

---

---

**ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ  
МАТЕРИАЛОВ, ИЗДЕЛИЙ, ВЕЩЕСТВ И ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ**

**INSTRUMENTS AND METHODS FOR MONITORING AND DIAGNOSING  
MATERIALS, PRODUCTS, SUBSTANCES AND THE NATURAL ENVIRONMENT**

---

---

УДК 678, 66.081  
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-11-982-988

**ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ЭЛАСТОМЕРНЫХ МЕМБРАН КОНТРОЛЯ ДАВЛЕНИЯ**

В. Л. ПОЛОНСКИЙ\*, Е. А. ТАРАСЕНКО, Г. В. ИВАНОВА

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*

\*vladimir.polonsky@outlook.com

**Аннотация.** Рассматривается деформация резиновой мембраны толщиной 3 мм под давлением, создаваемым рабочей жидкостью. Мембрана установлена внутри цилиндра и подпирается поршнем. При опускании поршня мембрана перемещается вместе с ним и давление рабочей жидкости деформирует мембрану, растягивая резину по краям поршня. Представлено решение задачи по определению разрушающих напряжений, особенно в области, близкой к креплению мембраны, где происходит основной прогиб резины, ее выворачивание на другую сторону. Приведены расчет и анализ полученных результатов области в углах мембраны по краям поршня, где резина под давлением растягивается. Задача решается как статическая в осесимметричной постановке без учета трения с использованием программы ABAQUS. Рассматривается самый опасный вариант при нулевом трении между резиной и металлом, причем резина рассматривается как нелинейно-упругий слабосжимаемый материал. Проанализированы результаты численных расчетов по критерию прочности на основе стандартных показателей резины: предела прочности и удлинения при разрыве. Представлен вывод о работоспособности мембраны по критерию прочности.

**Ключевые слова:** *эластомерный материал, резина, мембрана, нелинейная упругость, прочность, напряжение по Мизесу*

**Ссылка для цитирования:** *Полонский В. Л., Тарасенко Е. А., Иванова Г. В. Оценка прочности эластомерных мембран контроля давления // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 11. С. 982—988. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-11-982-988.*

**EVALUATION OF THE STRENGTH OF ELASTOMERIC MEMBRANES  
OF PRESSURE CONTROL DEVICES**

V. L. Polonsky\*, E. A. Tarasenko, G. V. Ivanova

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*

\*vladimir.polonsky@outlook.com

**Abstract.** Deformation of a 3 mm thick rubber membrane under pressure created by working fluid is considered. The membrane is installed inside a cylinder and supported by a piston. When the piston is lowered, the membrane moves with it and the pressure of the working fluid deforms the membrane, stretching the rubber along the edges of the piston. A solution to the problem of determining the breaking stresses is presented, with special attention being paid to the area close to the membrane fastening, where the main deflection of the rubber and its inversion to the other side occur. Calculation and analysis of the results obtained of the area in the corners of the membrane along the edges of the piston, where the rubber is stretched under pressure, are performed. The problem is solved as a static one in an axisymmetric formulation without taking into account friction using the ABAQUS program. The most dangerous option is considered with zero friction between rubber and metal, and rubber is considered as a nonlinearly elastic, weakly compressible material. The results of numerical calculations on the strength criterion based on standard rubber indicators: tensile strength and elongation at break are analyzed. A conclusion is presented about the performance of the membrane according to the strength criterion.

---

© Полонский В. Л., Тарасенко Е. А., Иванова Г. В., 2023

**Keywords:** elastomeric material, rubber, membrane, nonlinear elasticity, strength, von Mises stresses

**For citation:** Polonsky V. L., Tarasenko E. A., Ivanova G. V. Evaluation of the strength of elastomeric membranes of pressure control devices. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 11. P. 982—988 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-11-982-966.

В манометрических приборах в качестве упругого элемента применяется мембрана, представляющая собой пластину, которая под действием давления подвергается значительным упругим прогибам. Мембраны используют как чувствительные элементы в приборах или как разделители двух сред, уплотнители при передаче перемещений из области давления или вакуума [1].

Для изготовления мембран широко применяются эластомерные материалы, обладающие нелинейными свойствами. Изделия из этих материалов могут испытывать деформации без разрушения [2—7].

