
ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 531.746:531.3:534.833

Я. И. БИНДЕР, В. М. МУСАЛИМОВ, П. А. СЕРГУШИН, Д. А. СОКОЛОВ

ДИНАМИКА ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ИНКЛИНОМЕТРА

Исследована динамика скважинного гироскопического инклинометра при спускоподъемных операциях. Для анализа динамики использованы определяющие уравнения для спирально-анизотропных тел. Произведены расчеты гидродинамического сопротивления на базе уравнений Навье — Стокса. Приведено сопоставление расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: скважинный прибор, гироскопический инклинометр, спирально-анизотропное тело, продольно-крутильные колебания, уравнение Навье — Стокса, демпфирование колебаний.

Использование бесплатформенного малогабаритного гироскопического инклинометра, работающего в режиме непрерывной съемки, — практически единственный в настоящее время способ, позволяющий обеспечить мониторинг пространственного положения любых скважин и тем самым удовлетворить требованиям, принятым основными мировыми нефтедобывающими компаниями. Появление этих требований обусловлено интенсивным развитием процессов направленного бурения, строительством скважин с высоким коэффициентом сложности и, следовательно, необходимостью решения задач оптимальной проводки их стволов в трехмерном геологическом пространстве.

Как показал анализ результатов проведения непрерывной съемки в скважинах различного типа, наиболее существенным внешним фактором, во многом определяющим точностные характеристики этого режима, является так называемый „моторный эффект“, т.е. вращательное движение кабеля, обусловленное, с одной стороны, его упругой деформацией, а с другой — вертикальным линейным удлинением (укорочением) его свободного конца в процессе спускоподъемных операций скважинного прибора. Возникает необходимость „скорректировать“ естественное крутильное движение кабеля.

Кабельно-тросовая конструкция (КТК), служащая подвесом скважинных приборов, представляет собой систему, в которой при действии внешних нагрузок формируются крутильно-продольные колебательные процессы. Исследование этих процессов позволяет рассматривать задачу стабилизации движения прибора как задачу ограничения крутильно-продольных колебаний.

Из теории спирально-анизотропных тел (САТ) известны уравнения статического равновесия деформируемого анизотропного тела [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{\pi R^2} &= a_{11}e + a_{12}\hat{\theta}; \\ \frac{M}{\pi R^3} &= -a_{21}e + a_{22}\hat{\theta}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где P — осевая нагрузка, M — крутящий момент, R — радиус САТ, a_{11} — модуль растяжения-сжатия, a_{12} , a_{21} — модули растяжения-кручения, a_{22} — модуль кручения, e — относительная осевая деформация, $\hat{\theta}$ — угол поворота поперечных сечений кабеля.

Соответственно динамика САТ может быть представлена системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{e} &= -\pi R^2 a_{11} e - \pi R^2 a_{12} \hat{\theta}; \\ J\ddot{\hat{\theta}} &= \pi R^3 a_{21} e - \pi R^3 a_{22} \hat{\theta}, \end{aligned} \right\}$$

в которой согласно принципу Даламбера [2] использованы равенства

$$P = m\ddot{e}; \quad M = J\ddot{\hat{\theta}},$$

где m — масса САТ, J — тензор инерции САТ, \ddot{e} — продольное ускорение, $\ddot{\hat{\theta}}$ — угловое ускорение.

Введем следующие обозначения:

$$A_{11} = \pi R^2 a_{11}; \quad A_{12} = \pi R^2 a_{12}; \quad A_{21} = \pi R^3 a_{21}; \quad A_{22} = \pi R^3 a_{22}; \quad s = d/dt.$$

Для учета внутреннего трения введем коэффициенты k_1 , k_2 ; введем также параметр $u(t)$ — входное воздействие. В результате получим

$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{1}{s^2} \left(-\frac{A_{11}}{m} e - \frac{A_{12}}{m} \hat{\theta} \right) - \frac{1}{s} \frac{k_1}{m} e, \\ \hat{\theta} &= \frac{1}{s^2} \left(\frac{A_{21}}{J} e - \frac{A_{22}}{J} \hat{\theta} \right) + \frac{1}{s} \frac{k_2}{J} \hat{\theta} + u(t). \end{aligned} \right\}$$

Рассмотренная система имеет две степени свободы. Для упрощения расчетов приведем ее к системе с одной степенью свободы.

