ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.7

И. Б. Фуртат

АЛГОРИТМ СУБИНВАРИАНТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ ЛИНЕЙНЫМ СТРУКТУРНО НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Рассмотрена задача субинвариантного управления по выходу априорно, параметрически, функционально и структурно неопределенным линейным динамическим объектом. Предложенный алгоритм обеспечивает слежение выходного сигнала объекта за эталонным сигналом с заданной точностью. Приведены численные примеры, иллюстрирующие работоспособность схемы.

Ключевые слова: *структурно неопределенный объект, инвариантное управление, робастное управление, компенсация возмущений.*

Введение. Современный этап развития теории систем управления характеризуется глубоким анализом функционирования и эффективности разрабатываемых алгоритмов с учетом реальных режимов работы исследуемого объекта при воздействии неконтролируемых внутренних и внешних возмущений. В настоящее время известно множество решений для управления такими объектами. Однако по-прежнему актуальной проблемой остается поиск регуляторов, обеспечивающих устойчивость реальной неопределенной системы.

Одним из направлений, позволяющих достигать эффективных результатов при управлении неопределенными объектами, является робастная компенсация неизвестных возмущений. Впервые строго обоснованные результаты по теории робастного управления были получены в работе [1], где предложен новый критерий оптимальности с использованием H_∞-нормы. Начальные положения робастной теории управления объектами, функционирующими в условиях неопределенностей, были изложены в работе [2]. Более подробный обзор и результаты исследований, полученных с помощью H_∞-оптимизации, приведены в работе [3]. Другим подходом к компенсации неизвестных возмущений является субинвариантное управление, основанное на методе вложения систем [4]. Данный метод предложен для линейных объектов и базируется на теории матричного анализа, а именно условиях поиска левых и правых делителей нуля и единицы, формирования и исследования проматриц, методах канонизации произвольных матриц и т.д. в целях исключения влияния неконтролируемых возмущений на выход объекта. В работах [5, 6] для компенсации внешних и внутренних возмущений предлагается функцию возмущения представить в виде системы дифференциальных уравнений, где в дальнейшем эта функция оценивается и с помощью методов адаптивного и робастного управления компенсируется. В работе [7] предложен последовательный компенсатор для стабилизации по выходу параметрически неопределенного линейного стационарного объекта. Обобщение подхода, изложенного в работе [7], для класса линейных нестационарно возмущенных объектов рассматривается в работе [8], а для класса нелинейных систем — в работе [9]. В работах [10, 11] предлагаются принципы обобщения метода [7] для линейных систем с неизвестной относительной степенью, где для синтеза системы управления необходимо знать верхнюю и нижнюю границы относительной степени объекта управления. Результаты, полученные на основе использования предложенного в работе [12] алгоритма компенсации возмущений с применением вспомогательного контура, были развиты для построения простого регулятора, рассмотренного в работе [13]. На базе работы [12] в [14] предложена компенсация возмущений, в том числе и структурных, причем динамический порядок объекта управления в процессе его функционирования может изменяться произвольным образом. Следует отметить, что в соответствии с предложенным в работе [14] подходом, в отличие от [10, 11], для построения регулятора необходимо знать только верхнюю границу относительной степени объекта управления.

В настоящей статье предложен алгоритм субинвариантного управления по выходу неопределенными объектами, использование которого позволяет скомпенсировать априорные, параметрические, функциональные и структурные возмущения с заданной точностью δ. Разработанная схема проста и не требует сложных аналитических расчетов ее параметров. При этом для управления неопределенным объектом важно знать только множество изменений параметров его модели и верхнюю оценку относительной степени.

Постановка задачи. Рассмотрим неопределенный объект управления, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$y(t) = W_1(D)u(t) + W_2(D)f(t), \quad (1)$$

где $y(t)$, $u(t)$ и $f(t)$ — скалярные выходное, входное и неконтролируемое возмущающие воздействия; $W_1(\lambda)$ и $W_2(\lambda)$ — передаточные функции по управлению и возмущению, λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа; $D = d/dt$ — оператор дифференцирования.

