

А. И. ПАНФЕРОВ, А. В. НЕБЫЛОВ, С. А. БРОДСКИЙ

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
СЛОЖНЫХ УПРУГИХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ
И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА
ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Рассматривается концепция создания универсальной программы для исследования динамических свойств упругих аэрокосмических систем различных типов, с целью автоматизации получения их математических моделей, моделирования полета и синтеза интеллектуальных законов управления.

Ключевые слова: упругость, моделирование, полет, синтез, закон управления.

Введение. Для математического описания движения современных аэрокосмических конструкций с использованием классической динамики полета требуется учитывать их аэроупругие свойства, поступательное и колебательное движение жидкости в полостях, учитывать кинематические, динамические свойства измерителей и исполнительных механизмов. Учет новых свойств в современных аэрокосмических конструкциях обусловлен необходимостью создания максимально легких и эффективных изделий. При этом в большей степени проявляются свойства упругости конструкции, явления аэроупругости, аэросервоупругости, усиливается влияние движущихся масс внутри аппарата. При описании динамических свойств таких аппаратов приходится учитывать изменение локальных углов атаки при изменении скорости и плотности атмосферы в широком диапазоне. Взаимодействие различных физических факторов приводит к появлению резонансных явлений и возможному возникновению критических ситуаций, прекращению управляемого полета или разрушению конструкции. Математически описать указанные разнородные факторы достаточно сложно, требуется привлечение к работе специалистов разных профилей, которые используют различные теоретические и экспериментальные подходы, специализированные прикладные пакеты программ. Как правило, результаты таких исследований и расчетов сложны для восприятия и использования специалистами разных профилей. Кроме того, на разных этапах анализа движения

аэрокосмических конструкций и синтеза законов управления требуется использовать фрагменты моделей разной детализации и сложности математического описания.

По этой причине актуальной является задача разработки специализированной программы для анализа движения аэрокосмических конструкций в широком диапазоне скоростей с учетом аэросервоупругости, движения жидкостей и газов в полостях и многих других факторов, проектирования системы управления. Актуальность поставленной задачи и практическая польза ее применения подтверждаются рядом международных контрактов. Теоретические основы различных физических факторов, проявляющихся при движении упругих тел, описа-

ны в книгах [1—4], а прикладные основы работы программы, расчетные формулы и алгоритмы отдельных блоков программы представлялись на международных конференциях [5—8].

Особенности создания программного комплекса. Разнообразие и вычислительная сложность задач, которые приходится решать при моделировании движения и управлении упругой конструкцией, движущейся в общем случае по криволинейной траектории с переменной скоростью, приводят к необходимости использовать различные современные программные средства. Так, например, для исследования эластичных аэродинамических систем применяют специальные программы, например, ANSYS, NASTRAN, Pro Engenear, Coventor, Femlab и т.д.

В этих программах используется метод конечных элементов, который был хорошо апробирован и успешно применяется при вычислении относительно простых конструкций, например, для микрогироскопов и микроакселерометров. Для исследования динамических процессов и моделирования эластичных колебаний аэрокосмических механизмов, состоящих из сотен и тысяч модулей сложной формы, разных способов термообработки и типов соединения, такой подход не применим.

Для проектирования сложных систем управления часто используется программа MATLAB, взаимодействие которой с перечисленными выше программами, использующими метод конечных элементов, часто является непростой задачей.

В настоящей работе используется принципиально иной подход к моделированию и проектированию систем управления для упругих объектов. Известно, что даже при определенных упрощениях упругий объект описывается дифференциальными уравнениями в частных производных. Теория управления такими объектами недостаточно разработана аналитически. В предлагаемой программе используются численные методы преобразования дифференциальных уравнений в частных производных в обыкновенные дифференциальные уравнения контролируемой размерности.

