УДК 681.51
DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-230-240

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В. Ф. Шишлаков, В. И. Гончарова*

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, Россия
**goncharova_31kaf@bk.ru*

Аннотация. Рассматривается задача параметрического синтеза законов управления непрерывными системами автоматического управления с распределенным параметрами. В качестве математического аппарата для решения задачи применяется метод разделения переменных для реализации перехода от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям с целью распространения обобщенного метода Галеркина на новый класс систем с распределенными параметрами.

Ключевые слова: *системы автоматического управления с распределенными параметрами, обобщенный метод Галеркина, метод разделения переменных (Фурье), дифференциальные уравнения в частных производных*

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, „Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга“.

Ссылка для цитирования: *Шишлаков В. Ф., Гончарова В. И.* Параметрический синтез линейных систем автоматического управления с распределенными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 3. С. 230—240. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-230-240.

PARAMETRIC SYNTHESIS OF LINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

V. F. Shishlakov, V. I. Goncharova*

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
St. Petersburg, Russia
**goncharova_31kaf@bk.ru*

Abstract. The problem of parametric synthesis of control laws for continuous automatic control systems with distributed parameters is considered. As a mathematical apparatus for solving the problem, the method of separation of variables (Fourier) is used to implement the transition from partial differential equations to ordinary differential equations, in order to extend the generalized Galerkin method to a new class of systems with distributed parameters.

Keywords: automatic control systems with distributed parameters, generalized Galerkin method, method of separation of variables (Fourier), partial differential equations

Acknowledgements: the work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, agreement No. FSRF-2023-0003, “Fundamental principles for the construction of noise-resistant systems for space and satellite communications, relative navigation, technical vision and aerospace monitoring”.

For citation: Shishlakov V. F., Goncharova V. I. Parametric synthesis of linear automatic control systems with distributed parameters. *Journal of Instrument Engineering.* 2024. Vol. 67, N 3. P. 230—240 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-230-240.

Синтез параметров систем автоматического управления (САУ) сложными техническими объектами является актуальной инженерно-технической задачей, что обусловлено прогрессивным развитием электромеханических, электроэнергетических, а также робототехнических киберфизических систем, проектируемых и внедряемых в разных областях науки и техники [1, 2].

Поскольку речь идет о системах с распределенными параметрами, задача их реализации, в отличие от реализации систем с сосредоточенными параметрами, имеет ряд особенностей, связанных с построением математической модели. Главная особенность задачи реализации САУ с распределенными параметрами — учет пространственной протяженности управляемого объекта, что влечет за собой описание не только во времени, но и в пространстве. Следствием особенности описания объекта можно считать тот факт, что САУ с распределенными параметрами описываются дифференциальными уравнениями в частных производных (далее — ДУ ЧП), интегральными, а также интегродифференциальными уравнениями, что приводит к трудностям в расчетах и построении математической модели объекта.

Наиболее распространенным методом синтеза САУ является обобщенный метод Галеркина [3—7]. Однако указанный метод не позволяет решить задачу синтеза САУ, используя уравнения в частных производных. С целью упрощения обобщенного метода Галеркина и распространения его на системы с распределенными параметрами рассмотрим классический пример перехода от ДУ ЧП к обыкновенным дифференциальным уравнениям и использование данного метода [5—11] в уравнении перехода.

Для решения поставленной задачи рассмотрим процедуру синтеза системы управления объектом с распределенными параметрами с обратной связью на примере процесса нагрева стержня в печи. В отличие от систем с сосредоточенными параметрами, где используются обыкновенные дифференциальные уравнения, в системах с распределенными параметрами задача осложняется учетом нескольких переменных в пространстве состояний, что связано с рядом сложностей и, как следствие, с недостаточной изученностью данного класса систем, а также с отсутствием эффективного математического аппарата для своевременного принятия решения.