Требуется построить систему управления, которая позволит обеспечить слежение выходного сигнала объекта (1) за эталонным сигналом $y_m(t)$ с заданной точностью δ, т.е. выполнить целевое условие

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta \quad (2)$$

по истечении времени $t = T$.

Предположение 1. Передаточные функции $W_1(\lambda)$ и $W_2(\lambda)$ неизвестны. Известно некоторое множество Ξ, содержащее неопределенности математической модели объекта управления. Относительно $W_1(\lambda)$ считается известным, что данная передаточная функция минимально-фазовая, ее высокочастотный коэффициент усиления положителен и известна верхняя граница $\bar{\gamma}$ ее относительной степени γ.

Предположение 2. Неконтролируемое возмущение $f(t)$ и эталонный сигнал $y_m(t)$ — ограниченные функции.

Предположение 3. В системе управления недоступны измерению производные сигналов $y(t)$, $u(t)$ и $y_m(t)$.

Метод решения. Учитывая выражение (1), составим уравнение для ошибки слежения $\varepsilon(t) = y(t) - y_m(t)$:

$$\varepsilon(t) = W_1(D)u(t) + W_2(D)f(t) - y_m(t), \quad (3)$$

и определим согласно (3) сигнал управления

$$u(t)=W_1^{-1}(D)\varepsilon(t)+W_1^{-1}(D)\left[y_m(t)-W_2(D)f(t)\right]. \qquad (4)$$

Для выявления неконтролируемых возмущений воспользуемся методом, предложенным в работе [7]. Для этого введем параллельно объекту вспомогательный контур, характеризуемый выражением

$$\bar{\varepsilon}(t)=W_m(D)u(t), \qquad (5)$$

где $\bar{\varepsilon}(t)$ — выходной сигнал вспомогательного контура, $W_m(\lambda)$ — устойчивая минимально-фазовая передаточная функция с относительной степенью $\bar{\gamma}$.

Для оценки близости выходных траекторий, получаемых из уравнений (3) и (5), определим ошибку рассогласования $e(t)=\varepsilon(t)-\bar{\varepsilon}(t)$:

$$e(t)=\varepsilon(t)-W_m(D)u(t), \qquad (6)$$

и подставим в уравнение (6) значение $u(t)$, полученное в (4):

$$e(t)=\left[1-W_m(D)W_1^{-1}(D)\right]\varepsilon(t)-W_m(D)W_1^{-1}(D)\left[y_m(t)-W_2(D)f(t)\right]. \qquad (7)$$

Запишем закон управления:

$$u(t)=-W_m^{-1}(D)W_R(\mu, D)e(t), \qquad (8)$$

где $W_R(\mu,\lambda)$ — передаточная функция регулятора, устойчивая, минимально-фазовая; ее относительная степень равна $\bar{\gamma}$, $\left\|W_R(\mu,\lambda)\right\|_\infty=1$, $\mu>0$ — малое число.

Подставив в уравнение (6) сначала выражение (8), затем (7) и выразив $\varepsilon(t)$, получим уравнение замкнутой системы по ошибке слежения:

$$\varepsilon(t)=-\frac{\left(1-W_R(\mu, D)\right)W_m(D)W_1^{-1}(D)}{1-\left(1-W_R(\mu, D)\right)\left(1-W_m(D)W_1^{-1}(D)\right)}\left[y_m(t)-W_2(D)f(t)\right].$$

В результате получим систему субинвариантного управления со вспомогательным контуром, структурная схема которой представлена на рис. 1.