Модель жесткой аэрокосмической конструкции. Математическая модель аэрокосмического жесткого тела в специализированной программе выделена в отдельный блок. Уравнения в векторной форме в связанных осях координат могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}, \quad (1)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{M} - \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega})). \quad (2)$$

Эти уравнения определяют движение твердого тела относительно инерциальной системы отсчета, здесь \mathbf{V} — вектор скорости центра тяжести, $\boldsymbol{\Omega}$ — вектор угловой скорости центра тяжести, \mathbf{F} — полный вектор внешней силы, \mathbf{M} — полный вектор внешнего момента, \mathbf{I} — тензор инерции твердого тела, m — масса тела.

На рис. 1 и 2 приведен модельный пример типичных изменений массы отдельных ступеней (1 — ступень 1, 2 — 2, 3 — 3) в процессе движения и тяги двигателей.

Упругость. Уравнение смещения упругой линии относительно продольной нейтральной оси описывается матричным дифференциальным уравнением высокой размерности

$$\Delta \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \Delta \boldsymbol{\Xi} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{q} = \Delta \mathbf{f}, \quad (3)$$

где $\mathbf{q}(t)$ — отклонение эластичной линии от продольной оси; Δ — симметричная матрица жесткости; \mathbf{M} — диагональная массовая матрица; $\boldsymbol{\Xi}$ — симметричная структурная матрица затухания; \mathbf{f} — распределенная нагрузка. Подробное решение этого уравнения для частного случая приведено в работах [4—7].

На рис. 3 представлено изображение нормированного смещения осевой линии $q(x)$ аэрокосмической конструкции (а) и ее двух производных $\partial q/\partial x$ и $\partial^2 q/\partial x^2$ (б, в) в процессе моделирования полета, используемые при ее проектировании.

