P}_{\Pi 12}$ дает точные решения обоих уравнений (2) и (3), поскольку в этом случае $t_1 = t_2$ и $q_{11} = 1$. При нелинейной зависимости, варьируя величину q_{11} в диапазоне от $\min\{t_1/t_2,\ \mathrm{sgn}(t_1)\mathrm{sgn}(t_2)\}$ до $\max\{t_1/t_2,\ \mathrm{sgn}(t_1)\mathrm{sgn}(t_2)\}$, можно изменять погрешности δ_M и δ_K.

Поскольку математические ожидания $\mathbf{M}_{\mathrm{M}1}$ и $\mathbf{M}_{\mathrm{M}2}$ характеризуют отклонения центров областей рассеяния фазовых координат СУ ЛА от расчетных значений и могут быть уменьшены путем выбора соответствующих алгоритмов управления, а корреляционные матрицы $\mathbf{K}_{\mathrm{M}1}$ и $\mathbf{K}_{\mathrm{M}2}$ — размеры этих областей, то требования к погрешности δ_K решения уравнения (3), как правило, более жесткие. Задавшись максимально допустимым значением $\delta_{K\text{доп}}$ погрешности δ_K, можно найти матрицу пересчета $\mathbf{P}_{\Pi 12}$, обеспечивающую выполнение условия $\delta_K \le \delta_{K\text{доп}}$ и приемлемую точность решения уравнения (2).

Второй способ определения оператора пересчета. Как отмечалось выше, корреляционные матрицы $\mathbf{K}_{\mathrm{M}i}$, i=1, 2, могут быть представлены в виде $\mathbf{K}_{\mathrm{M}i} = \mathbf{S}_i \mathbf{D}_i \mathbf{S}_i^{\mathrm{T}}$ или $\mathbf{K}_{\mathrm{M}i} = \mathbf{R}_{\mathrm{M}i} \mathbf{R}_{\mathrm{M}i}^{\mathrm{T}}$, где $\mathbf{R}_{\mathrm{M}i} = \mathbf{S}_i \mathbf{D}_i^{1/2}$. Тогда одним из решений уравнения (3) будет матрица $\mathbf{R}_{\mathrm{M}1} \mathbf{R}_{\mathrm{M}2}^{-1}$.

Рассмотрим функционал

$$L = \mathrm{tr}\left\{\left(\mathbf{R}_{\text{M}1} - \mathbf{P}_{12}\mathbf{R}_{\text{M}2}\right)\left(\mathbf{R}_{\text{M}1} - \mathbf{P}_{12}\mathbf{R}_{\text{M}2}\right)^{\text{T}}\right\} + 2\boldsymbol{\lambda}^{\text{T}}\left(\mathbf{M}_1 - \mathbf{P}_{12}\mathbf{M}_2\right),$$

где $\mathrm{tr}\{.\}$ — функция определения следа матрицы [13]; $\boldsymbol{\lambda}$ — вектор, состоящий из неопределенных множителей Лагранжа [14].

Матрица пересчета должна обеспечить минимум этого функционала, т.е.

$$\mathbf{P}_{\text{B}12} = \arg\min_{\mathbf{P}_{12}} L.$$

Необходимые условия минимума L по матрице $\mathbf{P}_{12}$ и вектору $\boldsymbol{\lambda}$ имеют вид

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial L}{\partial \mathbf{P}_{12}}\right|_{\mathbf{P}_{12}=\mathbf{P}_{\text{B}12}} = 2\mathbf{P}_{\text{B}12}\mathbf{R}_{\text{M}2}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{\mathbf{T}} - 2\mathbf{R}_{\text{M}1}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{\mathbf{T}} - 2\boldsymbol{\lambda}\mathbf{M}_2^{\text{T}} = 0; \\ \left.\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right|_{\mathbf{P}_{12}=\mathbf{P}_{\text{B}12}} = 2\left(\mathbf{M}_1 - \mathbf{P}_{\text{B}12}\mathbf{M}_2\right) = 0, \end{cases}$$

откуда получаются два уравнения

$$\mathbf{P}_{\text{B}12} = \mathbf{R}_{\text{M}1}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{-1} + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{M}_2^{\text{T}}\mathbf{K}_2^{-1}, \tag{8}$$

$$\mathbf{M}_1 - \mathbf{P}_{\text{B}12}\mathbf{M}_2 = 0. \tag{9}$$

Подстановка матрицы $\mathbf{P}_{\text{B}12}$ в формулу (9) позволяет получить уравнение

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{R}_{\text{M}1}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{-1}\mathbf{M}_2 + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{M}_2^{\text{T}}\mathbf{K}_2^{-1}\mathbf{M}_2,$$

