

СИСТЕМА ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ГЕКСАКОПТЕРА

К. С. Лельков*, А. И. Черноморский

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия*** kon.lelkov@gmail.com*

Аннотация. Исследована система автоматического управления перемещениями беспилотного летательного аппарата (гексакоптера) в процессе мониторинга наружной поверхности воздушного судна на его стоянке. Для разработанной ранее подробной математической модели полета гексакоптера предложены структура и законы управления его траекторным движением с целью минимизации отклонений от заданной траектории. Особенностью этой структуры является наличие контура ориентации, а также локомоторного и траекторного контуров, позволяющих разделить процессы стабилизации скорости беспилотного летательного аппарата и его траекторного управления. Приведены законы управления в траекторном контуре, сформированные на основе применения линейных регуляторов и пропорциональных ограничителей требуемых скоростей движения беспилотного аппарата. Представлены результаты синтеза законов управления в локомоторном контуре на основе использования метода последовательных возвратов П. В. Кокотовича. Предложен и обоснован вариант формирования требуемых значений тяг двигателей беспилотного летательного аппарата посредством наложения дополнительных ограничений на его динамику. Представлены результаты имитационного моделирования полета гексакоптера в разных режимах: набор высоты, горизонтальный полет, вертикальная посадка, разворот на постоянной высоте. Результаты моделирования подтвердили справедливость принятых в работе технических решений.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, система автоматического управления, траекторное управление, критерии устойчивости, робототехника, имитационное моделирование

Благодарности: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-29-00958).

Ссылка для цитирования: Лельков К. С., Черноморский А. И. Система траекторного управления движением гексакоптера // Изв. вузов. Приборостроение. 2025. Т. 68, № 1. С. 36–49. DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-1-36-49.

HEXACOPTER TRAJECTORY CONTROL SYSTEM

K. S. Lelkov*, A. I. Chernomorsky

*Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia*** kon.lelkov@gmail.com*

Abstract. The automatic control system for the movements of a hex-rotor unmanned aerial vehicle (hexacopter) during monitoring of the outer surface of an aircraft while parked is investigated. For the previously developed detailed mathematical model of the hexacopter flight, the structure and laws of control of its trajectory motion are proposed in order to minimize its deviations from the specified trajectory. The peculiarity of this structure is the presence of an orientation loop, as well as locomotion and trajectory loops, which allow separating the processes of stabilizing the speed of the unmanned aerial vehicle and its trajectory control. The control laws in the trajectory loop are presented, formed on the basis of using linear regulators and proportional limiters of the required speeds of the unmanned vehicle. The results of the synthesis of control laws in the locomotion loop are presented based on the use of the successive returns method of P. V. Kokotovitch. A variant of forming the required values of engine thrust of the unmanned aerial vehicle by imposing additional restrictions on its dynamics is proposed and substantiated. The results of the simulation modeling of the hexacopter flight in different modes are presented: altitude gain, horizontal flight, vertical landing, turn at a constant altitude. The results of the modeling confirm the validity of the technical solutions adopted in the work.

Keywords: unmanned aerial vehicle, automatic control system, trajectory control, stability criteria, robotics, simulation

Acknowledgments: The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00958).

For citation: Lelkov K. S., Chernomorsky A. I. Hexacopter trajectory control system. *Journal of Instrument Engineering*. 2025. Vol. 68, N 1. P. 36–49 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-1-36-49.

Введение. Задача разработки систем автоматического управления беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) становится все более актуальной по мере роста востребованности таких аппаратов в самых разных отраслях [1–3].

В Московском авиационном институте (МАИ) разрабатывается роботизированная система для автоматизированного визуального мониторинга дефектов наружной поверхности воздушных судов на их аэродромных стоянках [4–6]. Одним из компонентов этой системы является БПЛА, выполненный по схеме „гексакоптер“ [7, 8]. Спецификой работы БПЛА в этом случае является автономность его перемещений в непосредственной близости от воздушного судна.

В последние годы было опубликовано множество работ, посвященных управлению полетом гексакоптеров [3, 8]. В этих работах представлены подходы к управлению, основанные на использовании ПИД-регуляторов, линейно-квадратичных регуляторов и методов прогнозирования движения. Однако все представленные подходы решают обобщенную задачу управления летательным аппаратом и не приспособлены к решению задачи траекторного управления (стоит отметить, что метод прогнозирования движения может быть применен к решению задачи траекторного управления, но требует наличия детализированной модели окружающего БПЛА пространства, что существенно ограничивает возможности его применения).

В этой связи актуальной является задача разработки системы автоматического управления траекторным движением БПЛА, обеспечивающей минимальные отклонения БПЛА от заданной траектории движения — не более 1,0 м [9]. Разработка такой системы обеспечит возможность безопасного функционирования БПЛА в стесненных условиях, когда существенное отклонение его от заданной траектории недопустимо.

В настоящей работе описана разработанная ранее [10] математическая модель движения БПЛА, представлена сформированная структура системы автоматического управления БПЛА, приведены результаты синтеза законов управления БПЛА в траекторном и локомоционном контурах, приведены результаты имитационного моделирования.

Математическая модель. Синтез законов управления движением БПЛА выполнен для расширенной модели динамики гексакоптера, представленной в [10]. Особенностью разработанной математической модели является учет таких существенных факторов, как воздействие гироскопических моментов, порождаемых вращением винтов БПЛА, и уменьшение интенсивности нарастания тяги винтов в зависимости от нарастания скорости воздушного потока [11].

Задачу управления перемещениями БПЛА будем решать в стартовой системе координат (СК) $O_s X_s Y_s Z_s$ (ось $O_s X_s$ направлена на север, ось $O_s Y_s$ — на восток, ось $O_s Z_s$ — „вниз“ (к центру Земли), точка O_s совпадает с локальной точкой старта БПЛА в момент начала движения) [12].

Конфигурация БПЛА представлена на рис. 1 ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$ — угловые скорости вращения винтов).

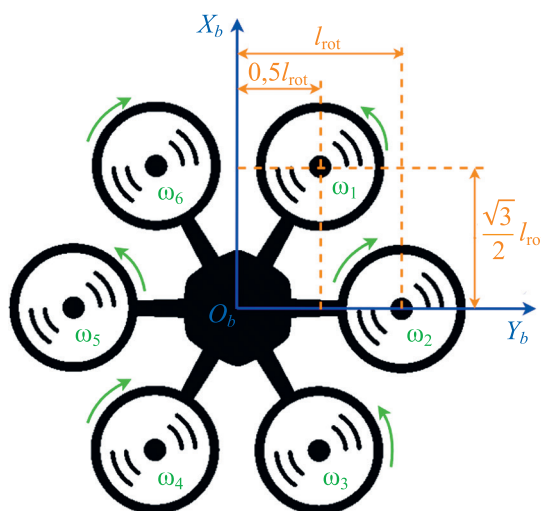


Рис. 1

Угловое положение БПЛА относительно стартовой СК определяется его углами курса ψ_a , тангажа θ и крена γ . Переход от стартовой к связанной СК $O_b X_b Y_b Z_b$ (рис. 1) может быть осуществлен путем умножения вектора на матрицу направляющих косинусов:

$$\mathbf{R}_S^b = \begin{bmatrix} \cos \psi_a \cos \theta & \sin \psi_a \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi_a \sin \gamma - \sin \psi_a \cos \gamma & \sin \psi_a \sin \theta \sin \gamma + \cos \psi_a \cos \gamma & \cos \theta \sin \gamma \\ \cos \psi_a \sin \theta + \sin \psi_a \sin \gamma & \sin \psi_a \sin \theta \cos \gamma - \cos \psi_a \sin \gamma & \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (1)$$