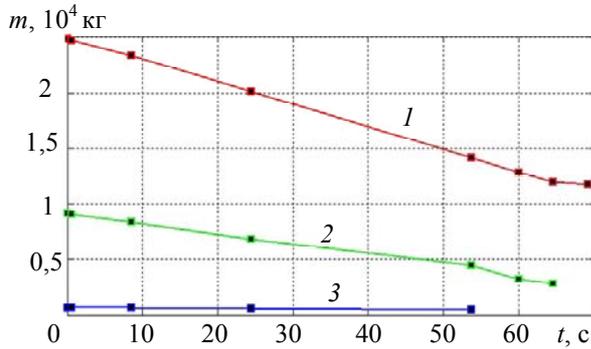


Рис. 1

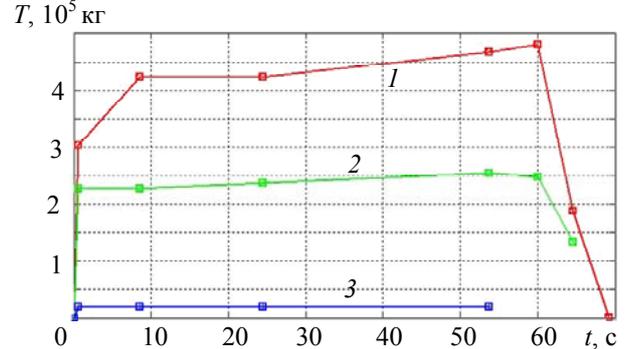


Рис. 2

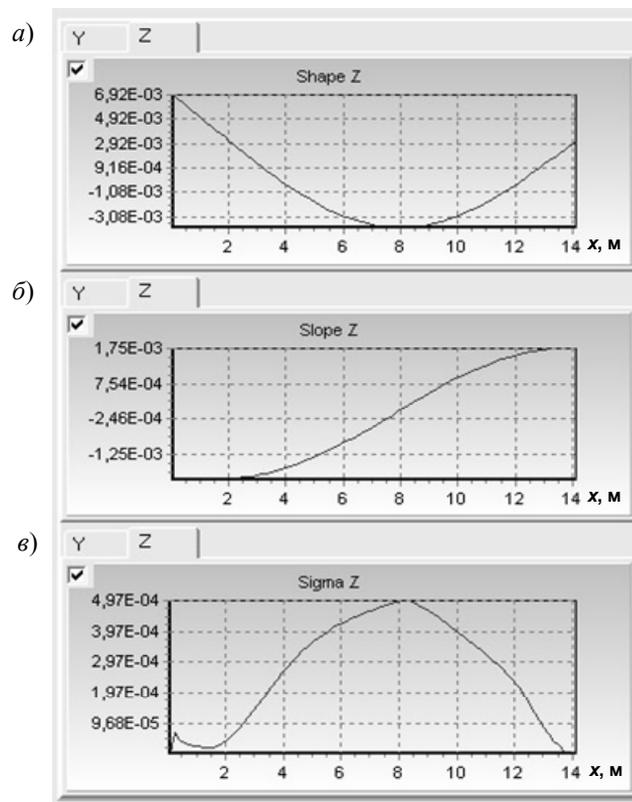


Рис. 3

Аэродинамика. Распределенные и сосредоточенные силы появляются в области развития и отделения вихрей от поверхности аэрокосмического тела.

Локальные аэродинамические эффекты существенно зависят от скорости и высоты полета, формы мобильного объекта, угловой ориентации и гибких деформаций корпуса. Даже при постоянной скорости полета на поверхности генерируются вихри. Этот процесс описывается специальной моделью для малых постоянных скоростей ветра. При высоких скоростях полета появляются локальные пики давления в отдельных частях механизма. Для их моделирования важно определить зоны приложения больших локальных нагрузок и их временные характеристики. Обычно эти зоны расположены близко к переходам от конических поверхностных форм к цилиндрическим или к местам соединений поверхностей с большим количеством составных элементов. При разработке механизма обычно минимизируется число таких соединений,

но невозможно исключить их полностью. В программе используются модели для описания типичных локальных загрузок из вихрей.

Большие локальные загрузки возникают близко к стыкам отдельных элементов конструкции, обычно это — места перехода от конической поверхности к цилиндрической, места соединения цилиндров разного диаметра. Вихревые потоки появляются немного ниже обтекаемых мест соединения деталей, интенсивность вихрей и частота их разделения в значительной степени зависят от условий полета. Более подробно эти модели описаны в работах [5, 8].

После задания аэродинамической формы конструкции вычисляются распределенные по поверхности давления. Для оперативного расчета давлений используется собственный встроенный в программу модуль. Для более точного расчета распределенного давления используется специализированная программа Fluent, имеющая отдельный интерфейс. Результаты могут быть использованы при дальнейших расчетах динамических свойств объекта управления. Значения давления рассчитываются для всех чисел Маха и углов атаки. Для контроля работы программы используется анимация, один фрагмент которой для асимметричного потока в процессах полета показан на рис. 4. Рассчитанные таким образом давления интегрируются вдоль кольцевых поперечных сечений. Нормализованный результат этого вычисления представлен на рис. 5 ($\alpha=8^\circ$, число Маха: 1 — 0,60; 2 — 1,20; 3 — 3,01).