Поскольку исследуется непрерывная система, содержащая обратную связь, необходимо и достаточно рассмотреть управление процессом нагрева стержня с использованием текущей и предыдущей по времени обратной связи [12]. Используя данные из работы [12], выполним переход от ДУ ЧП к обыкновенным дифференциальным уравнениям [13]. Для этого необходимо в двумерной области $D=\{(x,t)|a \le x \le b,\, t \ge 0\}$ решить дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dt}U - K(x,t)\frac{d^2}{dx^2}U - K(x,t)\left(\frac{d}{dx}U\right) - \beta(x,t)U = g(x,t)$$

с учетом краевых условий

$$\left.\begin{aligned} a_0u(a,t)+a_1\frac{\partial u(a,t)}{\partial x} &= a_2(t),\\ b_0u(b,t)+b_1\frac{\partial u(b,t)}{\partial x} &= b_2(t) \end{aligned}\right\}$$

и начального условия

$$u(x,0)=f(x).$$

В случае если значения функций K, β, g, a_2, b_2 не зависят от времени t, необходимо задать $K(x)$, $K>0$, $\beta(x)$, $g(x)$, $f(x)$ и численные значения параметров a, b, a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, c_1, c_2, c_3, c_4:

$$c_1=0{,}1,\; c_2=1,\; c_3=1,\; c_4=1;$$

$$K(x)=c_1,\; \beta(x)=0,\; g(x)=0;$$

$$a=0,\ b=2, a_0=1,\ a_1=0,\ a_2=c_2,\ b_0=1,\ b_1=0,\ b_2=c_3,$$

$$f(x)=c_4x^2+\frac{c_3-c_2-c_4b^2}{b}x+c_2.$$

Таким образом,

$$f(x)=x^2-\frac{\pi^2-1}{\pi}+1.$$

Для наглядности введем момент времени, в течение которого необходимо провести исследование: T=1 с.

Далее необходимо получить точное решение $U(x, t)$ с помощью разложения функции в ряд Фурье. При условии, что $\beta(x)$=0, $\psi(x)$=0, $K(x)=c_1$=const, используем метод разделения переменных [14]:

$$U(x,t)=Q(x,t)+f(t)+\psi(t);$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}=K^2\frac{\partial Q}{\partial t}+f'(t)+\psi'(t). \qquad (1)$$

Изменим уравнение (1), сделав его неоднородным:

$$\frac{\partial U}{\partial t}=K^2\frac{\partial Q}{\partial x^2}-f'(t)-\psi'(t),$$

причем

$$Q(a_2,t)=0, f(b_2,t)=0,$$

тогда

$$\left.\begin{aligned} &U(0,t)=0+0+\psi(t)=\alpha(t);\\ &U(b_2,t)=0+f(t)b_2+\psi(t)=\beta(t),\\ &f(t)=\frac{\beta(t)-\alpha(t)}{b_2}.\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Таким образом, однородное уравнение представим в виде неоднородного, при этом для Q изменим граничные условия:

$$U(x,0)=f_0(x)=Q(x,0)+f(0)x+\psi(0)=Q(x,0)+\frac{\beta(0)-\alpha(0)}{b_2}x+\alpha(0),$$

т.е. начальные условия для функции Q примут следующий вид:

$$\begin{gathered} Q(x,0)=f_0(x)+\frac{\beta(0)-\alpha(0)}{b_2}x-\alpha(0),\\ Q(a_2,t)=0,\ \mathrm{Q}(b_2,t)=0. \end{gathered} \qquad (3)$$

Далее получим уравнение

$$Q(x,t)=U(x,t)+V(x,t),$$

разделив правую часть которого и граничные условия (3) на разные функции, получим два уравнения, являющиеся решением одного и того же уравнения, т.е. получим однородное уравнение

$$\frac{\partial U}{\partial t}=K^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

и неоднородное уравнение

$$\frac{\partial V}{\partial t}=K^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}-f'(t)x-\psi'(t).$$

После подстановки в последнее системы (2) имеем

$$\frac{\partial V}{\partial t}=K^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}-\frac{\beta'(t)-\alpha'(t)}{b_2}x-\alpha'(t),$$

при этом

$$U(x,0)=f_0(x)-\frac{\beta(0)-\alpha(0)}{b_2}x+\alpha(0),\ \ V(x,0)=0.$$

В результате получим

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial(U+V)}{\partial t}=K^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+K^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}-\frac{\beta'(t)-\alpha'(t)}{b_2}x-\alpha'(t)=$$

$$=K^2\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{\beta'(t)-\alpha'(t)}{b_2}x-\alpha'(t),$$