В качестве внешней нагрузки в исходной системе (1) выступает сила P , а момент $M = 0$, т.е. реализуется схема нагружения „свободное растяжение“ [3]. В этом случае величины e и $\hat{\theta}$ оказываются связанными: $a_{21}e = -a_{22}\hat{\theta}$, откуда $e = -\frac{a_{22}}{a_{21}}\hat{\theta}$, а система (1) преобразуется к виду

$$\frac{P}{\pi R^2} = \hat{\theta} \left(-a_{11} \frac{a_{22}}{a_{21}} + a_{12} \right).$$

Правая часть этого уравнения представляет собой упругую составляющую вращательного движения, а левая — внешнюю нагрузку.

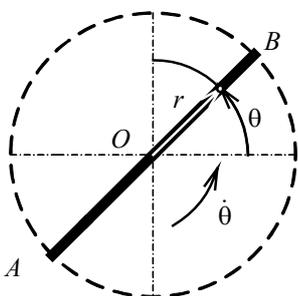


Рис. 1

Обозначим $\left(-a_{11} \frac{a_{22}}{a_{21}} + a_{12} \right) = a_{22}^*$ и запишем уравнение свободных крутильных колебаний:

$$J\ddot{\theta} + a_{22}^* \theta = 0.$$

Для демпфирования колебаний целесообразно использовать естественную жидкостную среду скважины, вдоль которой с ограниченной скоростью перемещается прибор. Для этого вдоль прибора устанавливаются тормозные лопасти, обеспечивающие гидродинамическое сопротивление. Схема движения лопастей сопротивления

AOB представлена на рис. 1, где $AO = OB = R$; r , θ — полярные координаты.

Рассмотрим уравнение Навье — Стокса [4]:

$$\rho \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (V \nabla) V \right] = -\nabla P_{06} - \nabla \Phi, \quad (2)$$

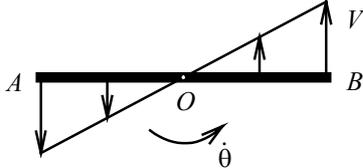
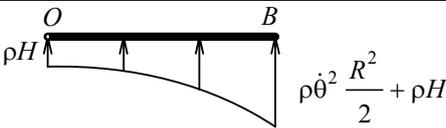
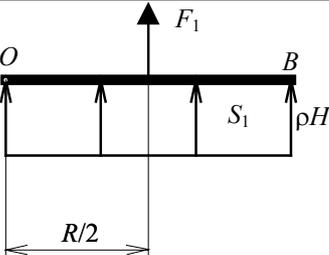
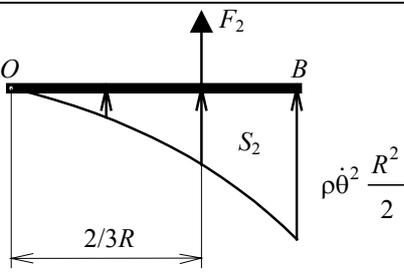
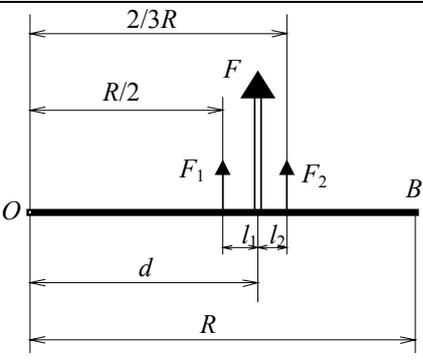
где ρ — объемная плотность жидкости, t — время, V — скорость движения тела в жидкости, ∇ — оператор Гамильтона, $P_{об}$ — объемная сила (действует на единичный объем), Φ — удельная сила тяжести.

При $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ из уравнения (2) получим

$$\rho(V\nabla)V = -\nabla P_{об}; \quad \rho\left(V\frac{\partial}{\partial r}\right)V = -\frac{\partial}{\partial r}P_{об}; \quad \rho V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial P_{об}}{\partial r}, \quad \frac{\partial V}{\partial r} = \dot{\theta}.$$

Промежуточные расчеты по определению момента сопротивления сведены в таблице [5].

Таблица

Эпюры нагрузок	Расчетные значения нагрузок
	$V = \dot{\theta}r$
	$\rho\dot{\theta}^2 r = -\frac{\partial P}{\partial r}$
	$F_1 = R\rho H$
	$F_2 = \frac{\rho\dot{\theta}^2}{4}R^3$
	$F = F_1 + F_2$

Примечание. Здесь $r = 0 \dots R$ — радиус-вектор, F_1 — приведенная сила от глубины погружения, F_2 — приведенная сила от скорости вращения, F — суммарная сила, d — плечо суммарной силы, S_1 — площадь эпюры силы F_1 , S_2 — площадь эпюры силы F_2 , H — глубина погружения.