Непрерывно возрастающие требования к резиновым мембранам, которые используются в установках с повышенными нагрузками и давлением, а также испытывающих химико-физические воздействия, являются объектами конструкторских и технологических расчетов [8].

В настоящей статье рассматривается мембрана толщиной 3 мм, недеформированная форма которой показана на рис. 1. Мембрана установлена внутри цилиндра и снизу подперта поршнем (рис. 2, слева). Под давлением  $p = 1,0$  МПа, создаваемым рабочей жидкостью, поршень опускается в нижнее положение (рис. 2, справа). При этом мембрана выполняет роль изолятора, не пропуская рабочую жидкость дальше. При опускании поршня мембрана перемещается вместе с ним и давление рабочей жидкости деформирует мембрану, растягивая резину по краям поршня.

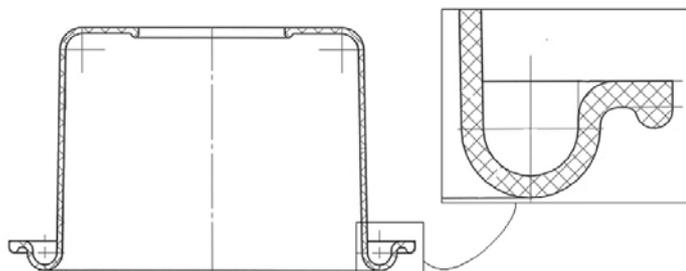


Рис. 1

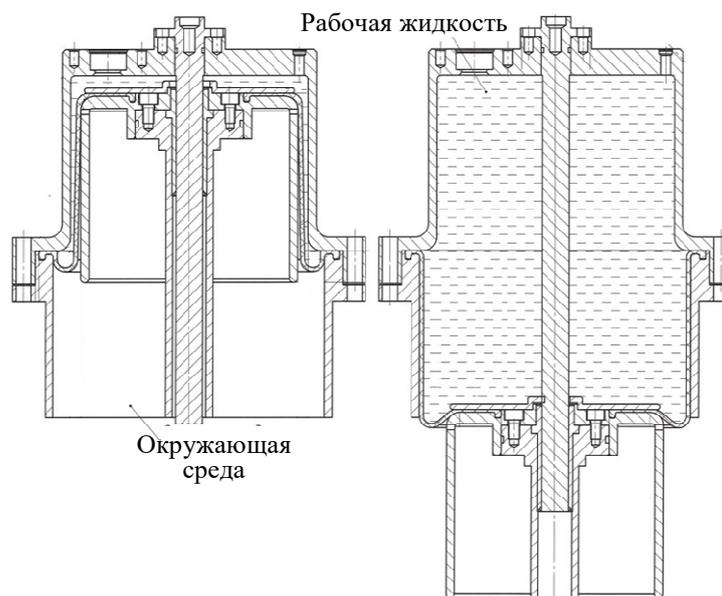


Рис. 2

В этой задаче представляет интерес значение разрушающих напряжений, особенно в области, близкой к креплению мембраны, где происходит основной прогиб резины, ее выворачивание на другую сторону. Также заслуживает внимания область в углах мембраны по краям поршня, где резина под давлением растягивается.

В качестве материала мембраны рассматривается стандартная высокоэластичная резина, имеющая следующие характеристики: модуль Юнга  $E = 4,1$  МПа, предел прочности  $\sigma_y = 17,6$  МПа, удлинение при разрыве  $\varepsilon_y = 6,0$ . При этом предельные разрушающие напряжения определяются из условия слабой сжимаемости резины:

$$\sigma_{пр} = (\varepsilon_y + 1) \cdot \sigma_y = (6 + 1) \cdot 17,6 = 123 \text{ МПа.}$$

Коэффициент запаса прочности можно определить как

$$s = \frac{\sigma_{пр}}{\sigma_M},$$

где  $\sigma_M$  — напряжение по Мизесу.