причем

$$Q(x,0)=U(x,0)+V(x,0)=f_0(x)-\frac{\beta(0)-\alpha(0)}{b_2}x-\alpha(0)$$

с учетом нулевых граничных условий $U(a_2,t)=0,\ U(b_2,t)=0,\ V(a_2,t)=0,\ V(b_2,t)=0.$

Согласно начальным условиям

$$U(a_2,t)=A(0)B(t)=0;\ U(b_2,t)=A(x)B(t)=0, \tag{4}$$

функция $B(t)$ не может быть равна нулю, тогда U всегда будет равно нулю. Таким образом, получим

$$A(a_2)=0,\ A(b_2)=0.$$

Далее разделим функции (4) на две части:

$$U(x,t)=A(x)B(t);\quad A(x)B'(t)=K^2A''(x)B(t);$$

$$\frac{B'(t)}{K^2B(t)}=\frac{A''(x)}{A(x)}=M,\quad A''(x)-MA(x)=0.$$

Поскольку экспонента не может быть линейной, то

$$A_k(x)=\sin\left(\frac{\pi kx}{b_2}\right),$$

где $M=-\left(\frac{\pi k}{b_2}\right)^2$, так как $\sqrt{-M}=\frac{\pi k}{b_2}$, причем $k\in\mathbb{N}$.

Таким образом, k не может быть равно нулю и не может быть отрицательным, так как $\sqrt{-M}$ положительный. Поскольку

$$B_k^{'}=MK^2\beta(t)-\left(\frac{\pi kK}{b_2}\right)^2B_k(t);\quad B_k=\exp\left\{-\left(\frac{\pi kK}{b_2}\right)^2t\right\},$$

то соответственно

$$U_k(x,t)=\exp\left\{-\left(\frac{\pi kK}{a_2-b_2}\right)^2t\right\}\sin\left(\frac{\pi kx}{a_2-b_2}\right).$$

Так как данное уравнение линейное, то решение существует; умножая уравнение на любой числовой множитель и суммируя с другим таким же решением, получаем

$$U(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k\exp\left\{-\left(\frac{\pi k c_1}{a_2-b_2}\right)^2 t\right\}\sin\left(\frac{\pi k x}{a_2-b_2}\right).$$

Поскольку начальное значение $U(x,0)=f_0(x)-\dfrac{\beta(0)-\alpha(0)}{b_2}x+\alpha(0),$ то

$$U(x,t)=U_0(x,t)+\sum_{k=1}^{M}A_k\exp\left\{-c_1 t\frac{k^2\pi^2}{(b-a)^2}\right\}\sin\left(\frac{k\pi x}{b-a}\right).$$

Далее необходимо задать количество слагаемых, при которых точность решения в относительных единицах будет иметь большее приближение; так, при M=3 с точностью до 0,001 зададим значение, превышающее данный параметр, например M=30. При a_1=0, b_1=0 функцию $U_0(x, t)$ можно представить в виде

$$U_0(x)=\frac{b_0a_2b-b_2a_0a}{a_0b_0(b-a)}+\frac{\left(b_2a_0-b_0a_2\right)x}{a_0b_0(b-a)},\quad U_0(x)=1.$$

Вычислим значения коэффициентов A_k, $k=\overline{1,M}$:

$$A_{2\,i-1}=\frac{2}{b-a}\int_a^b\left(f(x)-U_0(x)\right)\sin\left(\frac{\pi i x}{b-a}\right)dx,\quad i=\overline{1,M},$$

$$f(x)-U_0(x)=x^2-\frac{x}{2}-\frac{x(\pi^2-1)}{\pi}.$$

В этом случае получим точное решение $U(x, t)$ вида

$$U_T(x,t)=U_0(x)+\sum_{k=1}^{M}\left[A_{2\,k-1}\exp\left\{-c_1 t\frac{k^2\pi^2}{\left(b-a\right)^2}\right\}\sin\left(\frac{k\pi x}{b-a}\right)\right].$$

Определим матрицу U_1 точного решения, разделяя отрезок $[a,b]$ на десять частей при t, равном 0; 0,1 T; 0,2T; ..., T:

$$U_{1\,i,j}=U_T\left[a+(b-a)\frac{i}{10},\frac{jT}{10}\right];\ i=\overline{0,10},\quad j=\overline{0,10},$$