С целью синтеза управления БПЛА для его математической модели, приведенной в [10], сформируем вектор состояния БПЛА в виде:

$$\mathbf{X} = [x_a, \dot{x}_a, y_a, \dot{y}_a, z_a, \dot{z}_a, \psi_a, \dot{\psi}_a, \theta, \dot{\theta}, \gamma, \dot{\gamma}]^T, \quad (2)$$

где x_a, y_a, z_a — координаты местоположения БПЛА в стартовой СК.

Введем обозначения для компонентов математической модели. Вектор управления:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 \\ k_{\text{rot}}(T_1 - T_2 + T_3 + T_4 + T_5 - T_6) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} l_{\text{rot}}(T_1 - T_3 - T_4 + T_6) \\ \frac{1}{2} l_{\text{rot}}(T_6 + T_4 - T_3 - T_1) + l_{\text{rot}}(T_5 - T_2) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где T_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) — тяги, развиваемые соответствующими винтами БПЛА; l_{rot} — длина луча рамы; k_{rot} — коэффициент, характеризующий воздействие на БПЛА реактивных моментов двигателей.

Вектор аэродинамических сил и моментов составляет:

$$\mathbf{A} = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6]^T, \quad (4)$$

где A_1, A_2, A_3 — компоненты аэродинамических сил; A_4, A_5, A_6 — компоненты аэродинамических моментов.

С учетом (2)–(4) математическая модель движения БПЛА в форме Коши имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -\frac{U_1}{m}(\sin x_7 \sin x_{11} + \cos x_7 \sin x_9 \cos x_{11}) + \frac{A_1}{m} + \frac{2}{m}(x_{10}x_6 - x_4x_8); \\ \dot{x}_3 &= x_4; \\ \dot{x}_4 &= \frac{U_1}{m}(\cos x_7 \sin x_{11} - \sin x_7 \sin x_9 \cos x_{11}) + \frac{A_2}{m} + \frac{2}{m}(x_{12}x_6 - x_2x_8); \\ \dot{x}_5 &= x_6; \\ \dot{x}_6 &= g - \frac{U_1}{m}(\cos x_9 \cos x_{11} + \frac{A_3}{m} + \frac{2}{m}(x_{10}x_2 - x_{12}x_4); \\ \dot{x}_7 &= x_8; \\ \dot{x}_8 &= \frac{1}{I_z}U_2 + \frac{A_4}{I_z} + x_{12}x_{10} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_9 &= x_{10}; \\ \dot{x}_{10} &= \frac{1}{I_y}U_3 + \frac{A_5}{I_y} + x_8x_{12}\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) - \frac{I_R}{I_y}x_{12}G_{\text{rot}}; \\ \dot{x}_{11} &= x_{12}; \\ \dot{x}_{12} &= \frac{1}{I_x}U_4 + \frac{A_6}{I_x} + x_{10}x_8\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) + x_{10}G_{\text{rot}},\end{aligned}$$

где $x_1, x_2, \dots, x_{12}$ — компоненты вектора состояния (их нумерация соответствует порядку в (2)); m — масса БПЛА; g — ускорение свободного падения; I_x, I_y, I_z — моменты инерции БПЛА вокруг соответствующих осей; I_R — момент инерции ротора двигателя БПЛА; $G_{\text{rot}} = (\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 - \omega_6)$.

Система автоматического управления БПЛА содержит три контура: локомоционный, траекторный и контур ориентации. Локомоционный контур обеспечивает стабилизацию полета БПЛА с заданными проекциями скорости его перемещения на оси стартовой СК. Траекторный контур обеспечивает формирование требуемых скоростей перемещения БПЛА для обеспечения его полета вдоль заданной траектории с минимальными отклонениями от нее.

Управление движением БПЛА осуществляется в „безголовом“ режиме (headless mode). Этот режим позволяет полностью задействовать потенциал мобильности мультироторного аппарата за счет исключения необходимости разворота по углу курса для смены направления движения (направление „вперед“ для БПЛА всегда будет соответствовать положительному направлению оси O_sX_s , а направление „вправо“ — положительному направлению оси O_sY_s). Управление азимутальной ориентацией БПЛА формируется в контуре ориентации.

Структура системы автоматического управления БПЛА представлена на рис. 2.