Задача относится к области нелинейной упругости [9—15]. Для ее решения использовалась программа ABAQUS. Резина рассматривалась как нелинейно-упругий слабосжимаемый материал. Для описания упругого поведения резины использовался полиномиальный упругий потенциал

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{10}(\bar{I}_2 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + \frac{1}{D_1}(J^{el} - 1)^2,$$

где  $\bar{I}_i = I_i / J^{1/3}$ ,  $I_1, I_2$  — инварианты меры деформации Коши — Грина;  $J, J^{el}$  — третий инвариант градиента места;  $D_1$  — постоянная сжимаемости, зависящая от коэффициента Пуассона и упругих постоянных:

$$D_1 = \frac{3(1-2\nu)}{2(C_{10} + C_{01})(1+\nu)}.$$

Коэффициент Пуассона  $\nu$  принят равным 0,48. Величины упругих постоянных, как правило, определяемые по нагрузочным кривым, для используемой резины следующие:  $C_{10} = 0,6925$  МПа,  $C_{02} = 0,0261$  МПа,  $C_{20} = 0,0106$  МПа;  $D_1 = 0,0585$  МПа.

Задача решается как статическая в осесимметричной постановке. Осесимметричная модель показана на рис. 3. Трение не учитывается. Рассматривается самый опасный вариант при нулевом трении между резиной и металлом.

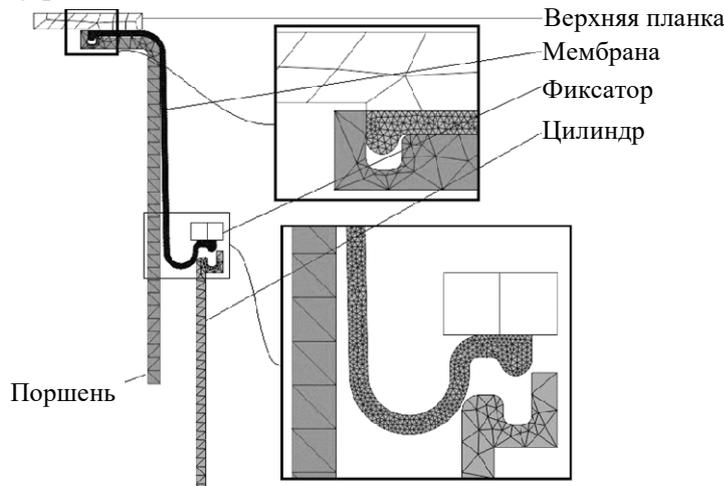


Рис. 3

Модель состоит из пяти элементов: мембрана, стальной поршень, стальной цилиндр, верхняя стальная планка, стальной фиксатор, необходимый для поджатия мембраны. Отли-

чие модели от чертежа заключается в том, что и поршень, и цилиндр удлинены. Причина в том, что на практике перемещение поршня под давлением начинается сразу с деформацией резины под действием этого давления. В расчетах же сначала подается давление, резина деформируется и только потом происходит перемещение поршня. При коротком поршне до его перемещения при растяжении резины она может выйти за края поршня, чего на самом деле не происходит. Удлинение поршня необходимо, чтобы удержать деформированную мембрану.

Задача решалась в три этапа.

*I этап* — установка мембраны. Осуществляется поджатие резины верхней планкой и фиксатором. Верхняя планка сжимает резину на 1 мм. Фиксатор не перемещается. задается перемещение вверх цилиндра. Начальное положение цилиндра подобрано так, чтобы он не касался резины.

*II этап* — подача давления  $p$ . Давление подается на свободную наружную стенку мембраны и верхнюю поверхность планки. Поршень, верхняя планка, фиксатор и цилиндр фиксированы.

*III этап* — перекладка мембраны. задается перемещение поршня вниз. задается перемещение поршня и верхней планки. Цилиндр и фиксатор не перемещаются. Давление продолжает действовать на стенку мембраны.

Деформированная модель и поле разрушающих напряжений после I этапа, т.е. после поджатия мембраны, показаны на рис. 4 и 5. Напряжения не велики:  $\sigma_M = 3,5$  МПа, фиксируются в месте, где разрушения не будет.