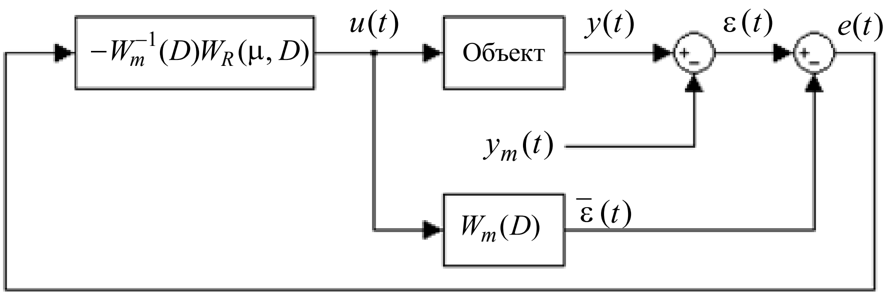

Рис. 1

Утверждение 1. Если выполнены условия предположений, то существует число $\mu_0>0$, такое что при $\mu\le\mu_0$ алгоритм управления (5), (8) обеспечивает выполнение условия (2).

Подставив в формулу (8) выражение (6), уравнения для сигнала управления (8) можно переписать следующим образом:

$$u(t)=\frac{W_m^{-1}(D)W_R(\mu, D)}{W_R(D)-1}\varepsilon(t). \qquad (9)$$

В результате получим упрощенную систему субинвариантного управления без вспомогательного контура, структурная схема которой представлена на рис. 2.

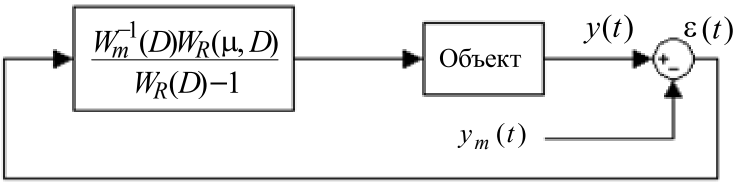

Рис. 2

Утверждение 2. Если выполнены условия предположений, то существует $\mu_0 > 0$, такое что при $\mu \le \mu_0$ алгоритм управления (9) обеспечивает выполнение условия (2).

Следует отметить, что регулятор (9) подобен регуляторам, предложенным в работах [10, 11, 13]. Отличия состоят в том, что в работе [13] задача решалась для объектов с известной относительной степенью, и передаточная функция $W_R(\mu, \lambda)$ задавалась с использованием набора последовательно соединенных дифференцирующих звеньев. В работах [10, 11] передаточная функция регулятора представляет собой последовательное соединение апериодических звеньев, причем для реализации алгоритма требуется наличие информации о верхней и нижней границах относительной степени объекта управления. В данной статье решена задача для структурно неопределенного объекта управления, где требуется знать только верхнюю границу относительной степени объекта управления, а передаточная функция регулятора $W_R(\mu, \lambda)$ может иметь произвольный вид, главное, чтобы выполнялось условие $\|W_R(\mu, \lambda)\|_\infty = 1$.

Пример. Рассмотрим объект управления $y(t) = W_1(D)u(t) + W_2(D)f(t)$. Предполагается, что параметры объекта и его относительная степень неизвестны. Известно некоторое множество Ξ возможных значений коэффициентов передаточных функций и верхняя граница $\bar{\gamma}$ относительной степени, равная 3.

Требуется синтезировать субинвариантную систему управления, удовлетворяющую целевому условию (2).

Запишем уравнение для вспомогательного контура (5):

$$\bar{\varepsilon}(t) = \frac{1}{(D+1)^3}u(t).$$

Выберем структуру регулятора, для чего, согласно уравнению (8), необходимо выбрать такую передаточную функцию $W_R(\mu, \lambda)$, чтобы $\|W_R(\mu, \lambda)\|_\infty = 1$. С учетом $\bar{\gamma} = 3$ зададим, например, как и в работе [12], $W_R(D) = \frac{1}{(\mu D+1)^3}$. Пусть $\mu = 0{,}01$. В результате сигнал управления (формула (8) или (9)) определяется как

$$u(t) = -\frac{(D+1)^3}{(0{,}01D+1)^3}e(t) \text{ или } u(t) = \frac{(D+1)^3}{(0{,}01D+1)^3 - 1}\varepsilon(t).$$

Примем все начальные условия в системе управления нулевыми, за исключением начальных условий для объекта. На рис. 3, *а*, *б* соответственно представлены результаты моделирования по ошибке слежения $\varepsilon(t)$ и эталонному сигналу $y_m(t)$ при следующих передаточных функциях объекта управления: $W_1(\lambda) = W_2(\lambda) = \dfrac{1}{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}$, $f(t) = 1 + \sin t + P(t)$, $P(t)$ — сигнал генератора импульсов с периодом 2 с и длительностью импульса 1 с. Начальные условия для объекта управления: $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1$.