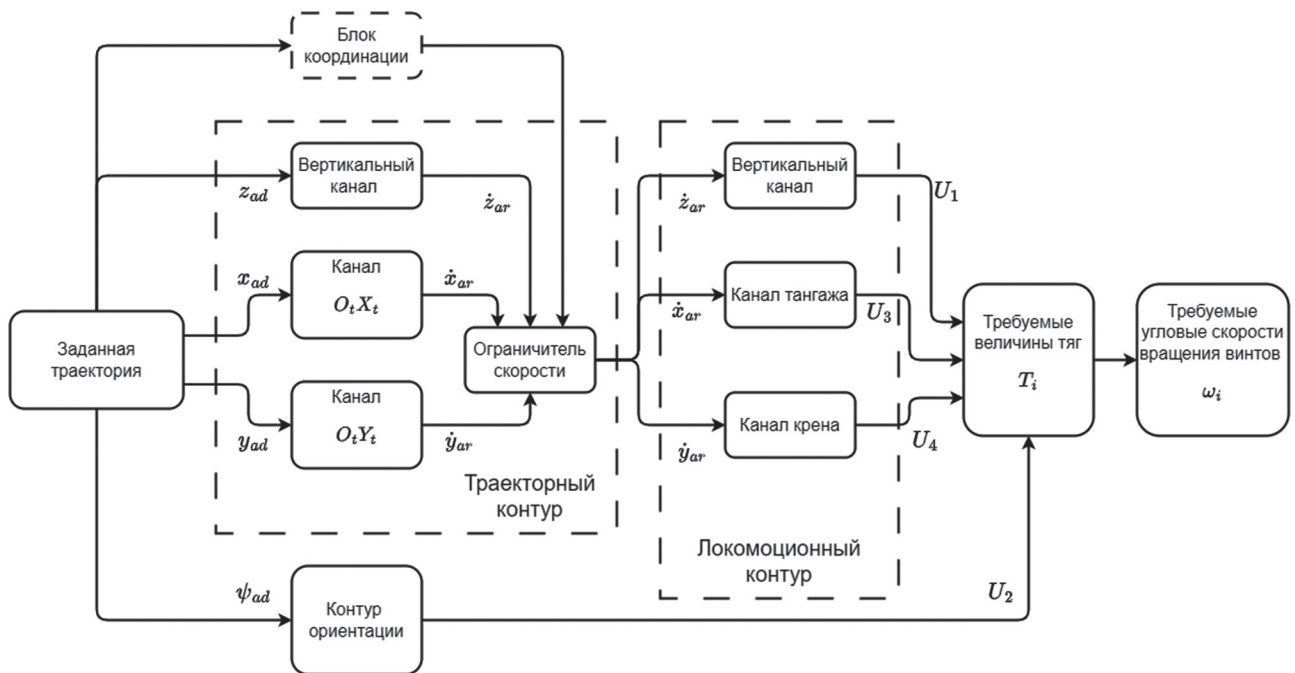


Рис. 2

Согласно представленной схеме, координаты x_{ad}, y_{ad}, z_{ad} текущей путевой точки поступают на вход траекторного контура управления, где на их основе формируются требуемые линейные скорости движения БПЛА $\dot{x}_{ad}, \dot{y}_{ad}, \dot{z}_{ad}$. В блоке ограничения скорости сформированные величины корректируются согласно информации от блока координации перемещений БПЛА. Затем информация о требуемых скоростях поступает на вход локомоционного контура. В нем на

основе требуемой скорости $\dot{z}_{ar}$ формируется требуемое значение суммарной тяги винтов БПЛА U_1 ; на основе требуемой скорости $\dot{x}_{ar}$ формируются требуемый угол тангажа БПЛА, требуемая угловая скорость разворота по тангажу и, в конечном итоге, формируемое тягой винтов требуемое значение момента разворота по тангажу U_3 ; аналогичным образом на основе требуемой скорости $\dot{y}_{ar}$ формируются требуемые угол крена, угловая скорость разворота по крену и момент разворота по крену U_4 . В контуре ориентации на основе заданного угла курса БПЛА в текущей путевой точке формируются требуемые значения угловой скорости азимутального разворота и момента разворота по курсу U_2 . На этой основе определяются требуемые тяги T_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) каждого из винтов в отдельности. Эти величины, в свою очередь, определяют требуемую скорость вращения каждого из винтов ω_i ($i = 1, 2, \dots, 6$).

Траекторный контур управления движением БПЛА будем формировать на основе ПД регуляторов с целью минимизации отклонения БПЛА от заданной траектории. Обозначим целевые значения координат по трем осям в СК $O_s X_s Y_s Z_s$ как $x_{1d} = x_{ad}$, $x_{3d} = y_{ad}$, $x_{5d} = z_{ad}$. Невязки перемещений БПЛА вдоль этих осей примут вид:

$$\begin{aligned} z_x &= x_{1d} - x_1; \\ z_y &= x_{3d} - x_3; \\ z_z &= x_{5d} - x_5. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда требуемые значения скоростей $\dot{x}_{ar}$, $\dot{y}_{ar}$, $\dot{z}_{ar}$ перемещения БПЛА вдоль осей СК $O_s X_s Y_s Z_s$ сформируем как выходы соответствующих ПД регуляторов [13]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ar} &= k_{px} z_x - k_{dx} \frac{dz_x}{dt}; \\ \dot{y}_{ar} &= k_{py} z_y - k_{dy} \frac{dz_y}{dt}; \\ \dot{z}_{ar} &= k_{pz} z_z - k_{dz} \frac{dz_z}{dt}, \end{aligned} \quad (7)$$

где k_{px} , k_{py} , k_{pz} , k_{dx} , k_{dy} , k_{dz} — постоянные коэффициенты.

Так как маневренность полета БПЛА вдоль вертикальной оси существенно выше маневренности его полета вдоль горизонтальных осей, на сформированные скорости $\dot{x}_{ar}$, $\dot{y}_{ar}$, $\dot{z}_{ar}$ следует наложить дополнительные ограничения с целью уменьшения возможных отклонений БПЛА от заданной траектории. Одним из вариантов таких ограничений является сохранение пропорций скоростей вдоль соответствующих осей:

$$\begin{aligned} \frac{|\dot{x}_{ar}|}{V} &\leq \frac{L_x}{L}, \\ \frac{|\dot{y}_{ar}|}{V} &\leq \frac{L_y}{L}, \\ \frac{|\dot{z}_{ar}|}{V} &\leq \frac{L_z}{L}, \end{aligned} \quad (8)$$

где V — модуль полной линейной скорости движения БПЛА; L — длина вектора, соединяющего начальную и конечную путевые точки заданного отрезка траектории; L_x , L_y , L_z — проекции этого вектора на соответствующие оси СК $O_t X_t Y_t Z_t$.

Соотношения (8) ограничивают только верхний предел скорости, тем самым обеспечивая замедление скорости перемещения БПЛА при приближении к путевой точке и, следовательно, повышение точности ее достижения.

После наложения ограничений (8) величины требуемых скоростей $\dot{x}_{ar}$, $\dot{y}_{ar}$, $\dot{z}_{ar}$ поступают на вход локомоторного контура (здесь и далее индекс „r“ используется для обозначения требуемых значений компонентов вектора состояния (2)).

Локомоторный контур управления БПЛА. Синтез алгоритмов локомоторного контура будем осуществлять на основе метода управления П. В. Кокотовича — „управления путем последовательных возвратов“ [14, 15]. Суть этого метода заключается в последовательном формировании требуемых значений кинематических параметров движения БПЛА как выходных сигналов цепи каскадов, определяющих связи между соответствующими кинематическими параметрами в принятой математической модели БПЛА. Метод „управления путем последовательных возвратов“ обеспечивает возможность синтеза законов управления для стабилизации БПЛА в одном из состояний его равновесия. Состоянием равновесия в рассматриваемом случае будем считать состояние полета БПЛА с постоянными скоростями, равными требуемым величинам, сформированным траекторным контуром. При этом синтезированные законы управления являются робастными — устойчивыми к внешним возмущениям — и обеспечивают перевод системы в требуемое состояние равновесия из произвольного начального состояния.

Вертикальное перемещение БПЛА обеспечивается изменением суммарной вертикальной тяги винтов, а его горизонтальные перемещения — дифференцированным изменением тяг для создания углов тангажа и крена, порождающих горизонтальные проекции суммарной тяги винтов.

Процесс синтеза каскадных алгоритмов управления в локомоторном контуре рассмотрим на примере алгоритмов в канале управления линейной скоростью полета БПЛА вдоль оси $O_s X_s$.

Обозначим заданное значение скорости БПЛА, определяющее соответствующее целевое состояние равновесия, как $x_{2d} = \dot{x}_{ar}$. Тогда ошибка управления может быть выражена так:

$$z_2 = x_{2d} - x_2, \quad (9)$$

где x_2 — скорость полета БПЛА вдоль оси $O_s X_s$, согласно вектору состояния (2); x_{2d} — требуемая скорость полета БПЛА вдоль оси $O_s X_s$ (здесь и далее x_i ($i = 1, 2, \dots, 12$) — компоненты вектора состояния (2), а индекс „d“ используется для обозначения целевых значений этого вектора).

