

В. Н. ШАМБЕРОВ

ФРИКЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Рассмотрен пример механической системы с одной степенью свободы. Система исследуется на основе точного аналитического метода (метод точечных отображений) в рамках теории нелинейных колебаний. Результат представлен в виде разбиения пространства параметров системы на области с качественно различным динамическим поведением.

Ключевые слова: модель, автоколебания, сухое трение, предельный цикл.

С сухим трением на протяжении многих веков связано немало физических загадок и парадоксов, часть которых не решена и поныне [1, 2]. Сухое трение в подвижной части прибора не только определяет его нечувствительность к входному сигналу, но и может вызывать нежелательный автоколебательный режим. Автоколебания имеют прерывистый характер и проявляются в виде скачкообразных перемещений (скачков) двух скользящих поверхностей при упругом закреплении одной из них. Автоколебания являются помехой в работе большого количества технических устройств, имеющих в своем составе подвижные механические элементы [3—7].

Экспериментальные исследования этого явления [1] показали следующее:

- скачкообразные перемещения, наблюдаемые при малых скоростях взаимного скольжения поверхностей, исчезают при увеличении скорости;
- амплитуда и частота скачков зависят от скорости скольжения, массы подвижного тела и жесткости системы;
- первый скачок значительно больше последующих.

Появление скачкообразных перемещений объясняется либо наличием отрицательного (падающего) участка характеристики трения скольжения, либо возрастанием силы трения покоя, зависящим от продолжительности неподвижного контакта [8].

Рассмотрим механическую систему, в которой скачкообразные перемещения возникают при превышении сил трения покоя над силами трения скольжения.

Для моделирования динамики элемента с трением представим его в виде условной вязкоупругой механической системы с одной степенью свободы и с сухим трением (рис. 1).

Будем считать, что сила упругости $f_y(x, y)$ в зависимости от перемещений x и y изменяется по линейному закону

$$f_y(x, y) = C(x - y), \quad (1)$$

где C — положительный параметр, характеризующий упругость пружины.

Силу внешнего трения ($f_{\text{тр}}(\dot{y})$) учтем в виде суммы сил сухого и вязкого трения:

$$|f_{\text{тр}}(\dot{y})| < F_{\text{тр},0}, \text{ если } \dot{y} = 0; \quad f_{\text{тр}}(\dot{y}) = F_{\text{в,тр}}\dot{y} + F_{\text{тр,дв}}\text{sgn } \dot{y}, \text{ если } \dot{y} \neq 0. \quad (2)$$

Здесь параметр $F_{\text{тр},0}$ характеризует силу сухого трения при отсутствии движения (силу трения покоя); параметр $F_{\text{тр,дв}}$ — силу сухого трения при движении (скольжении); параметр $F_{\text{в,тр}}$ — силу вязкого трения; \dot{y} — скорость перемещения подвижной части элемента с трением.

Динамическую модель элемента с трением с учетом выражений (1), (2) получим на основе принципа динамического равновесия Даламбера: масса M подвижного элемента вызывает силу инерции $M\ddot{y}$, пропорциональную ускорению \ddot{y} и противоположно ему направленную:

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{y} &= 0, \text{ если } \dot{y} = 0 \text{ и } |f_y| < F_{\text{тр},0}; \\ M\ddot{y} &= f_y - f_{\text{тр,дв}}(\dot{y}), \text{ если } \dot{y} = 0 \text{ и } |f_y| \geq F_{\text{тр},0}, \text{ или если } \dot{y} \neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Система уравнений (3) описывает модели логико-динамического класса; при этом первое уравнение соответствует состоянию покоя, второе — собственно движению (скольжению). Структурная математическая модель элемента с трением, соответствующая системе уравнений (3), представлена на рис. 2. Функционирование в составе модели логического элемента (ЛЭ) характеризуется определенным алгоритмом, схема которого приведена на рис. 3.

Динамическое поведение модели характеризуется ее фазовым портретом (фрагмент представлен на рис. 4), полученным согласно описанию (3).