из которого определяется вектор $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\boldsymbol{\lambda} = \left(\mathbf{M}_1 - \mathbf{R}_{\text{M}1}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{-1}\mathbf{M}_2\right)\Big/\mathbf{M}_2^{\text{T}}\mathbf{K}_2^{-1}\mathbf{M}_2.$$

Подставив его в правую часть выражения (8), получим формулу для вычисления оператора пересчета

$$\mathbf{P}_{\text{B}12} = \mathbf{R}_{\text{M}1}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{-1} + \frac{1}{\mathbf{M}_2^{\text{T}}\mathbf{K}_2^{-1}\mathbf{M}_2}\left(\mathbf{M}_1 - \mathbf{R}_{\text{M}1}\mathbf{R}_{\text{M}2}^{-1}\mathbf{M}_2\right)\mathbf{M}_2^{\text{T}}\mathbf{K}_2^{-1}. \tag{10}$$

Легко убедиться в том, что полученная таким образом матрица $\mathbf{P}_{\text{B}12}$ при подстановке ее в уравнение (9) превращает последнее в тождество.

Определение оценок точностных характеристик СУ. Для определения опытных оценок $\mathbf{M}_{\text{O}12}$ и $\mathbf{K}_{\text{O}12}$ точностных характеристик СУ ЛА в первых условиях, учитывающих результаты испытаний опытных образцов в первых и вторых условиях, полагается, что выборки $\mathbf{X}_{1i}, i = \overline{1, N_1}$, и $\mathbf{P}_{12}\mathbf{X}_{2i}, i = \overline{1, N_2}$, принадлежат к одной генеральной совокупности. Тогда опытная оценка математического ожидания вектора отклонений фазовых координат ЛА от расчетных значений в первых условиях испытаний будет определяться по формуле

$$\mathbf{M}_{\text{O}12} = \frac{1}{N_1 + N_2}\left(\sum_{i=1}^{N_1}\mathbf{X}_{1i} + \mathbf{P}_{12}\sum_{i=1}^{N_2}\mathbf{X}_{2i}\right)$$

или, если ввести обозначения $\mathbf{M}_{\text{O}i} = \dfrac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}\mathbf{X}_{ij}$, $i = 1, 2$, — по формуле

$$\mathbf{M}_{\text{O}12} = \frac{1}{N_1 + N_2}\left(N_1\mathbf{M}_{\text{O}1} + N_2\mathbf{P}_{12}\mathbf{M}_{\text{O}2}\right). \tag{11}$$

Опытная оценка корреляционной матрицы вектора вариаций фазовых координат в первых условиях, учитывающая результаты всех испытаний ЛА, при сделанном выше предположении будет иметь вид

$$\mathbf{K}_{\mathrm{O}12}=\frac{1}{N_1+N_2}\left\{\sum_{i=1}^{N_1}\left(\mathbf{X}_{1i}-\mathbf{M}_{\mathrm{O}12}\right)\left(\mathbf{X}_{1i}-\mathbf{M}_{\mathrm{O}12}\right)^{\mathrm{T}}+\left[\sum_{i=1}^{N_2}\left(\mathbf{P}_{12}\mathbf{X}_{2i}-\mathbf{M}_{\mathrm{O}12}\right)\left(\mathbf{P}_{12}\mathbf{X}_{2i}-\mathbf{M}_{\mathrm{O}12}\right)^{\mathrm{T}}\right]\right\}. \quad (12)$$

Аналогичным образом могут быть получены опытные оценки точностных характеристик СУ во вторых условиях, учитывающие результаты испытаний ЛА в первых условиях.

Как показано в [4], совместная обработка неоднородных данных путем пересчета их к единым условиям позволяет повысить качество оценивания характеристик СУ ЛА.

Пример. Рассматривается гипотетический летательный аппарат, предназначенный для перемещения некоторых грузов в заданные области околоземного космического пространства. Размеры этих областей характеризуются трехмерным вектором $\hat{\mathbf{X}}$, состоящим из отклонений фазовых координат ЛА от расчетных значений в конечных точках траекторий движения ЛА. На этапах, предшествующих испытаниям опытных образцов ЛА, построены математические модели движения ЛА.