Производная этой ошибки имеет вид:

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_{2d} - \dot{x}_2. \quad (10)$$

В рамках каскадного подхода к решению задачи управления будем формировать управляющий сигнал о требуемом угле тангажа x_{9r} , обеспечивающий минимизацию z_2 ($\lim_{t \rightarrow \infty} z_2 \rightarrow 0$). Требуемое значение ускорения в (10) будем формировать так:

$$\dot{x}_{2d} = k_2 z_2 - n_2 \dot{x}_2, \quad (11)$$

где k_2 , n_2 — положительные коэффициенты.

Подставив соотношение для $\dot{x}_2$ из системы (5) и (11) в (10), а также введя замену переменной $u_x = (\sin x_7 \sin x_{11} + \cos x_7 \sin x_9 \cos x_{11})$, получим:

$$\dot{z}_2 = \frac{U_1}{m_a} u_x - \frac{A_1}{m_a} - \frac{2}{m_a} (x_{10} x_6 - x_4 x_8) + k_2 z_2 - n_2 \dot{x}_2. \quad (12)$$

Для обеспечения выполнения условия $\lim_{t \rightarrow \infty} z_2 \rightarrow 0$ выберем положительно определенную функцию-кандидата Ляпунова [16]:

$$V_2 = \frac{1}{2} z_2^2 + 1 > 0. \quad (13)$$

Производная этой функции имеет вид:

$$\dot{V}_2 = z_2 \dot{z}_2. \quad (14)$$

Подставив (12) в (14), получим:

$$\dot{V}_2 = z_2 \left(\frac{U_1}{m_a} u_x - \frac{A_1}{m_a} - \frac{2}{m_a} (x_{10} x_6 - x_4 x_8) + k_2 z_2 - n_2 \dot{x}_2 \right). \quad (15)$$

Необходимым и достаточным условием достижения асимптотической устойчивости процесса управления является $\dot{V}_2 \leq 0$. Согласно методу „управления путем последовательных возвратов“ выберем частный случай $\dot{V}_2 = 0$. Это условие выполняется, если $z_2 = 0$ или если второй множитель в (15) обращается в нуль. Вариант $z_2 = 0$ следует исключить по причине его тривиальности. Таким образом, в рассматриваемом случае условие устойчивости ($\lim_{t \rightarrow \infty} z_2 \rightarrow 0$) можно записать так:

$$\frac{U_1}{m_a} u_x - \frac{A_1}{m_a} - \frac{2}{m_a} (x_{10} x_6 - x_4 x_8) + k_2 z_2 - n_2 \dot{x}_2 = 0. \quad (16)$$

Введенную ранее переменную u_x выразим из (16):

$$u_x = \frac{m_a}{U_1} \left[\frac{A_1}{m_a} - \frac{2}{m_a} (x_{10} x_6 - x_4 x_8) + k_2 z_2 - n_2 \dot{x}_2 \right]. \quad (17)$$

Величина u_x , определяемая (17), обеспечивает выполнение условия устойчивости движения БПЛА. В то же время переменная u_x характеризует ориентацию БПЛА. Таким образом, требуемый угол тангажа x_{9r} (при котором обеспечивается устойчивость движения БПЛА вдоль заданной траектории с требуемым значением линейной скорости x_{2d}) может быть определен так:

$$x_{9r} = \arcsin \left(\frac{u_x - \sin x_7 \sin x_{11}}{\cos x_7 \cos x_{11}} \right). \quad (18)$$

Будем использовать величину x_{9r} в качестве входного сигнала в канале управления по углу тангажа. Тогда ошибка управления по углу тангажа z_9 и ее производная имеют вид:

$$\begin{aligned} z_9 &= x_{9r} - z_9; \\ \dot{z}_9 &= \dot{x}_{9r} - \dot{x}_9 = \dot{x}_{9r} - x_{10}, \end{aligned} \quad (19)$$

где x_9 — текущий угол тангажа БПЛА; x_{10} — текущая угловая скорость разворота по тангажу.

Минимизацию ошибки z_9 ($\lim_{t \rightarrow \infty} z_9 \rightarrow 0$) будем осуществлять на основе обеспечения величины x_{10r} угловой скорости, с которой необходимо в этом случае разворачиваться по тангажу. С этой целью выберем новую функцию-кандидата Ляпунова и ее производную в виде:

$$\begin{aligned} V_9 &= \frac{1}{2} z_9^2 + 1; \\ \dot{V}_9 &= z_9 \dot{z}_9 = z_9 (\dot{x}_{9r} - x_{10}). \end{aligned} \quad (20)$$

Величину x_{10r} будем формировать так:

$$x_{10r} = \dot{x}_{9r} + k_9 z_9, \quad (21)$$

где k_9 — постоянный положительный коэффициент.

Выражение для ошибки z_{10} (невязки угловой скорости разворота БПЛА по тангажу) примет вид:

$$z_{10} = x_{10r} - x_{10} = \dot{x}_{9r} + k_9 z_9 - x_{10}, \quad (22)$$

отсюда

$$\dot{x}_{9r} - x_{10} = z_{10} - k_9 z_9. \quad (23)$$

С учетом (23) производная $\dot{V}_9$ функции-кандидата Ляпунова такова:

$$\dot{V}_9 = z_9(z_{10} - k_9 z_9) = z_9 z_{10} - k_9 z_9^2. \quad (24)$$

Для обеспечения условия асимптотической устойчивости управления угловой скоростью разворота по тангажу $\lim_{t \rightarrow \infty} z_{10} \rightarrow 0$ выберем еще одну положительно определенную функцию-кандидата Ляпунова в виде:

$$V_{10} = V_9 + \frac{1}{2} z_{10}^2 > 0. \quad (25)$$

Производная этой функции такова:

$$\dot{V}_{10} = \dot{V}_9 + z_{10} \dot{z}_{10}. \quad (26)$$

Компонент $\dot{z}_{10}$ в (26) найдем как производную (22):

$$\dot{z}_{10} = \dot{x}_{9r} + k_9 \dot{z}_9 - \frac{1}{I_y} U_3 + \frac{A_5}{I_y} + x_8 x_{12} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{I_R}{I_y} x_{12} G_{\text{rot}}. \quad (27)$$

Далее, подставив (24) и (27) в (26), получим:

$$\dot{V}_{10} = -k_9 z_9^2 + z_{10} \left(z_9 + k_9 \dot{z}_9 + \dot{x}_{9r} - \frac{1}{I_y} U_3 + \frac{A_5}{I_y} + x_8 x_{12} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{I_R}{I_y} x_{12} G_{\text{rot}} \right). \quad (28)$$