Состояниям покоя соответствуют точки отрезка $|f_y| < F_{\text{тр},0}$, $\dot{y} = 0$. При достаточно малой скорости \dot{x} и $F_{\text{в,тр}}^2 < 4MC$ (состояние установившегося движения — „устойчивый фокус“) в модели возникают фрикционные автоколебания. Автоколебаниям соответствует устойчивый предельный цикл на фазовом портрете. Наличие устойчивого предельного цикла при устойчивом состоянии равновесия свидетельствует о существовании между ними неустойчивого предельного цикла. Исчезновению автоколебаний соответствует слияние (с последующим исчезновением) устойчивого и неустойчивого предельных циклов. Слияние циклов происходит на фазовой траектории, выходящей из точки $f_y = F_{\text{тр},0}$ при $\dot{y} = 0$ и проходящей через точку $f_y = F_{\text{тр,дв}}$ при $\dot{y} = 0$, которая представляет собой траекторию полуустойчивого предельного цикла (рис. 5).

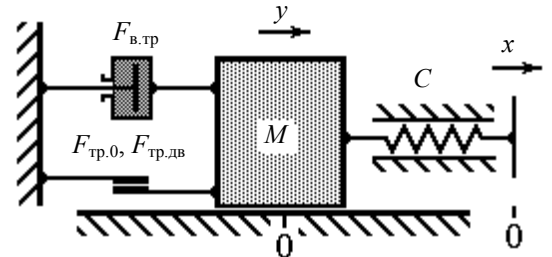


Рис. 1

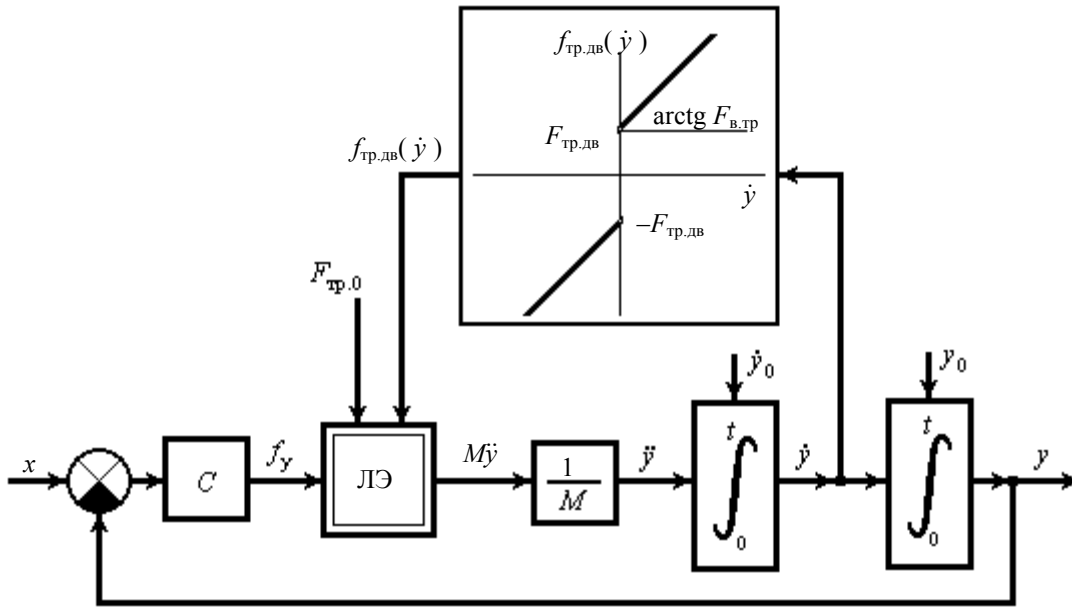


Рис. 2

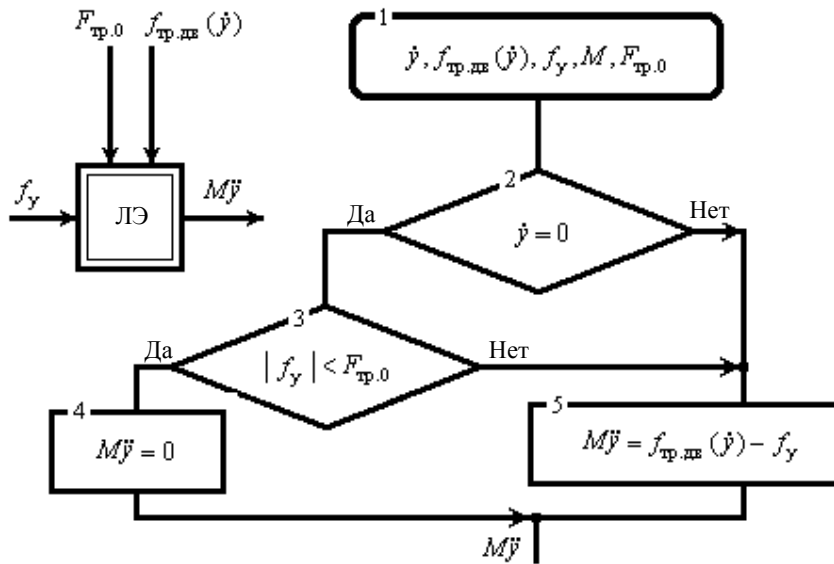


Рис. 3

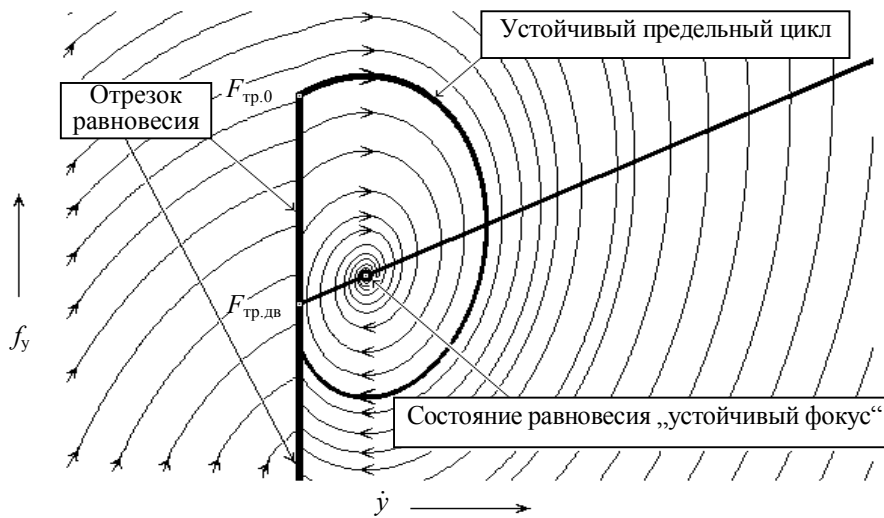


Рис. 4

Условия отсутствия автоколебаний следующие:

— при $F_{в.тр}^2 < 2MC$:

$$\frac{MC}{MC - F_{в.тр}G + G^2} < \frac{\exp \left[\frac{2F_{в.тр}}{\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}} \operatorname{arctg} \frac{(F_{в.тр} - G)\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}}{F_{в.тр}(F_{в.тр} - G) - 2MC} \right]}{\exp \left[\frac{2F_{в.тр}}{\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}} \left(\operatorname{arctg} \frac{F_{в.тр}\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}}{F_{в.тр}^2 - 2MC} + 2\pi \right) \right]} ; \quad (4)$$

— при $F_{в.тр}^2 > 2MC$ и $F_{в.тр}G > F_{в.тр}^2 - 2MC$:

$$\frac{MC}{MC - F_{в.тр}G + G^2} < \frac{\exp \left[\frac{2F_{в.тр}}{\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}} \operatorname{arctg} \frac{(F_{в.тр} - G)\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}}{F_{в.тр}(F_{в.тр} - G) - 2MC} \right]}{\exp \left[\frac{2F_{в.тр}}{\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}} \left(\operatorname{arctg} \frac{F_{в.тр}\sqrt{4MC - F_{в.тр}^2}}{F_{в.тр}^2 - 2MC} + \pi \right) \right]} , \quad (5)$$

где $G = (F_{тр.0} - F_{тр.дв}) / \dot{x}$.

Неравенства (4) и (5) получены из условия прохождения данной фазовой траектории при $F_{в.тр}^2 < 4MC$ правее точки $f_y = F_{тр.дв}$ при $\dot{y} = 0$.