тогда

$$U_1=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0{,}64 & 0{,}674 & 0{,}698 & 0{,}717 & 0{,}733\\ 0{,}36 & 0{,}4 & 0{,}435 & 0{,}467 & 0{,}496\\ 0{,}16 & 0{,}2 & 0{,}239 & 0{,}277 & 0{,}313\\ 0{,}04 & 0{,}08 & 0{,}12 & 0{,}159 & 0{,}198\\ -1{,}899\cdot10^{-5} & 0{,}04 & 0{,}08 & 0{,}12 & 0{,}159\\ 0{,}04 & 0{,}08 & 0{,}12 & 0{,}159 & 0{,}198\\ 0{,}16 & 0{,}2 & 0{,}239 & 0{,}277 & 0{,}313\\ 0{,}36 & 0{,}4 & 0{,}435 & 0{,}467 & 0{,}496\\ 0{,}64 & 0{,}674 & 0{,}698 & 0{,}717 & 0{,}733\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}.$$

Введем переменную n=2, которая представляет собой количество решений. Получим график точного решения (рис. 1) при t=T.

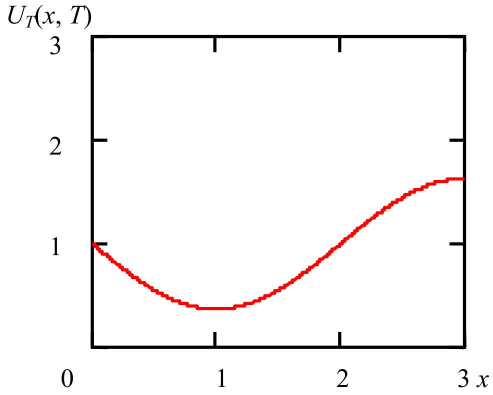

Рис. 1

Далее необходимо получить приближенное решение. Будем использовать приближенные функции

$$V_0(k,x) = (x-a)^k (x-b), \quad k = \overline{1,n},$$

которые необходимо нормировать при

$$VV_{i-1} = \sqrt{\int_a^b \left(V_0(i,x)\right)^2 dx}, \quad i = \overline{1,n},$$

после чего получаем нормированные приближенные решения:

$$V(k,x) = \text{если}\left[k \neq 0, \frac{V_0(k,x)}{VV_{k-1}}, \frac{b_0 a_2 b - b_2 a_0 a}{a_0 b_0 (b-a)} + \frac{b_2 a_0 - b_0 a_2}{a_0 b_0 (b-a)}\right],$$
$$V(0,x) = 1.$$

Определим значения двух первых производных нормированного приближенного решения:

$$V_1(k,x) = \text{если}\left[k \neq 0, \frac{(x-a)^k + (x-b)k(x-a)^{k-1}}{VV_{k-1}}, \frac{b_2 a_0 - b_0 - a_2}{a_0 b_0 (b-a)}\right],$$

$$V_2(k,x) = \text{если}\left[k \neq 0, \frac{2k(x-a)^k + (x-b)k(x-a)^{k-1}}{VV_{k-1}}, 0\right].$$

Далее введем систему приближенных функций

$$W(k,x) = V(k,x).$$

Для получения передаточной функции объекта управления с распределенными параметрами введем в рассмотрение матрицы, элементы которых являются коэффициентами системы ДУ:

$$A\left(\frac{d}{dt}H\right) = CH + B.$$

Для нахождения функций $H_k(t)$ с начальными условиями $AH(0)$=D_1 при $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$ можно записать:

$$B_{i-1} = \int_a^b \left(K(x)V_2(x,0) + \frac{d}{dx}K(x)V_1(0,x) + \beta(0)V(0,x) + g(x)\right) W(i,x)dx;$$

$$A_{i-1,j-1} = \int_a^b V(j,x)W(i,x)dx;$$

$$C_{i-1,j-1} = \int_a^b \left[K(x)\frac{d^2}{dx^2}V(j,x) + \left(\frac{d}{dx}K(x)\right)\left(\frac{d}{dx}V(j,x)\right) + \beta(x)V(j,x)dx \right] W(i,x)dx,$$