Необходимым и достаточным условием достижения асимптотической устойчивости процесса управления угловой скоростью разворота по тангажу является $\dot{V}_{10} \leq 0$. При этом слагаемое $-k_9 z_9^2$, по определению, всегда не положительно. Согласно методу „управления путем последовательных возвратов“ и в этом случае (как и в (15)) для выполнения $\dot{V}_{10} \leq 0$ будем полагать второе слагаемое в (28) равным нулю:

$$z_9 + k_9 \dot{z}_9 + \dot{x}_{9r} - \frac{1}{I_y} U_3 + \frac{A_5}{I_y} + x_8 x_{12} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{I_R}{I_y} x_{12} G_{\text{rot}} = 0. \quad (29)$$

Отсюда может быть определен компонент U_3 вектора управления БПЛА (3):

$$U_3 = I_y z_9 + I_y k_9 \dot{z}_9 - A_5 - x_8 x_{12} (I_z - I_x) + I_R x_{12} G_{\text{rot}} + I_y \dot{x}_{9r}. \quad (30)$$

Для повышения качества управления добавим в (30) демпфирующее звено $k_{10} z_{10}$. При этом компонент $\ddot{x}_{9d}$ можно принять равным нулю, поскольку рассматривается процедура стабилизации полета БПЛА с постоянной скоростью, тогда:

$$U_3 = I_y z_9 + I_y k_9 \dot{z}_9 - A_5 - x_8 x_{12} (I_z - I_x) + I_R x_{12} G_{\text{rot}} + I_y k_{10} z_{10}. \quad (31)$$

Соотношение (31) задает закон формирования компонента U_3 вектора управления (3), обеспечивающего движение БПЛА с требуемой линейной скоростью $\dot{x}_{2r}$, определяемой траекторным контуром.

На рис. 3 представлена структура обобщенной методики формирования компонентов вектора управления, обеспечивающих движение БПЛА с требуемыми величинами скоростей, определяемыми траекторным контуром.

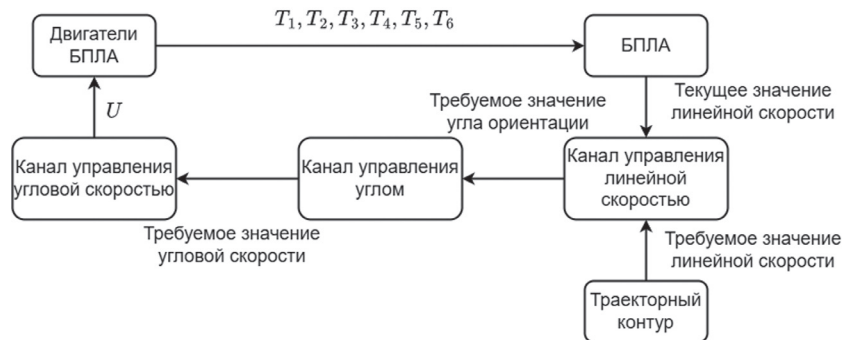


Рис. 3

Синтез каналов управления движением БПЛА вдоль осей $O_s Y_s$ (U_4) и $O_s Z_s$ (U_1) осуществлен в соответствии с обобщенной методикой. Компонент U_2 в (3) обеспечивает управление азимутальным разворотом БПЛА и формируется в контуре ориентации. Соотношение для этого компонента также синтезируется с использованием метода управления Кокотовича, аналогично соотношениям (19)–(31). Итоговые выражения для всех компонентов имеют вид:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}} \left(g - z_5 - k_5 \dot{z}_5 + \frac{A_3}{m} + \frac{2}{m} (x_{10} x_2 - x_{12} x_4) - k_6 z_6 \right); \\
 U_2 &= I_z z_7 + I_z k_7 \dot{z}_7 - A_4 - x_{12} x_{10} (I_x - I_y) + k_8 z_8; \\
 U_3 &= I_z z_9 + I_y k_9 \dot{z}_9 - A_5 - x_8 x_{12} (I_z - I_x) + I_R x_{12} G_{\text{rot}} + I_y k_{10} z_{10}; \\
 U_4 &= I_x \left(z_{11} + k_{11} \dot{z}_{11} - x_{10} x_8 - \frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{A_6}{I_x} - \frac{I_r}{I_x} x_{10} G_{\text{rot}} + k_{12} z_{12} \right).
 \end{aligned} \tag{32}$$

При формировании вектора управления в виде (32) обеспечивается стабилизация полета БПЛА с требуемыми линейными скоростями и углом курса, величины которых формируются траекторным контуром.

На основе (32) с учетом (3) определим теперь непосредственно тяги винтов БПЛА. На основе (3) имеем:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_{\text{rot}} & -k_{\text{rot}} & k_{\text{rot}} & -k_{\text{rot}} & k_{\text{rot}} & -k_{\text{rot}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} l_{\text{rot}} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} l_{\text{rot}} & -\frac{\sqrt{3}}{2} l_{\text{rot}} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} l_{\text{rot}} \\ \frac{1}{2} l_{\text{rot}} & -l_{\text{rot}} & -\frac{1}{2} l_{\text{rot}} & \frac{1}{2} l_{\text{rot}} & l_{\text{rot}} & \frac{1}{2} l_{\text{rot}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}. \tag{33}$$

Как видно, линейная алгебраическая система (33) содержит четыре уравнения и шесть неизвестных (T_1 – T_6). Следовательно, система имеет бесконечное количество частных решений. Для получения конкретного численного решения системы ее необходимо дополнить до шести уравнений. Ими являются, в частности, уравнения, соответствующие комбинациям величин тяг конкретных винтов БПЛА, обеспечивающих автономность каналов управления движением по углам курса и крена. Один из вариантов реализации этих ограничений имеет вид:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_{\text{rot}} & -k_{\text{rot}} & k_{\text{rot}} & -k_{\text{rot}} & k_{\text{rot}} & -k_{\text{rot}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}l_{\text{rot}} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}l_{\text{rot}} & -\frac{\sqrt{3}}{2}l_{\text{rot}} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}l_{\text{rot}} \\ -\frac{1}{2}l_{\text{rot}} & -l_{\text{rot}} & -\frac{1}{2}l_{\text{rot}} & \frac{1}{2}l_{\text{rot}} & l_{\text{rot}} & \frac{1}{2}l_{\text{rot}} \\ \frac{1}{2}l_{\text{rot}} & -\frac{\sqrt{3}}{2}l_{\text{rot}} & \frac{1}{2}l_{\text{rot}} & \frac{1}{2}l_{\text{rot}} & -\frac{\sqrt{3}}{2}l_{\text{rot}} & \frac{1}{2}l_{\text{rot}} \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Система (34) содержит шесть уравнений и шесть неизвестных. Решив систему методом Крамера, получим:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{l_{\text{rot}}U_2 + k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}U_1 + \sqrt{3}k_{\text{rot}}U_3 - k_{\text{rot}}U_4}{6k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}}, \\ T_2 &= \frac{k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}U_1 - l_{\text{rot}}U_2 - 2k_{\text{rot}}U_4}{6k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}}, \\ T_3 &= \frac{k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}U_1 + l_{\text{rot}}U_2 - \sqrt{3}k_{\text{rot}}U_3 - k_{\text{rot}}U_4}{6k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}}, \\ T_4 &= \frac{k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}U_1 - l_{\text{rot}}U_2 - \sqrt{3}k_{\text{rot}}U_3 + k_{\text{rot}}U_4}{6k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}}, \\ T_5 &= \frac{k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}U_1 + l_{\text{rot}}U_2 + k_{\text{rot}}U_4}{6k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}}, \\ T_6 &= \frac{k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}U_1 - l_{\text{rot}}U_2 + \sqrt{3}k_{\text{rot}}U_3 + k_{\text{rot}}U_4}{6k_{\text{rot}}l_{\text{rot}}}. \end{aligned} \quad (35)$$

Соотношения (35) обеспечивают формирование тяги каждого из винтов БПЛА для реализации его полета вдоль заданной траектории.

