ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 621.396:681.323

С. И. Зиатдинов

АЛГОРИТМ ДИСКРЕТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ СГЛАЖИВАНИЕМ ОТСЧЕТОВ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Рассматривается алгоритм дискретной фильтрации с формированием промежуточных сумм отсчетов входного сигнала. Показано, что предложенный алгоритм фильтрации по статистическим характеристикам практически не уступает известным алгоритмам и обладает значительно большей вычислительной эффективностью.

Ключевые слова: *дискретный сигнал, промежуточное суммирование, дискретная фильтрация, отношение сигнал/шум.*

При реализации дискретных (цифровых) фильтров необходимо выполнять большое количество математических операций сложения и умножения, что требует значительных либо аппаратных, либо временных затрат. Предметом исследования в настоящей статье является создание алгоритма дискретной фильтрации с небольшим в единицу времени количеством операций сложения и умножения, который, однако, по своим характеристикам практически не уступает известным алгоритмам.

Суть предлагаемого алгоритма дискретной фильтрации заключается в следующем. Пусть на вход устройства фильтрации поступает с периодом T непрерывная последовательность отсчетов входного сигнала $x[n]$. С помощью сумматора осуществляется текущее суммирование m отсчетов входного сигнала $x[n]$, $x[n-1]$, …, $x[n-(m-1)]$ и формируются промежуточные суммы

$$x_{\Sigma}[n]=\sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i], \qquad (1)$$

где $L=m+k$; $k=0,1,2,$ …

Полученные промежуточные суммы отсчетов сигналов (1) далее поступают в дискретный фильтр (ДФ). На рис. 1 приведена схема рассматриваемого устройства дискретной фильтрации, в котором электронный ключ (Кл) с периодом $T_{\Sigma}=LT$ подает промежуточные суммы в ДФ.

Проведем исследование характеристик данного устройства фильтрации. В качестве аналога рассматриваемому устройству возьмем непрерывный фильтр нижних частот (ФНЧ) первого порядка с частотной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{K}{1 + pT_{ф}}, \qquad (2)$$

где K, $T_ф$ — коэффициент передачи и постоянная времени фильтра соответственно; $p = j\omega$.

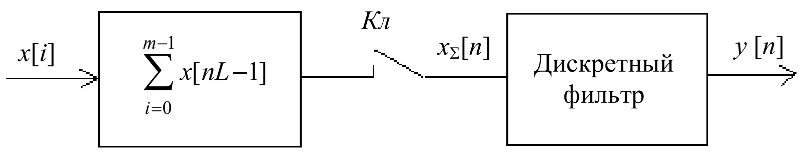

Рис. 1

Данной передаточной функции соответствует разностное уравнение [см. лит.]

$$y[n] = ax_{\Sigma}[n] + ax_{\Sigma}[n-1] - by[n-1], \qquad (3)$$

в котором весовые коэффициенты определяются как

$$a = \frac{T_{\Sigma}}{T_{\Sigma} + 2T_{ф}}, \quad b = \frac{T_{\Sigma} - 2T_{ф}}{T_{\Sigma} + 2T_{ф}}.$$

С помощью соотношения (1) разностное уравнение (3) записывается следующим образом:

$$y[n] = a\sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i] + a\sum_{i=0}^{m-1} x[nL-i-1] - by[n-1].$$

Нетрудно показать, что данному разностному уравнению соответствует амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) [см. лит.]

$$\Phi(\omega) = K\sqrt{\frac{2a^2\left[\left(\sum_{i=0}^{m-1}\cos i\omega T\right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{m-1}\sin i\omega T\right)^2\right](1+\cos\omega LT)}{1 + 2b\cos\omega LT + b^2}}.$$

Нормированные АЧХ $\Phi(f)$ при $T_ф / T = 100$, $T_ф = 0{,}01$ с, $L = m$ для различного числа суммируемых отсчетов m показаны на рис. 2. Здесь же приведена АЧХ $W(f)$ непрерывного ФНЧ. Представленные графики показывают, что во всех случаях в полосе прозрачности (уровень –6 дБ) АЧХ фильтров практически совпадают.

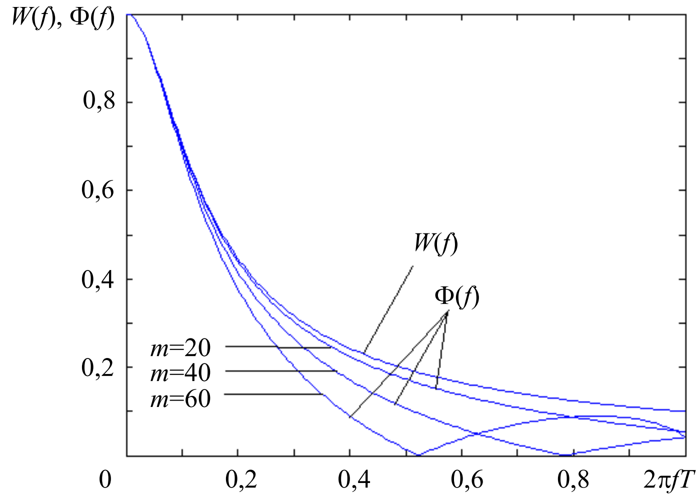

Рис. 2

Для нахождения статистических характеристик выходного сигнала фильтра необходимо знать его импульсную характеристику, которая для непрерывного фильтра определяется соотношением

$$G(t)=\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(p)e^{pt}dp=\sum \text{res}, \quad (4)$$

где $\sum \text{res}$ — сумма вычетов в подынтегральной функции выражения (4), c = const.