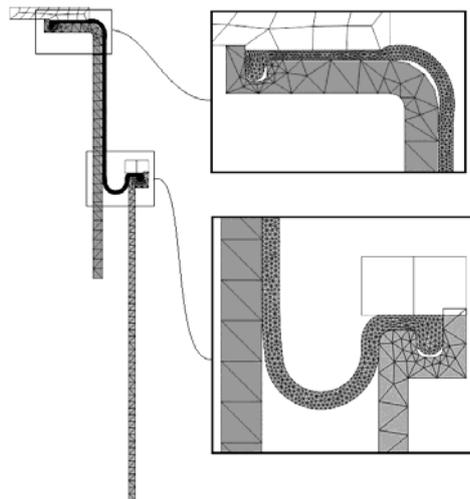


Рис. 4

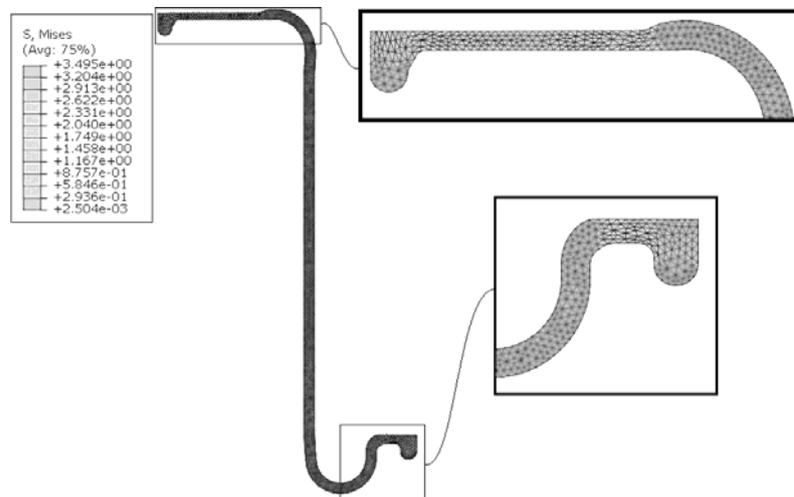


Рис. 5

Деформированная модель и поле разрушающих напряжений после подачи давления (после II этапа) показаны на рис. 6; максимальное значение разрушающих напряжений  $\sigma_M = 9,9$  МПа. Деформированная модель и разрушающие напряжения после перекладки мембраны — на рис. 7, максимальное значение разрушающих напряжений  $\sigma_M = 10,9$  МПа.