Моделирование траекторного управления БПЛА. Целью моделирования явилась апробация синтезированной системы траекторного управления движением БПЛА. В первом моделируемом сценарии заданная траектория полета БПЛА включала четыре путевых точки: (0; 0; 0; 0); (0; 0; 30; 0); (100; 0; 30; 0); (120; 0; 0; 0). Осуществлена проверка работоспособности предложенной системы автоматического управления в разных режимах полета БПЛА: набор высоты, горизонтальный полет и вертикальная посадка. Начальные значения навигационных параметров БПЛА были заданы нулевыми. Результаты моделирования управляемого движения БПЛА с синтезированной системой траекторного управления представлены на рис. 4 (*a* — траектория перемещения БПЛА, *b* — его координаты, *c* — углы ориентации; *H* — высота полета, *t* — время моделирования) и 5 (*a* — линейные, *b* — угловые скорости движения БПЛА, *c* — тяги его винтов).

Анализ результатов, представленных на рис. 4, 5, показывает, что разработанная система траекторного управления движением БПЛА обеспечивает требуемый уровень точности удержания заданной траектории (отклонение не превышает 1 м). Максимальное отклонение БПЛА от заданной траектории составило 0,42 м; математическое ожидание отклонения — 0,09 м; среднеквадратическое отклонение — 0,12 м. Ошибки удержания требуемых значений скоростей, сформированных траекторным контуром, не превышали 0,2 м/с, а математическое ожидание ошибки удержания заданного угла курса БПЛА составило 0,2°.