Для нахождения суммарной силы по направлению z следует умножить полученную силу F на длину лопасти L_z : $F^* = FL_z$.

Момент сопротивления определяется по формуле

$$M_c = F^* d,$$

где $d = \frac{R}{2} + \frac{R}{6} \frac{\rho}{\gamma} \frac{\dot{\theta}^2 R^2}{4H} \left(1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{\dot{\theta}^2 R^2}{4H} \right)^{-1}$ — плечо, или по формуле

$$M_c = RL_z (F_1 + F_2) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(\frac{F_1}{F_2} + 1 \right)^{-1} \right]. \quad (3)$$

Для неконсервативной системы уравнение (3) преобразуется к виду

$$J\ddot{\theta} + a_{22}^* \dot{\theta} = -M_c.$$

На рис. 2, а, б представлены графики сравнения соответственно расчетных и экспериментальных данных, полученных в результате ступенчатого опускания инклинометра с конструктивным демпфером в скважину, при $\delta = 0,5$ (рис. 2, а) и $\delta = 0,8$ (рис. 2, б).

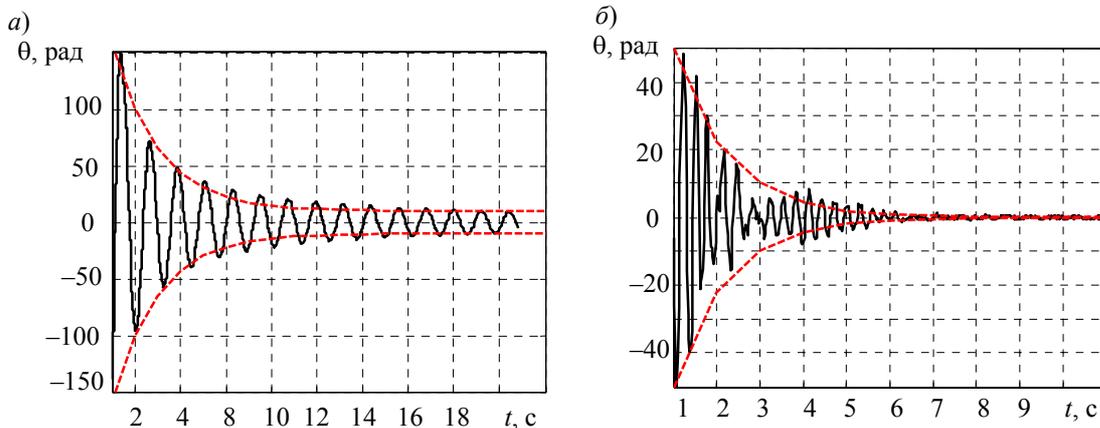


Рис. 2

Результаты исследований позволяют сделать следующие выводы:

- динамика гироскопического инклинометра в основном зависит от особенностей его кабельно-тросовой конструкции;
- использование теории спирально-анизотропных тел позволяет эффективно оценить динамику КТК и определить технические средства демпфирования угловых колебаний системы;
- на основе достижений в области гидродинамики (уравнения Навье — Стокса) рассчитаны конструктивные характеристики гидродинамического демпфера;
- теоретические расчеты удовлетворяют экспериментальным данным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мусалимов В. М. Механика деформируемого кабеля. СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. 203 с.
2. Воронков И. М. Курс теоретической механики. М.: Гостехиздат, 1957. 596 с.
3. Мусалимов В. М., Соханев Б. В. Механические испытания гибких кабелей. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1984. 64 с.
4. Чихос Х. Системный анализ в трибонике: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 351 с.
5. Дарков А. В., Штиро Г. С. Сопротивление материалов. М.: Высш. школа, 1975. 656 с.

Сведения об авторах

- Яков Исаакович Биндер** — канд. техн. наук, доцент; ОАО „Электромеханика“, Санкт-Петербург; генеральный директор; E-mail: mail@elmech.ru
- Виктор Михайлович Мусалимов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; E-mail: musalimov@mail.ifmo.ru
- Павел Анатольевич Сергушин** — Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; ассистент; E-mail: pavel.sergushin@gmail.com
- Дмитрий Александрович Соколов** — ОАО „Электромеханика“, Санкт-Петербург; науч. сотрудник; E-mail: d.a.sokolov@mail.ru

Рекомендована кафедрой
мехатроники СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию
15.06.09 г.