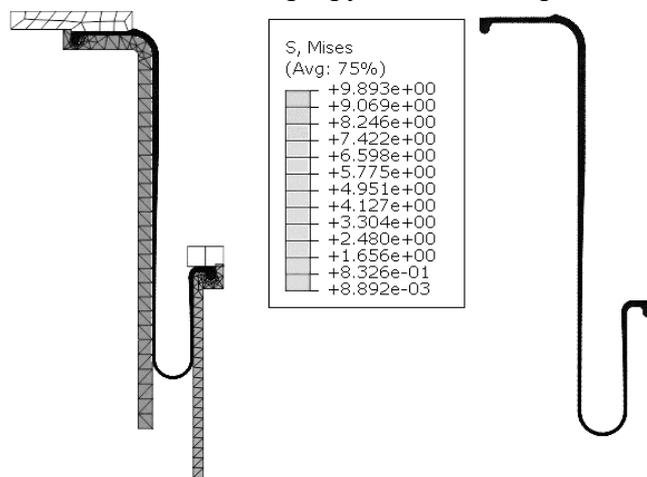


Рис. 6

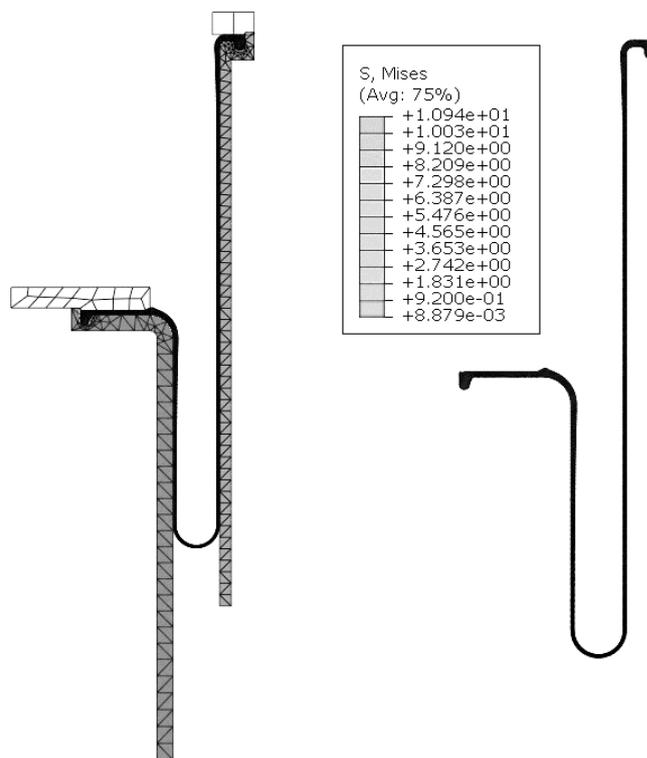


Рис. 7

Для наглядности значения разрушающих напряжений сведены в таблицу. Минимальный коэффициент запаса прочности 11,3.

| Состояние                 | $\sigma_M$ , МПа | $s$  | $\sigma_{пр}$ , МПа |
|---------------------------|------------------|------|---------------------|
| После подачи давления     | 9,9              | 12,4 | 123                 |
| После перекладки мембраны | 10,9             | 11,3 | 123                 |

Можно сделать вывод, что при давлении  $p = 1,0$  МПа мембрана работоспособна, резина не разрушится. Единственное требование к изменению конструкции — необходимость увеличения длины цилиндра и поршня.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колтак Е. П., Мальцева Л. С. Большие деформации резиновых мембран // Молодой ученый. 2014. № 16 (75). С. 78—84 [Электронный ресурс]: <<https://moluch.ru/archive/75/12757/>>, 01.07.2023.
2. Ашейчик А. А., Полонский В. Л. Экспериментальное определение динамических характеристик эластомеров // Решетневские чтения. 2016. Т. 1, № 20. С. 540—542.
3. Ашейчик А. А., Полонский В. Л. Прогнозирование изменения свойств эластомеров при термическом старении // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2016. Т. 1, № 12. С. 241—243.
4. Полонский В. Л., Тюрин А. П. Проектирование неподвижных уплотнений для подводного нефтедобывающего оборудования // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2017. № 4. С. 44.
5. Polonskii V. L., Tyurin A. P. Design of stationary seals for underwater oil production equipment // Chemical and Petroleum Engineering. 2017. P. 273—278.
6. Полонский В. Л., Тюрин А. П. Проектирование неподвижных уплотнений для подводного нефтедобывающего оборудования // Модели и методы развития технологий машиностроения в условиях цифровизации экономики России: Науч. тр. Высшей школы машиностроения; Под ред. А. А. Поповича. СПб: 2022. С. 14—22.
7. Полонский В. Л., Тарасенко Е. А., Цветкова Г. В. Резиновые амортизаторы малой жесткости для крепления труб // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 4. С. 378—381.
8. Лепетов В. А. Расчеты и конструирование резиновых конструкционных изделий и форм: Учеб. пособие Л.: Химия, 1972. 312 с.
9. Ашейчик А. А., Полонский В. Л. Расчет деталей машин методом конечных элементов. СПб: Изд-во СПбПУ, 2016. 243 с.
10. Кабриц С. А., Мальков В. М., Мансурова С. Е. Математическое моделирование нелинейной деформации эластомерного слоя // Вестн. Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2011. № 3. С. 56—63.
11. Кабриц С. А., Мальков В. М., Мансурова С. Е. Нелинейные уравнения плоского слоя для трех моделей эластомерного материала // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 1. С. 38.
12. Кабриц С. А., Черных К. Ф. Нелинейная теория изотропно упругих тонких оболочек с учетом поперечного сдвига // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1996. № 1. С. 124.
13. Колтак Е. П. Устойчивость и закритические состояния безмоментных оболочек при больших деформациях: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. СПб, 2000.
14. Колтак Е. П. Matlab: методы вычислений: Учеб. пособие СПб: СПбГУ, 2007.
15. Колтак Е. П. Введение в механику сплошных сред: Учеб. пособие СПб: СПбГУ, 2004.