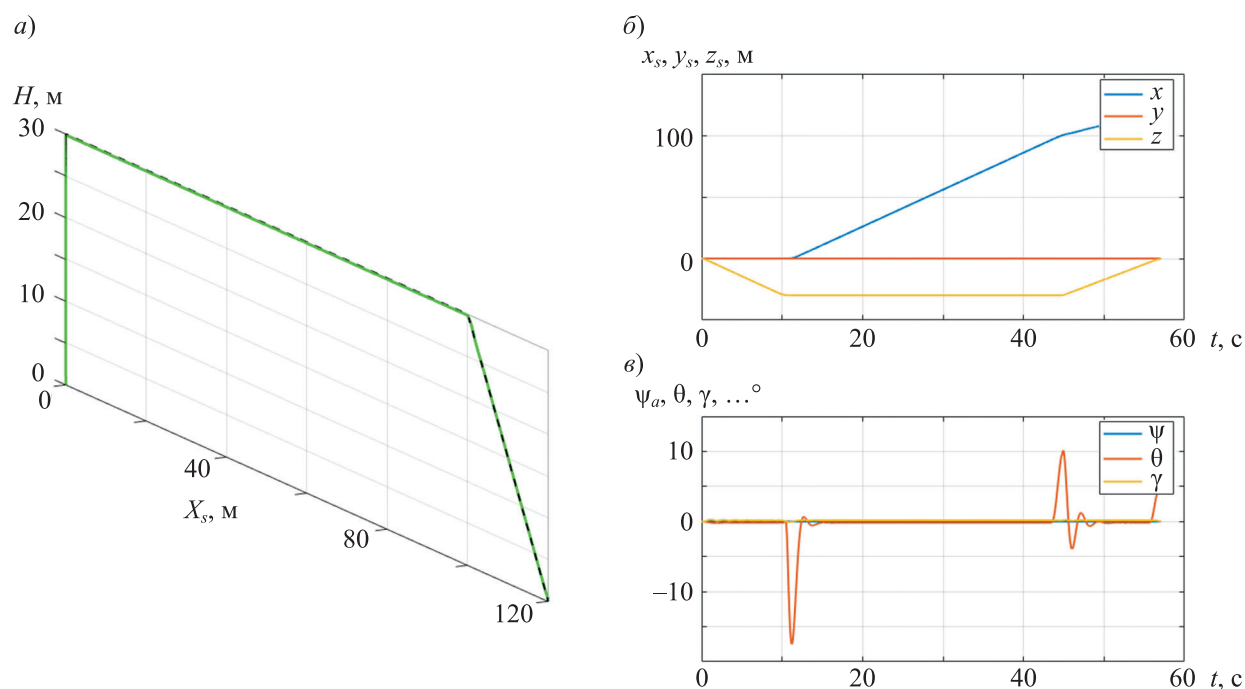


Рис. 4

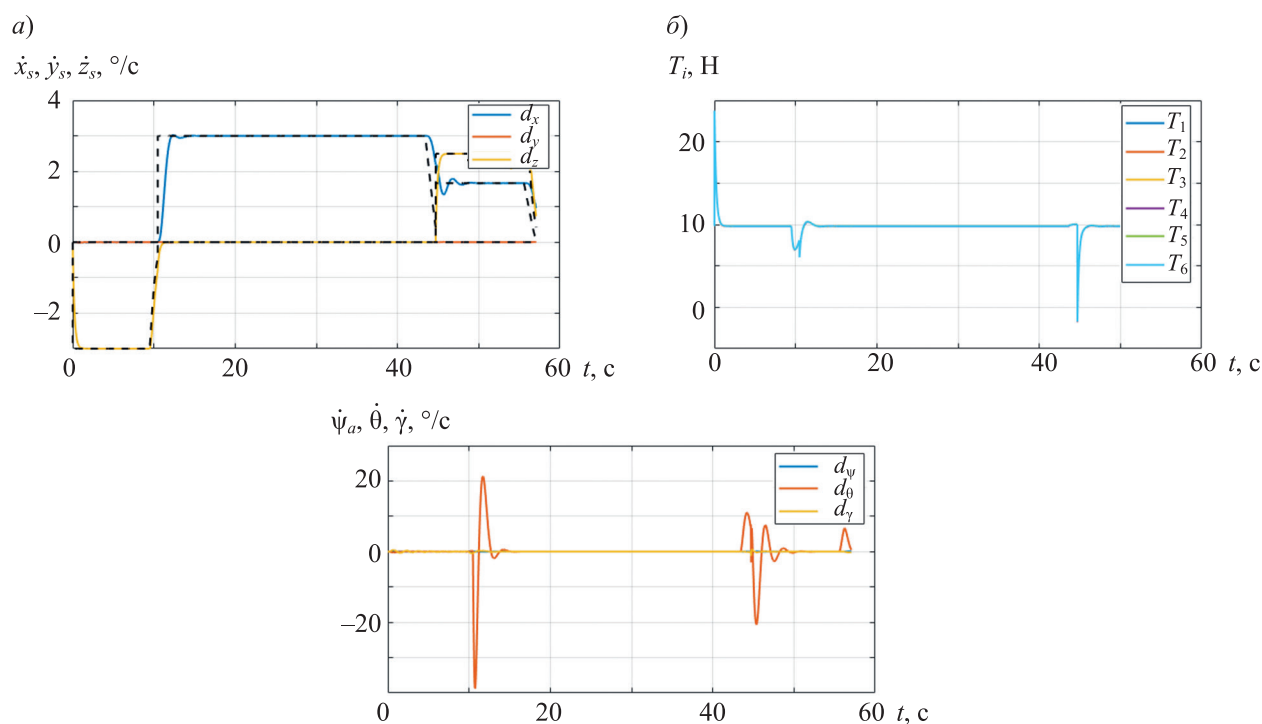


Рис. 5

Во втором моделируемом сценарии заданная траектория полета БПЛА включала шесть путевых точек: $(0; 0; 30; -0,52)$; $(50; 0; 30; 0)$; $(65; 30; 35; 0,63)$; $(50; 60; 30; 0)$; $(0; 70; 20; -0,45)$; $(0; 60; 0; 0)$. Проверялась возможность реализации полета БПЛА по сложной траектории. С целью исключения влияния случайных составляющих ошибок измерения бортовой навигационной системы на точность управления было осуществлено десять запусков программы. Начальные значения навигационных параметров БПЛА были заданы нулевыми. Результаты моделирования управляемого движения БПЛА по сложной траектории в каждой из десяти реализаций представлены на рис. 6 (*а* — 10 реализаций заданной траектории полета; *б* — осредненные координаты местоположения БПЛА; *в* — осредненные углы ориентации БПЛА).

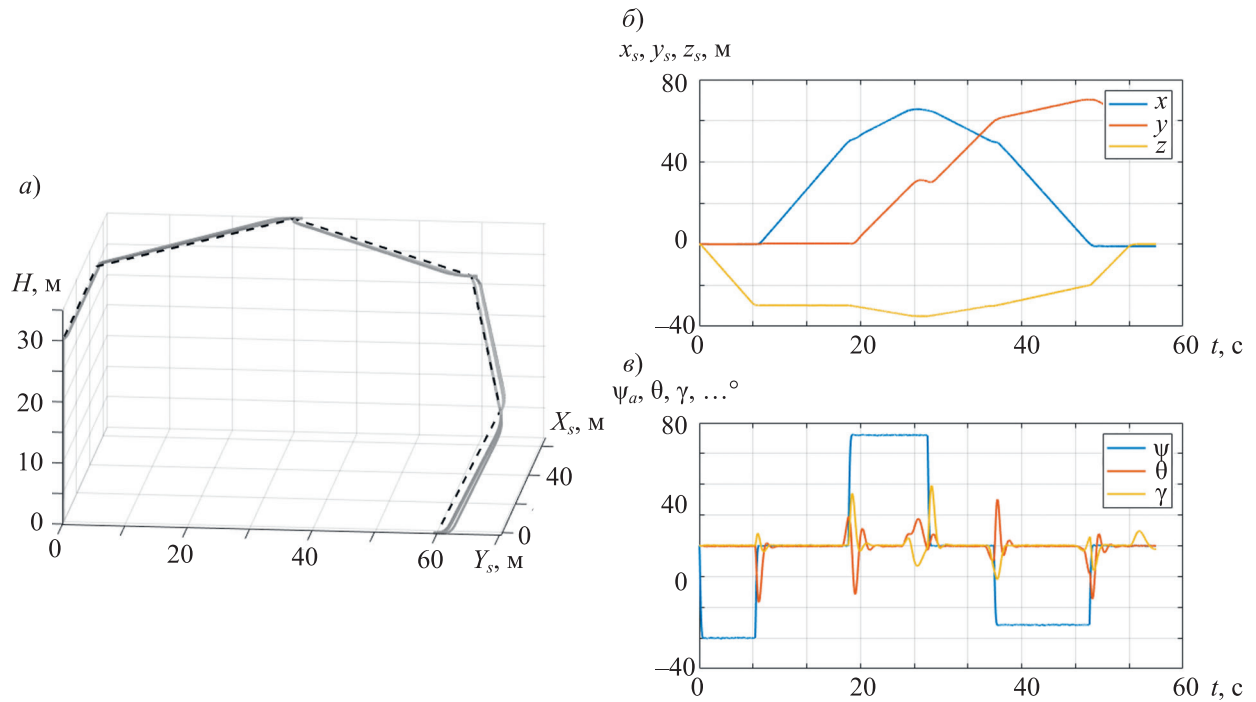


Рис. 6

В результате десятикратного моделирования второго сценария среднее математическое ожидание отклонения БПЛА от заданной траектории составило 0,58 м; среднее СКО — 0,26 м. Максимальное отклонение из десяти реализаций составило 1,31 м. В целом результаты моделирования подтверждают эффективность использования предложенной системы траекторного управления полетом БПЛА при наличии шумов измерений его навигационных параметров. Следует отметить: несмотря на то что статистические параметры ошибок удовлетворяют заданным требованиям, в одной из реализаций было зафиксировано отклонение от заданной траектории, превышающее максимально допустимое значение. Анализ полученных результатов показал, что требуется дальнейшая корректировка законов управления в части определения уточненных значений постоянных коэффициентов.

Заключение. Предложен алгоритм системы траекторного управления движением беспилотного летательного аппарата, выполненного по схеме „гексакоптер“. Особенностью алгоритма является наличие в нем траекторного и локомоторного компонентов. Результаты моделирования подтвердили, что предложенный алгоритм обеспечивает высокую точность перемещений беспилотного летательного аппарата по заданной траектории, что обуславливает возможность его применения для управления движением беспилотного летательного аппарата в непосредственной близости от воздушного судна на его стоянке, в частности — в процессе автоматизированного мониторинга дефектов его наружной поверхности.

Дальнейшим направлением исследований является сравнительный анализ предложенного алгоритма с общепринятыми подходами к управлению беспилотными летательными аппаратами и проведение экспериментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mohsan S. A. H. et al. Unmanned aerial vehicles (UAVs): Practical aspects, applications, open challenges, security issues, and future trends // *Intelligent Service Robotics*. 2023. Vol. 16, N 1. P. 109–137. DOI: 10.1007/s11370-022-00452-4.
2. Molina A. A., Huang Y., Jiang Y. A Review of Unmanned Aerial Vehicle Applications in Construction Management: 2016–2021 // *Standards*. 2023. Vol. 3, N 2. P. 95–109. DOI: 10.3390/standards3020009.