$$D_{1\ i-1} = \int_a^b (f(x) - V(0,x))W(i,x)dx.$$

Зададим матричную систему дифференциальных уравнений в виде

$$\frac{d}{dt}H = A_1 H + B_1,$$

$$A_1 = A^{-1}C$$

с учетом начальных условий

$$H(0) = D_2; \quad B_1 = A^{-1}B, \quad D_2 = A^{-1}D_1.$$

Таким образом, получено решение системы дифференциальных уравнений

$$H=D_2;$$

$$D(t, H)=A_1+B_1,$$

$$Y_{n,k} = \begin{pmatrix} H_1(T) \\ H_2(T) \\ \dots \\ H_n(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,454 \\ 1,504 \\ -2,198 \\ 1,751 \\ -0,665 \end{pmatrix}.$$

Решение имеет следующий вид:

$$U(x, 1) = U_0(x) + 2{,}454U_1(x)\cdot 1{,}504U_2(x) - 2{,}198U_3(x)\cdot 1{,}751U_4(x) - 0{,}665U_5(x),$$

а приближенное решение — вид

$$U(x) = V(0,x) + \sum_{k=1}^{n}\left(V(k,x)Y_{n,k}\right).$$

На рис. 2, *а* представлены полученные графики приближенного $U(x)$ и точного $U_T(x, T)$ решений (кривые *1* и *2* соответственно) при n=2.

Для наглядности на рис. 2, *б* показан аналогичный график при n=3.

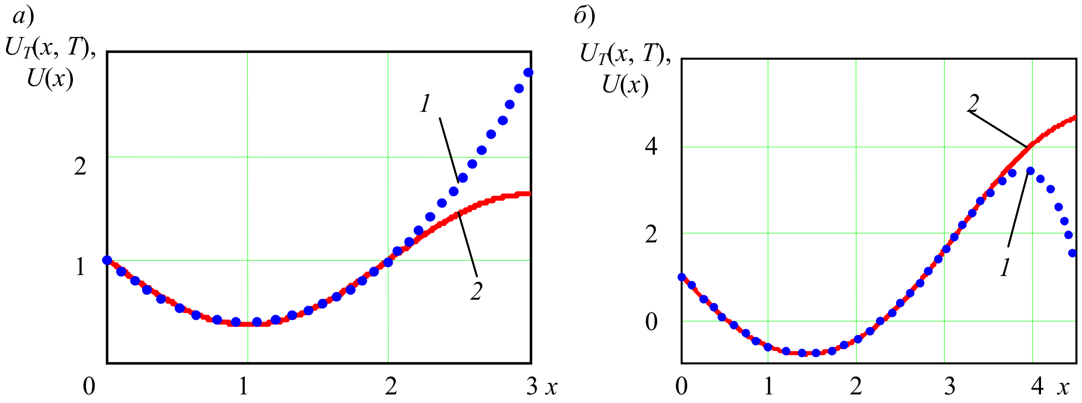

Рис. 2

Как видно из графиков, при заданном количестве решений приближенное и точное решения совпадают, что является необходимым при реализации перехода от ДУ ЧП к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Размерность матрицы A и точность вычисления приближенного решения задаются параметром n.

Поскольку решение удовлетворяет заданным параметрам, используем полученные матрицы пространства состояний A, B, C для нахождения передаточной функции системы автоматического управления с распределенными параметрами:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}935 \\ 0{,}935 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} -0{,}101 & -0{,}095 \end{bmatrix}.$$

Найдем передаточную функцию объекта управления с распределенными параметрами, заданную матрицами

$$W_{\text{р.п}}(p) = C\left(pI - A\right)^{-1} B = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{b_1 c_1 p + b_2 c_2 p + b_1 c_1 a_4 + c_2 a_3 b_1 + b_2 c_1 a_2 - b_2 c_2 a_1}{p^2 - a_1 p - a_4 p + a_1 a_4 - a_2 a_3}.$$

Таким образом, передаточная функция звена с распределенными параметрами

$$W_{\text{р.п}}(p) = \frac{-0{,}095p - 0{,}1894}{p^2 - 2p + 1{,}8742}.$$

В задаче синтеза параметров технических систем обобщенным методом Галеркина предполагается, что структура и параметры синтезируемой САУ известны. Структура регулятора САУ задается в общем виде и определяется из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества работы системы в переходном режиме ($T_{\text{п.п}}$ — время переходного процесса, σ — перерегулирование, μ — колебательность). Устойчивость и грубость САУ определяются варьируемыми параметрами системы.