Методом статистических испытаний получены модельные оценки характеристик точности СУ для двух условий движения ЛА, отличающихся координатами конечной точки и массой перемещаемых грузов:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{M}1}=\begin{bmatrix}25 & 6 & 37\end{bmatrix}^{\mathrm{T}};\ \mathbf{M}_{\mathrm{M}2}=\begin{bmatrix}24 & 8 & 12\end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M}1}=\begin{bmatrix}814081 & 561 & 1403298\\ 561 & 1497 & 1031\\ 1403298 & 1031 & 2428612\end{bmatrix},\ \mathbf{K}_{\mathrm{M}2}=\begin{bmatrix}776354 & 548556 & 547578\\ 548556 & 388292 & 387339\\ 547578 & 387339 & 387377\end{bmatrix}.$$

Необходимо найти матрицы $\mathbf{P}_{12}$, связывающие векторы $\hat{\mathbf{X}}_1$ и $\hat{\mathbf{X}}_2$ в первых и вторых условиях.

Пусть наложено ограничение $\delta_K \le 2$ % на величину относительной погрешности решения нелинейного уравнения (3).

Оператор пересчета результатов испытаний ЛА во вторых условиях к результатам испытаний в первых условиях, полученный первым способом, имеет вид

$$\mathbf{P}_{\Pi 12}=\begin{bmatrix}-4,2764 & -16,5756 & 21,6864\\ 0,3763 & -0,7629 & 0,2561\\ -8,6128 & -28,9261 & 39,5930\end{bmatrix},$$

а относительные погрешности $\delta_M=0$ и $\delta_K=1,6$ %.

Второй способ позволил получить более точное значение оператора пересчета:

$$\mathbf{P}_{\mathrm{B}12}=\begin{bmatrix}1,3340 & 0,4299 & -0,8712\\ 0,6380 & -0,3621 & -0,5347\\ 0,9020 & -0,1478 & 1,3780\end{bmatrix},$$

при котором относительные погрешности $\delta_M=0$ и $\delta_K=0,3$ %.

Для сравнения следует отметить, что при операторе пересчета, полученном путем решения уравнения (3), относительные погрешности $\delta_M=43$ %, $\delta_K=0$, а при операторе пересчета, удовлетворяющем нелинейному векторно-матричному уравнению правдоподобия, $\delta_M=98$ %, $\delta_K=0,1$ %. Отсюда видно, что предложенные способы целесообразно использовать для объединения опытных данных, полученных по результатам испытаний ЛА в различных условиях.

При изменении исходных данных точность решения задачи пересчета также может изменяться. Пусть, например, модельные оценки характеристик точности СУ в первых условиях имеют следующие значения:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{M}1} = \begin{bmatrix} 18 & 17 & 27 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{K}_{\mathrm{M}1} = \begin{bmatrix} 514063 & 2564 & 90322 \\ 2564 & 21498 & 2076 \\ 90322 & 2076 & 1328211 \end{bmatrix}.$$

В этом случае относительные погрешности решения уравнений (2), (3) составили:

— при использовании оператора пересчета, полученного первым способом, $\delta_M = 0$, $\delta_K = 5{,}7\ \%$;

— при использовании оператора пересчета, полученного вторым способом, $\delta_M = 0$, $\delta_K = 9{,}3\ \%$;

— при использовании оператора пересчета, полученного путем решения уравнения (3), $\delta_M = 286\ \%$, $\delta_K = 0$;

— при использовании оператора пересчета, полученного путем решения уравнения правдоподобия, $\delta_M = 182\ \%$, $\delta_K = 0{,}2\ \%$.

Заключение. Для оценивания характеристик точности СУ перспективного ЛА в процессе его опытной отработки полученные разнородные данные пересчитываются к некоторым заданным условиям испытаний. Предложены два способа определения операторов пересчета опытной информации, позволяющие, по сравнению с известными подходами, повысить качество оценивания точностных характеристик СУ ЛА. Приведенный демонстрационный пример показал, что целесообразно параллельно использовать оба способа, поскольку точность решения задачи пересчета существенно зависит от исходных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Александровская Л. Н., Круглов В. И., Кузнецов А. Г.* и др. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем: Учеб. пособие. М.: Логос, 2003. 736 с.

2. *Буренок В. М., Найденов В. М.* Испытательная база: выход из кризиса // Воздушно-космическая оборона. 2009. № 1 (44). С. 18—25.

3. *Лобейко В. И., Кислов О. В., Литвинов С. П., Соколов С. П.* Анализ существующей системы испытаний вооружения и военной техники на полигоне, научно-методическое обеспечение экспериментальной отработки вооружения и военной техники // Вестн. воздушно-космической обороны. 2018. № 3(19). С. 10—16.

4. *Ардашов А. А., Арсеньев В. Н., Силантьев С. Б.* Метод обработки неоднородной статистической информации о характеристиках точности системы управления // Информационно-управляющие системы. 2015. № 5 (78). С. 55—59.

5. *Поляков А. П.* и др. Справочник по эксплуатации космических средств / Под ред. *А. П. Полякова*. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2006. 758 с.