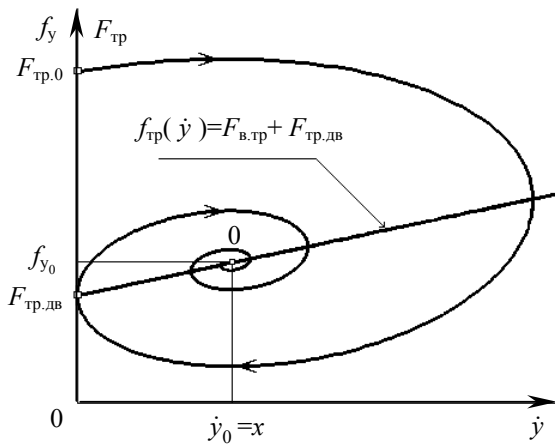


Рис. 5

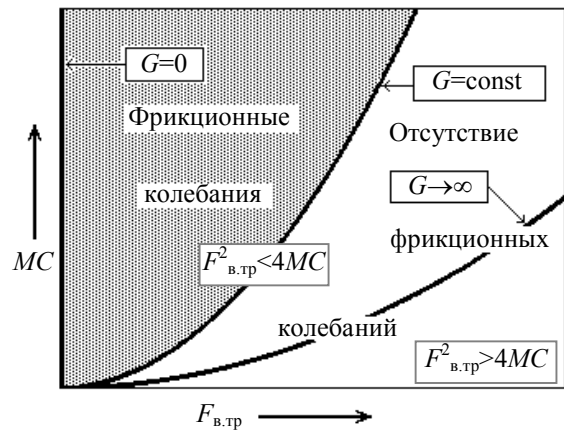


Рис. 6

Итак, автоколебания существуют при $F_{в.тр}^2 < 4MC$ (при $F_{в.тр}^2 > 4MC$ автоколебания невозможны). По условиям (4) и (5) при известных значениях параметров $M, C, F_{в.тр}, F_{тр.0}, F_{тр.дв}$ легко установить диапазон скоростей \dot{x} (рис. 6), при которых возникают колебания. Известные трудности по определению параметра $F_{тр.дв}$ могут быть преодолены с помощью методов исследования фрикционных характеристик [9—11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ле Су Ань. Динамика систем с кулоновым трением (теория и эксперимент). СПб: Нестор, 1999. 299 с.
2. Самсонов В. А. Очерки о механике: Некоторые задачи, явления и парадоксы. М. — Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2001. 80 с.

3. Шамберов В. Н. Метод аналитического исследования влияния сухого трения на поведение авторегулируемых динамических систем // Науч. приборостроение. 2003. Т. 13, № 3. С. 77—83.
4. Шамберов В. Н. Влияние сухого трения на устойчивость приборов с автоматическим уравниванием // Там же. 2004. Т. 14, № 3. С. 61—64.
5. Шамберов В. Н. Влияние сухого трения в исполнительных механизмах автоматических систем с приводным электродвигателем на их устойчивость // Там же. 2004. Т. 14, № 4. С. 39—45.
6. Шамберов В. Н. Влияние некулоновского сухого трения на устойчивость автоматических систем // Докл. Академии Наук. 2005. Т. 401, № 2. С. 193—195.
7. Шамберов В. Н. Фрикционные колебания в следящих электроприводах // Проектирование и технология электронных средств. 2005. № 3. С. 56—62.
8. Крагельский И. В., Щедров В. С. Развитие науки о трении (сухое трение). М.: Изд-во АН СССР, 1956. 235 с.
9. А.с. 1481515 СССР. Способ определения характеристик гидравлического сервомотора / В. Н. Шамберов, Ю. П. Сафонов, А. В. Зеленкин и др. // Б. И. 1989.
10. Шамберов В. Н. К определению сухого трения в автоматических регулирующих устройствах и его влияние на устойчивость работы судовой энергетической установки // Произв. науч.-техн. сб. МО ВМФ „Технология судоремонта“. 2002. № 2. С. 64—72.
11. Пат. 2284019 РФ. МПК G01M4/04, G01N19/02. Способ идентификации диссипативных характеристик подшипников / С. И. Малафеев, А. И. Копейкин, В. Н. Шамберов // Оpubл. 20.09.2006. Бюл. № 26.

Сведения об авторе

Владимир Николаевич Шамберов — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный морской технический университет; кафедра судовой автоматики и измерений; E-mail: shamberov@mail.ru

Рекомендована кафедрой
мехатроники СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию
15.06.09 г.