Используя схему САУ из работы [7], внесем изменения в объект управления. Объектом управления будем считать стержень, нагреваемый в печи. Структурная схема, моделирующая непрерывную систему автоматического управления процессом нагрева стержня в печи, представлена на рис. 3.

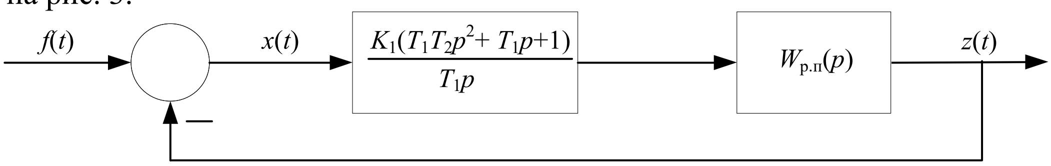

Рис. 3

САУ, состоящая из ПИД-регулятора объекта управления, описывается относительно координаты выхода следующим ДУ:

$$T_1 p\left(p^2 - a_1 p + a_4 p + a_1 a_4 - a_2 a_3\right) z(t) +$$

$$+(K_1 T_1 T_2 p^2 + K_1 T_1 p + K_1)\left(b_1 c_1 p + b_2 c_2 p + b_1 c_1 c_4 + c_2 a_3 b_1 + b_2 c_1 a_2 - b_2 c_2 a_1\right) z(t) =$$

$$= (K_1 T_1 T_2 p^2 + K_1 T_1 p + K_1)\left(b_1 c_1 p + b_2 c_2 p + b_1 c_1 c_4 + c_2 a_3 b_1 + b_2 c_1 a_2 - b_2 c_2 a_1\right) f(t) =$$

$$= 0{,}01(K_1 T_1 T_2 p^2 + K_1 T_1 p + K_1) f(t).$$

Уравнение движения, описывающее динамику представленной системы управления, имеет следующий вид:

$$Q\left(c_k, D\right) x(t) + \overline{f}(p) x(t) = S\left(c_k, D\right) f(t),$$

где $x(t)$ — координата выхода системы с распределенными параметрами; $f(t)$ — сигнал на входе системы управления; c_k — варьируемые параметры; $\overline{f}(p) = \dfrac{\varphi(p)}{\psi(p)} = \dfrac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \ldots}{b_1 p + b_2 p^2 + \ldots}$ —

обобщенные полиномы САУ с распределенными параметрами [15]; $Q(c_k, D), S(c_k, D)$ — полиномы оператора обобщенного дифференцирования *D*.

В ходе решения поставленной задачи параметрического синтеза необходимо определить положительные значения варьируемых параметров, которые будут обеспечивать в системе перерегулирование на уровне $\sigma \leq 16$ % при $f(t)=1(t)$ переходном процессе и времени затухания $T_{п.п} \leq 10$ с с сохранением устойчивости.

Исходя из заданных показателей качества работы системы в переходном режиме в соответствии с рекомендациями, изложенными в [7], были определены параметры желаемого программного движения:

$$x^0(t) = x_y - H_1 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0),$$

где $x_y = 1$; $H_1 = 1{,}105$; $\alpha = 10$; $\beta = 21$ рад/с; $\varphi_0 = 0{,}454$ рад.

Графики переходных процессов системы представлены на рис. 4, где кривая *1* соответствует желаемому программному движению, кривая *2* — полученному переходному процессу.