3. Rabiul L., Ahmad A., Gohari A. Advancements of Unmanned Aerial Vehicle Technology in the Realm of Applied Sciences and Engineering: A Review // *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*. 2024. Vol. 40, N 2. P. 74–95. DOI: 10.37934/araset.40.2.7495.
4. Petruhin V. A., Lelkov K. S., Chernomorsky A. I. Local Navigation of a Wheeled Mobile Robot as a Carrier of Equipment for Aircraft Defects Monitoring at the Parking Lot // *30th Saint Petersburg Intern. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. IEEE, 2023. P. 1–5. DOI: 10.23919/ICINS51816.2023.10168466.
5. Aleshin B. S. et al. Robotic complex for inspection of the outer surface of the aircraft in its parking lot // *Incas Bulletin*. 2020. Vol. 12. P. 21–31. DOI: 10.13111/2066-8201.2020.12.S.2.
6. Лельков К. С., Черноморский А. И. Роботизированный комплекс для мониторинга воздушного судна на его стоянке // *Авиационные системы в XXI веке: Тез. докл. юбилейной Всерос. науч.-техн. конф. Москва, 21–22 апреля 2022 г. С. 274–275*.
7. Lei Y., Cheng M. Aerodynamic performance of hex-rotor UAV considering the horizontal airflow // *Applied Sciences*. 2019. Vol. 9, N 22. P. 4797. DOI: 10.3390/app9224797.
8. Stamate M. A. et al. Improvement of hexacopter UAVs attitude parameters employing control and decision support systems // *Sensors*. 2023. Vol. 23, N 3. P. 1446. DOI: 10.3390/s23031446.
9. Петрухин В. А., Лельков К. С., Черноморский А. И. Локальная навигация колесного мобильного робота как носителя аппаратуры мониторинга дефектов воздушного судна на его стоянке // *XXX Юбилейная Санкт-Петербургская междунар. конф. по интегрированным навигационным системам*. 2023. С. 85–90.
10. Lelkov K. S. Hex-rotor aircraft dynamics and simulation // *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2023. Vol. 2948, N 1. DOI: 10.1063/5.0165369.
11. Bangura M., Melega M., Naldi R. and Mahony R. Aerodynamics of Rotor Blades for Quadrotors // *arXiv: Fluid Dynamics*, 2016.
12. Cai G. et al. Coordinate systems and transformations // *Unmanned rotorcraft systems*. Springer Science & Business Media, 2011. P. 23–34. DOI: 10.1007/978-0-85729-635-1_2.
13. Alaimo A. et al. PID controller applied to hexacopter flight // *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2014. Vol. 73. P. 261–270.
14. Kokotovic P. V. The joy of feedback: nonlinear and adaptive // *IEEE control systems magazine*. 1992. Vol. 12, N 3. P. 7–17. DOI: 10.1109/37.165507.
15. Arellano-Muro C. A. et al. Backstepping control with sliding mode estimation for a hexacopter // *10th Intern. Conf. on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*. IEEE, 2013. P. 31–36. DOI: 10.1109/ICEEE.2013.6676026.
16. Буланов С. Г. Необходимые и достаточные критерии устойчивости по Ляпунову систем обыкновенных дифференциальных уравнений // *Итоги науки и техники. Сер. „Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры“*. 2023. Т. 224. С. 10–18.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Константин Сергеевич Лельков

— аспирант; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), кафедра 305;
E-mail: kon.lelkov@gmail.com

Александр Исаевич Черноморский

— канд. техн. наук, доцент; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), кафедра 305; доцент;
E-mail: chernomorsky@yandex.ru

Поступила в редакцию 10.07.24; одобрена после рецензирования 09.09.24; принята к публикации 21.11.24.

REFERENCES

1. Mohsan S.A. H. et al. *Intelligent Service Robotics*, 2023, no. 1(16), pp. 109–137, DOI: 10.1007/s11370-022-00452-4.
2. Molina A.A., Huang Y., Jiang Y. *Standards*, 2023, no. 2(3), pp. 95–109, DOI: 10.3390/standards3020009.
3. Rabiul L., Ahmad A., Gohari A. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, 2024, no. 2(40), pp. 74–95, DOI: 10.37934/araset.40.2.7495.
4. Petruhin V.A., Lelkov K.S., Chernomorsky A.I. *30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, IEEE, 2023, pp. 1–5, DOI: 10.23919/ICINS51816.2023.10168466.
5. Aleshin B.S. et al. *Incas Bulletin*, 2020, no. 12, pp. 21–31, DOI: 10.13111/2066-8201.2020.12.S.2.
6. Lelkov K.S., Chernomorsky A.I. *Aviatsionnyye sistemy v XXI veke (Aviation systems in the 21st century)*, Abstracts of Reports of the Jubilee All-Russian Scientific and Technical Conference, Moscow, April 21–22, 2022, pp. 274–275. (in Russ.)

7. Lei Y., Cheng M. *Applied Sciences*, 2019, no. 22(9), pp. 4797, DOI: 10.3390/app9224797.
8. Stamate M.A. et al. *Sensors*, 2023, no. 3(23), pp. 1446, DOI: 10.3390/s23031446.
9. Petrukhin V.A., Lelkov K.S., Chernomorskiy A.I. *XXX Yubileynaya Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* (XXX Anniversary St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems), 2023, pp. 85–90. (in Russ.)
10. Lelkov K.S. *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing, 2023, no. 1(2948), DOI: 10.1063/5.0165369.
11. Bangura M., Melega M., Naldi R. and Mahony R. *Aerodynamics of Rotor Blades for Quadrotors*, arXiv: Fluid Dynamics, 2016.
12. Cai G. et al. *Unmanned Rotorcraft Systems*, 2011, pp. 23–34, DOI: 10.1007/978-0-85729-635-1_2.
13. Alaimo A. et al. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, vol. 73, pp. 261–270.
14. Kokotovic P.V. *IEEE control systems magazine*, 1992, no. 3(12), pp. 7–17, DOI: 10.1109/37.165507.
15. Arellano-Muro C.A. et al. *10th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control* (CCE), IEEE, 2013, pp. 31–36, DOI: 10.1109/ICEEE.2013.6676026.
16. Bulanov S.G. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya "Sovremennaya matematika i yeye prilozheniya. Tematicheskiye obzory"* (Results of Science and Technology. Series "Modern Mathematics and Its Applications. Thematic Reviews"), 2023, vol. 224, pp. 10–18. (in Russ.)

DATA ON AUTHORS

Konstantin S. Lelkov

— Post-Graduate Student; Moscow Aviation Institute, Department 305;
E-mail: kon.lelkov@gmail.com

Alexandr I. Chernomorsky

— PhD, Associate Professor; Moscow Aviation Institute, Department 305;
E-mail: chernomorsky@yandex.ru

Received 10.07.24; approved after reviewing 09.09.24; accepted for publication 21.11.24.