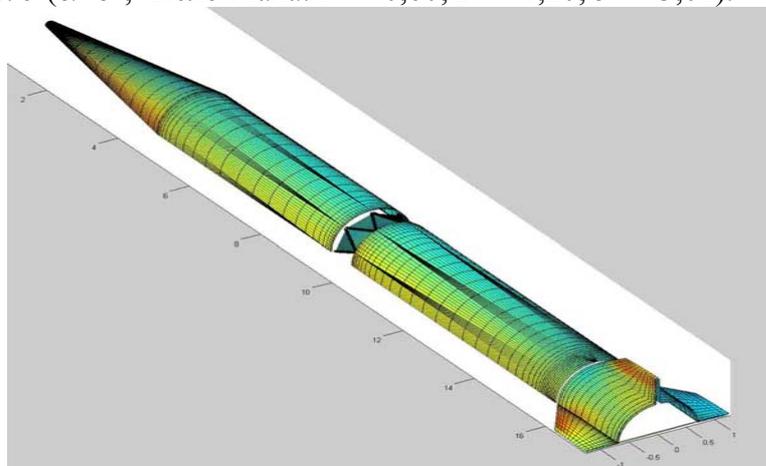


Рис. 4

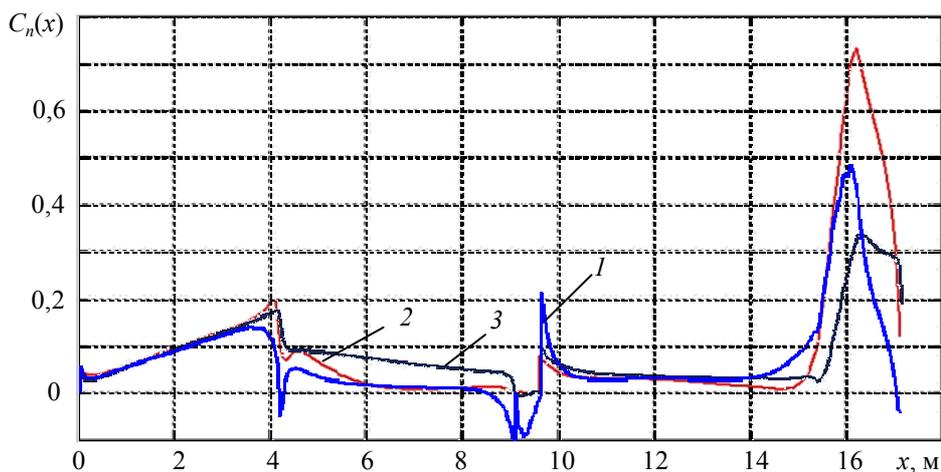


Рис. 5

Заключение. Предложена универсальная программа для исследования динамических свойств и моделирования движения различных типов современных упругих аэрокосмических конструкций, которая может использоваться на начальных стадиях проектирования, при наземных и летных испытаниях, а также при расследовании летных происшествий.

Разработанные математические модели являются основой создания модулей программы для анализа динамических свойств и моделирования упругих аэрокосмических конструкций.

Модули программы позволяют исследовать влияние различных эффектов, таких как гибкость конструкции, колебания жидкости в баках, динамические свойства двигателей, изменения локального угла атаки и локального угла скольжения на динамические свойства объекта управления.

В результате аналитических и численных преобразований в программе сформирована единая математическая модель в виде, удобном для автоматизации синтеза и анализа системы управления полетом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 10-08-01049-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mishin V. P.* Rocket Dynamics. M.: Mashinostroenie, 1990.
2. *Hodges D. H., Pierce G. A.* Introduction to structural dynamics and aeroelasticity. Cambridge, 2002.
3. *Hatch M. R.* Vibration simulation using MATLAB and ANSYS. Chapman & Hall/CRC, USA, 2001.
4. *Panferov A. I., Nebylov A. V., Brodsky S. A.*, Theory and software for simulation of complex flexible aerospace vehicles and smart control // Proc. 17th IFAC Symp. on Automatic Control in Aerospace (ASA2010). Nara, Japan, September 6—10, 2010.
5. *Caldwell B. D., Pratt R. W., Taylor R., Felton R. D.* Aeroservoelasticity // Flight control systems. 2000.
6. *Panferov A. I., Nebylov A. V., Brodsky S. A.* Mathematical Modeling, Simulation and Control of Flexible Vehicles // Proc. 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008. P. 16 071—16 077.
7. *Brodsky S. A., Nebylov A. V., Panferov A. I.* Mathematical models and software for flexible vehicles simulation // Proc. 16th IFAC Symp. on Automatic Control in Aerospace. Oxford, 2004. Vol. 2. P. 416—421.
8. *Nebylov A. V., Panferov A. I., Brodsky S. A.* Flexible aerospace vehicles simulation and nonlinear control synthesis // Proc. 16th IFAC World Congress. Prague, 2005.

Сведения об авторах

- Александр Иванович Панферов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра аэрокосмических систем ориентации, навигации и стабилизации;
E-mail: panferov@aanet.ru
- Александр Владимирович Небылов** — д-р техн. наук; Международный институт передовых аэрокосмических технологий Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения; директор;
E-mail: nebylov@aanet.ru
- Сергей Александрович Бродский** — канд. техн. наук; Международный институт передовых аэрокосмических технологий Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения; старший научный сотрудник; E-mail: dr_gray67@mail.ru

Рекомендована ГУАП

Поступила в редакцию
04.04.11 г.