Представим подынтегральную функцию в виде отношения двух функций:

$$W(p)e^{pt}=P(p)/Q(p).$$

Из формулы (2) следует, что для ФНЧ первого порядка функция $P(p)/Q(p)$ имеет один вещественный полюс $p_1=-1/T_{\text{ф}}$. При этом вычет функции $P(p)/Q(p)$ определяется формулой

$$\text{res}=\frac{P(p)}{\left[\dfrac{dQ(p)}{dp}\right]}=\frac{Ke^{pt}}{T_{\text{ф}}}.$$

Тогда в точке $p=p_1$ получим следующее выражение для импульсной характеристики непрерывного ФНЧ первого порядка:

$$G(t)=Ke^{-t/T_{\text{ф}}}\Big/T_{\text{ф}}. \quad (5)$$

Будем считать, что на входе рассматриваемого устройства действует непрерывная последовательность отсчетов аддитивной совокупности полезного сигнала и помехи. Причем отсчеты полезного сигнала имеют одинаковый уровень U_{c}, а отсчеты помехи не коррелированы и имеют нулевое математическое ожидание и среднеквадратическое значение σ_x.

При этом дисперсия помехи на выходе сумматора будет определяться выражением

$$\sigma_{\Sigma}^2=m\sigma_x^2.$$

С учетом соотношения (5) дисперсия помехи на выходе ДФ с точностью до постоянного множителя равна

$$\sigma_{\text{ф}}^2=\sum_{i=0}^{\infty}\sigma_{\Sigma}^2 G^2(t_i), \quad (6)$$

где $G(t_i)$ — значения импульсной характеристики в моменты времени $t_i=iTL$.

При этом мощность полезного сигнала на выходе ДФ определяется соотношением

$$P_{\text{c}}=\left[\sum_{i=0}^{\infty} mU_{\text{c}}G(t_i)\right]^2. \quad (7)$$

В результате отношение сигнал/шум на выходе ДФ можно записать в следующем виде:

$$\frac{P_{\text{c}}}{\sigma_{\text{ф}}^2}=\frac{\left[\sum_{i=0}^{\infty} mU_{\text{c}}G(t_i)\right]^2}{\sum_{i=0}^{\infty}\sigma_{\Sigma}^2 G^2(t_i)}. \quad (8)$$

Для ДФ нижних частот без формирования промежуточных сумм отсчетов входного сигнала дисперсия помехи, мощность полезного сигнала, а также отношение сигнал/шум определяются из выражений

$$(\sigma_{\text{ф}}^*)^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \sigma_x^2 G^2(t_i^*); \quad P_{\text{c}}^* = \left[\sum_{i=0}^{\infty} U_{\text{c}} G(t_i^*)\right]^2; \quad \frac{P_{\text{c}}^*}{(\sigma_{\text{ф}}^*)^2} = \frac{\left[\sum_{i=0}^{\infty} U_{\text{c}} G(t_i^*)\right]^2}{\sum_{i=0}^{\infty} \sigma_x^2 G^2(t_i^*)}, \tag{9}$$

где $t_i^* = iT$.

В реальных условиях постоянная времени фильтра $T_{\text{ф}}$ намного больше периода $T_\Sigma = LT$ поступления промежуточных сумм в ДФ. Тогда в соотношениях (6)—(9) можно без существенной погрешности перейти от сумм к интегралам:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\text{ф}}^2 &= \frac{m\sigma_x^2}{LT} \int_0^{\infty} G^2(t)dt; \quad P_{\text{c}} = \frac{m^2 U_{\text{c}}^2}{(LT)^2} \left[\int_0^{\infty} G(t)dt\right]^2; \\ (\sigma_{\text{ф}}^*)^2 &= \frac{\sigma_x^2}{T} \int_0^{\infty} G^2(t)dt; \quad P_{\text{c}}^* = \frac{U_{\text{c}}^2}{T^2} \left[\int_0^{\infty} G(t)dt\right]^2. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Полученные выражения (10) позволяют определить преимущество в отношении сигнал/шум алгоритма фильтрации без промежуточного сглаживания перед предлагаемым алгоритмом:

$$q = \frac{P_{\text{c}}^* / (\sigma_{\text{ф}}^*)^2}{P_{\text{c}} / \sigma_{\text{ф}}^2} = \frac{L}{m}. \tag{11}$$

При этом количество суммируемых отсчетов входного сигнала m может принимать значения в диапазоне от 1 до L.

Из формулы (11) следует, что при $m=L$ предлагаемый алгоритм дискретной фильтрации по статистическим характеристикам практически не уступает алгоритму без промежуточного сглаживания.

Если принять период поступления отсчетов входного сигнала равным $T=100$ мкс, количество суммируемых импульсов $m=100$ и $L=m$, то при реализации дискретного фильтра без промежуточного сглаживания за 1 с необходимо выполнить 30 000 операций суммирования и 30 000 операций умножения. При реализации же предлагаемого алгоритма дискретной фильтрации с промежуточным сглаживанием за 1 с достаточно выполнить 30 000 операций суммирования и всего 300 операций умножения без заметной потери качества фильтрации.

Полученные математические соотношения носят общий характер и будут справедливы для сглаживающих фильтров с практически любой импульсной характеристикой.

ЛИТЕРАТУРА

Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.

Сведения об авторе

Сергей Ильич Зиатдинов — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf.53@GUAP.ru

Рекомендована кафедрой информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию 02.07.08 г.