**Сведения об авторах**

- Владимир Львович Полонский** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа машиностроения, Институт машиностроения, материалов и транспорта; доцент;  
E-mail: vladimir.polonsky@outlook.com
- Елена Александровна Тарасенко** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа машиностроения, Институт машиностроения, материалов и транспорта; доцент;  
E-mail: taraselen@mail.ru,
- Галина Валерьевна Иванова** — Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа машиностроения, Институт машиностроения, материалов и транспорта; старший преподаватель;  
E-mail: galura@yandex.ru

Поступила в редакцию 10.07.2023; одобрена после рецензирования 28.07.2023; принята к публикации 27.09.2023.

**REFERENCES**

1. Kolpak E.P. *Molodoy uchenyy*, 2014, no. 16(75), pp. 78–84, URL: <https://moluch.ru/archive/75/12757/>. (in Russ.)
2. Asheychik A.A., Polonsky V.L. *Reshetnevskiy chteniya*, 2016, no. 20(1), pp. 540–542. (in Russ.)

3. Asheyichik A.A., Polonsky V.L. *Aktual'nyye problemy aviatsii i kosmonavtiki*, 2016, no. 12(1), pp. 241–243. (in Russ.)
4. Polonsky V.L., Tyurin A.P. *Khimicheskoye i neftegazovoye mashinostroyeniye*, 2017, no. 4, pp. 44–47. (in Russ.)
5. Polonskii V.L., Tyurin A.P. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2017, pp. 273–278. (in Russ.)
6. Polonskii V.L., Tyurin A.P. *Scientific works of the Higher School of Mechanical Engineering*, St. Petersburg, 2022, pp. 14–22. (in Russ.)
7. Polonsky V.L., Tarasenko E.A., Tsvetkova G.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2020, no. 4(63), pp. 378–381. (in Russ.)
8. Lepetov V.A. *Raschety i konstruirovaniye rezinovykh konstruktsionnykh izdeliy i form* (Calculations and Design of Rubber Structural Products and Molds), Leningrad, 1972, 312 p. (in Russ.)
9. Asheyichik A.A., Polonsky V.L. *Raschet detaley mashin metodom konechnykh elementov* (Calculation of Machine Parts by the Finite Element Method), St. Petersburg, 2016, 243 p. (in Russ.)
10. Malkov V.M., Kabrits S.A., Mansurova S.E. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2011, no. 3, pp. 56–63. (in Russ.)
11. Kabrits S.A., Malkov V.M., Mansurova S.E. *Mechanics of Solids*, 2001, no. 1, pp. 38. (in Russ.)
12. Kabrits S.A., Chernykh K.F. *Mechanics of Solids*, 1996, no. 1, pp. 124. (in Russ.)
13. Kolpak E.P. *Ustoychivost' i zakriticheskiye sostoyaniya bezmomentnykh obolochek pri bol'shikh deformatsiyakh* (Stability and Supercritical States of Moment-Free Shells under Large Deformations), Doctor's thesis St. Petersburg, 2000. (in Russ.)
14. Kolpak E.P. *Mathlab: metody vychisleniy* (Mathlab: Calculation Methods), St. Petersburg, 2007. (in Russ.)
15. Kolpak E.P. *Vvedeniye v mekhaniku sploshnykh sred* (Introduction to Continuum Mechanics), St. Petersburg, 2004. (in Russ.)

#### Data on authors

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| <b>Vladimir L. Polonsky</b> | — PhD; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport; Higher School of Mechanical Engineering; Associate Professor; E-mail: vladimir.polonsky@outlook.com           |
| <b>Elena A. Tarasenko</b>   | — PhD, Associate Professor; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport; Higher School of Mechanical Engineering; Associate Professor; E-mail: taraselen@mail.ru, |
| <b>Galina V. Ivanova</b>    | — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport; Higher School of Mechanical Engineering; Senior Lecturer; E-mail: galura@yandex.ru                                 |

Received 10.07.2023; approved after reviewing 28.07.2023; accepted for publication 27.09.2023.