6. *Эльясберг П. Е.* Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976. 415 с.

7. *Рыжиков Ю. И.* Имитационное моделирование. Теория и технологии. СПб: КОРОНА-принт; М.: Альтекс-А, 2004. 384 с.

8. *Пугачев В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Физматлит, 2002. 496 с.

9. *Миронов В. И.* Задача приведения вариаций фазовых координат нелинейных динамических систем к заданным условиям испытаний // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1970. № 3. С. 12—19.

10. *Арсеньев В. Н.* Определение характеристик точности системы по результатам ее испытаний в различных условиях испытаний // Изв. АН РФ. Техн. кибернетика. 1992. № 2. С. 118—121.

11. *Арсеньев В. Н., Лабецкий П. В.* Оценивание характеристик точности системы управления ракеты-носителя по результатам пусков в различных условиях // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 1. С. 27—32.

12. *Кетков Ю. Л., Кетков А. Ю. Шульц М. М.* MATLAB 7: Программирование, численные методы. СПб: БХВ-Петербург, 2005. 752 с.

13. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.

14. *Бахтин В. И., Иванишко И. А., Лебедев А. В., Пиндрик О. И.* Метод множителей Лагранжа. Минск: БГУ, 2012. 40 с.

Сведения об авторах

Владимир Николаевич Арсеньев — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов

Сергей Валерьевич Слатов — адъюнкт; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов; E-mail: 3011987@mail.ru

Андрей Александрович Ядренкин — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов

Поступила в редакцию 21.10.22; одобрена после рецензирования 27.10.22; принята к публикации 25.01.23.

REFERENCES

1. Aleksandrovskaya L.N., Kruglov V.I., Kuznetsov A.G. et al. *Teoreticheskiye osnovy ispytaniy i eksperimental'naya otrabotka slozhnykh tekhnicheskikh sistem* (Theoretical Foundations of Testing and Experimental Development of Complex Technical Systems), Moscow, 2003, 736 p. (in Russ.)
2. Burenok V.M., Naydenov V.G. *Zhurnal vozdushno-kosmicheskaya oborona*, 2009, no. 1(44), pp. 18–25. (in Russ.)
3. Lobeyko V.I., Kislov O.V., Litvinov S.P., Sokolov S.P. *Vestnik vozdushno-kosmicheskoy oborony*, 2018, no. 3(19), pp. 10–16. (in Russ.)
4. Ardashov A.A., Arseniev V.N., Silantyev S.B. *Information and Control Systems*, 2015, no. 5(78), pp. 55–59. (in Russ.)
5. Polyakov A.P. et al. *Spravochnik po ekspluatatsii kosmicheskikh sredstv* (Space Operations Handbook), St. Petersburg, 2006, 758 p. (in Russ.)
6. Elyasberg P.E. *Opredeleniye dvizheniya po rezul'tatam izmereniy* (Determining Motion from Measurements), Moscow, 1976, 415 p. (in Russ.)
7. Ryzhikov Yu.I. *Imitatsionnoye modelirovaniye. Teoriya i tekhnologii* (Simulation Modeling. Theory and Technology), St. Petersburg, 2004, 384 p. (in Russ.)
8. Pugachev V.S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* (Theory of Probability and Mathematical Statistics), Moscow, 2002, 496 p. (in Russ.)
9. Mironov V.I. *Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. Technical cybernetics*, 1970, no. 3, pp. 12–19. (in Russ.)
10. Arseniev V.N. *Proceedings of the Academy of Sciences of the RF. Technical cybernetics*, 1992, no. 2, pp. 118–121. (in Russ.)
11. Arseniev V.N., Labetskiy P.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2015, no. 1(58), pp. 27–32.
12. Ketkov Yu.L., Ketkov A.Yu., Shults M.M. *MATLAB 7: Programmirovaniye, chislennyye metody* (MATLAB 7: Programming, Numerical Methods), St. Petersburg, 2005, 752 p. (in Russ.)
13. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* (Theory of Matrices), Moscow, 1988, 552 p. (in Russ.)
14. Bakhtin V.I., Ivanishko I.A., Lebedev A.V., Pindrik O.I. *Metod mnozhiteley Lagranzha* (Method of Lagrange Multipliers), Minsk, 2012, 40 p. (in Russ.)

Data on authors

Vladimir N. Arseniev — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Onboard Information and Measuring Systems

Sergey V. Slatov — Adjunct; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Onboard Information and Measuring Systems; E-mail: 3011987@mail.ru

Andrey A. Yadrenkin — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Onboard Information and Measuring Systems

Received 21.10.22; approved after reviewing 27.10.22; accepted for publication 25.01.23.