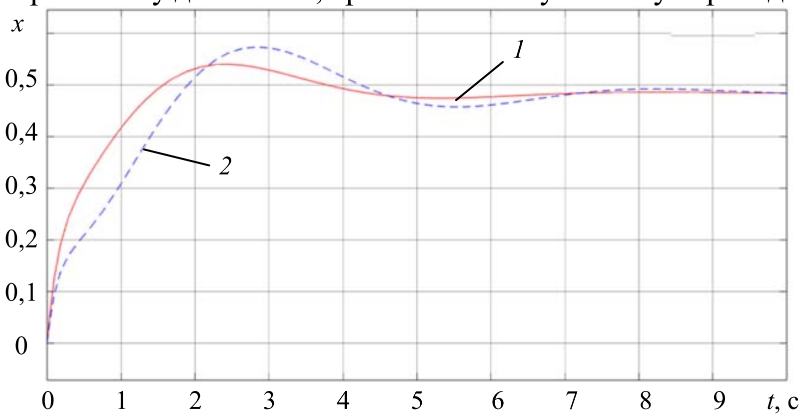

Рис. 4

В результате решения поставленной задачи синтеза обобщенным методом Галеркина были получены следующие значения варьируемых параметров ПИД-регулятора: $T_1 = 0{,}51$ с, $T_2 = 0{,}12$ с, $K_1 = 0{,}244$. Полученный график переходного процесса показывает, что найденные параметры приближенно обеспечивают заданные показатели качества работы САУ в переходном режиме.

Таким образом, выполнена задача распространения обобщенного метода Галеркина на новый класс систем с распределенными параметрами. Используя указанный метод реализации перехода от ДУ ЧП к обыкновенным дифференциальным уравнениям, можно значительно упростить процесс решения задачи параметрического синтеза САУ с распределенными параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bobtsov A., Pyrkin A., Vedyakov A., Vediakova A., Aranovskiy S.* A Modification of Generalized Parameter-Based Adaptive Observer for Linear Systems with Relaxed Excitation Conditions // IFAC-PapersOnLine. 2022. Vol. 55, N 1. P. 324—329.

2. *Bezzubov V., Bobtsov A., Efimov D., Ortega R., Nikolaev N. A.* Adaptive state observation of linear time-varying systems with delayed measurements and unknown parameters // Intern. Journal of Robust and Nonlinear Control. 2023. Vol. 33, N 2. P. 1203—1213.

3. *Vorontsova V. L., Gorskaya T. Y.* On application of Bubnov — Galerkin method of the solution of differential equations // Intern. Journal of Applied Engineering Research. 2015. N 10(24). P. 44715—44723.

4. Анализ и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. *А. А. Воронова* и *И. А. Орурка*. М.: Наука, 1984. 340 с.

5. Алгоритмы динамического синтеза нелинейных автоматических систем / Под ред. *А. А. Воронова* и *И. А. Орурка*. СПб: Энергоатомиздат, 1992. 334 с.

6. *Шишлаков В. Ф.* Синтез нелинейных САУ с различными видами модуляции: Монография. СПб: СПбГУАП, 1999. 268 с.

7. *Никитин А. В., Шишлаков В. Ф.* Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления : Монография / Под ред. *В. Ф. Шишлакова.* СПб: СПбГУАП, 2003. 358 с.

8. *Шишлаков В. Ф.* Синтез нелинейных импульсных систем управления во временной области // Изв. вузов. Приборостроение. 2003. Т. 46, № 12. С. 25—30.

9. *Никитин А. В., Шишлаков В. Ф.* Параметрический синтез системы автоматического управления торможением колес транспортного средства // Изв. вузов. Приборостроение. 2004. Т. 47, № 5. С. 24—29.

10. *Шишлаков В. Ф., Грибков В. Н.* Синтез дискретных САУ с запаздыванием методом ортогональных проекций // Методы исследований и проектирования автоматических систем и приборов: Сб. Л.: ЛИАП, 1990. С. 35—41.

11. *Шишлаков В. Ф.* Синтез нелинейных САУ с запаздыванием прямым вариационным методом // Методы и средства обработки и получения данных в информационно-управляющих системах: Сб. Л.: ЛИАП, 1990. С. 30—37.

12. *Айда-Заде К. Р., Абдуллаев В. М.* Управление процессом нагрева стержня с использованием текущей и предыдущей по времени обратной связи // Автоматика и телемеханика. 2022. № 1. С. 130—149.

13. Решение линейных задач математической физики на основе методов взвешенных невязок: Учеб. пособие / *А. В. Анкилов, П. А. Вельмисов, А. С. Семенов*; Под общ. ред. *П. А. Вельмисова*. Ульяновск: УлГТУ, 2010. 179 с.

14. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.

15. *Дилигенская А. Н., Днилушкин И. А.* Математическое моделирование систем с распределенными параметрами: Учеб. пособие. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2012. 65 с.

Сведения об авторах

Владислав Федорович Шишлаков — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра управления в технических системах; E-mail: svfmail@yandex.ru

Виктория Игоревна Гончарова — Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра управления в технических системах; ст. преподаватель; E-mail: goncharova_31kaf@bk.ru

Поступила в редакцию 12.11.2023; одобрена после рецензирования 21.11.2023; принята к публикации 14.01.2024.

REFERENCES

1. Bobtsov A., Pyrkin A., Vedyakov A., Vediakova A., Aranovskiy S. *IFAC-PapersOnLine, 2022*, no. 1(55), pp. 324–329.
2. Bezzubov V., Bobtsov A., Efimov D., Ortega R., Nikolaev N.A. *Intern. J. of Robust and Nonlinear Control*, 2023, no. 2(33), pp. 1203–1213.
3. Vorontsova V.L., Gorskaya T.Y. *Intern. J. of Applied Engineering Research*, 2015, no. 10(24), pp. 44715–44723.
4. Voronov A.A., Orurk I.A., eds., *Analiz i optimal'nyy sintez na EVM sistem upravleniya* (Analysis and Optimal Synthesis on a Computer of Control Systems), Moscow, 1984, 340 p. (in Russ.)
5. Voronov A.A., Orurk I.A., eds., *Algoritmy dinamicheskogo sinteza nelineynykh avtomaticheskikh sistem* (Algorithms for Dynamic Synthesis of Nonlinear Automatic Systems), St. Petersburg, 1992, 334 p. (in Russ.)
6. Shishlakov V. F. *Sintez nelineynykh SAU s razlichnymi vidami modulyatsii* (Synthesis of Nonlinear Automatic Control Systems with Various Types of Modulation), St. Petersburg, 1999, 268 p. (in Russ.)
7. Nikitin A.V., Shishlakov V.F. *Parametricheskiy sintez nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Parametric Synthesis of Nonlinear Automatic Control Systems), St. Petersburg, 2003, 358 p. (in Russ.)
8. Shishlakov V.F. *Journal of Instrument Engineering*, 2003, no. 12, pp. 25–30. (in Russ.)
9. Nikitin A.V., Shishlakov V.F. *Journal of Instrument Engineering*, 2004, no. 5, pp. 24–29. (in Russ.)
10. Shishlakov V.F., Gribkov V.N. *Metody issledovaniy i proyektirovaniya avtomaticheskikh sistem i priborov* (Methods of Research and Design of Automatic Systems and Devices), Leningrad, 1990, pp. 35–41. (in Russ.)
11. Shishlakov V.F. *Metody i sredstva obrabotki i polucheniya dannykh v informatsionno-upravlyayushchikh sistemakh* (Methods and Means of Processing and Obtaining Data in Information Management Systems), Leningrad, 1990, pp. 30–37. (in Russ.)
12. Aida-zade K.R., Abdullayev V.M. *Automation and Remote Control*, 2022, no. 1, pp. 106–122.
13. Ankilov A.V., Velmisov P.A., Semenov A.S. *Resheniye lineynykh zadach matematicheskoy fiziki na osnove metodov vzveshennykh nevyazok* (Solving Linear Problems of Mathematical Physics Based on Weighted Residual Methods), Ulyanovsk, 2010, 179 p. (in Russ.)

14. Fletcher C.A.J. *Computational Galerkin methods*, NY, Springer-Verlag, 1984.
15. Diligenskaya A.N., Dnilushkin I.A. *Matematicheskoye modelirovaniye sistem s raspredelennymi parametrami* (Mathematical Modeling of Systems with Distributed Parameters), Samara, 2012, 65 p. (in Russ.)

Data on authors

Vladislav F. Shishlakov — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Control in Technical Systems; E-mail: svfmail@yandex.ru

Victoria I. Goncharova — St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Control in Technical Systems; Senior Lecturer;
E-mail: goncharova_31kaf@bk.ru

Received 12.11.2023; approved after reviewing 21.11.2023; accepted for publication 14.01.2024.