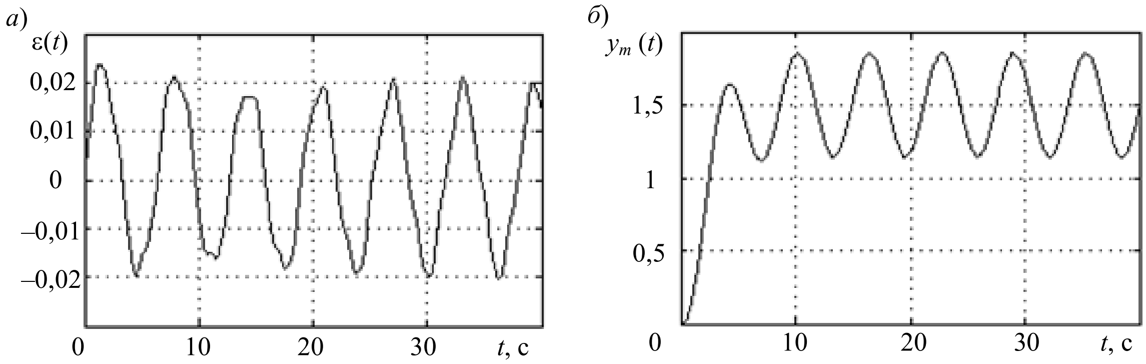

Рис. 3

На рис. 4 представлен график переходного процесса по ошибке слежения при тех же эталонном сигнале и внешних возмущениях и $W_1(\lambda) = W_2(\lambda) = \dfrac{\lambda+1}{(\lambda-3)(\lambda-4)}$. Начальные условия для объекта управления нулевые.

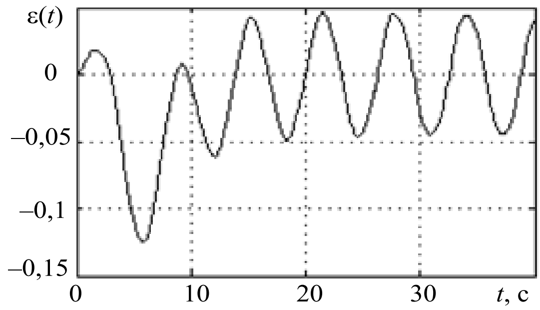

Рис. 4

Результаты моделирования показали, что предложенная система управления обеспечивает выполнение условия (2) для априорно, параметрически, функционально и структурно неопределенного объекта управления. Причем с уменьшением значения μ уменьшается значение δ в целевом условии (2).

Заключение. Предложенный способ построения субинвариантной системы управления позволяет скомпенсировать априорную, параметрическую, функциональную и структурную неопределенности объекта с точностью δ, которая зависит от параметров системы управления и в особенности от числа μ.

Похожий результат был получен в работах [8, 10, 11], однако, в отличие от них, предложенная в настоящей статье схема позволяет компенсировать структурные возмущения, и вид передаточной функции $W_R(\mu, \lambda)$ может быть произвольным. Отметим также, что для построения регулятора, в отличие от результатов [10, 11], необходимо знать только верхнюю границу относительной степени объекта управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zames G.* Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses // IEEE Trans. on Automatic Control. 1981. Vol. 26, N 2. P. 301—320.

2. *Doyle J. C., Stein G.* Multivariable feedback design: concepts for a classical / Modern synthesis // IEEE Trans. on Automatic Control. 1981. Vol. 26, N 1. P. 47—65.

3. *Поляк Б. Т., Щербаков П. С.* Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.

4. *Буков В. Н.* Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во науч. лит. Н. Ф. Бочкаревой, 2006.

5. *Никифоров В. О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб: Наука, 2003.

6. *Бобцов А. А.* Алгоритм робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93—97.

7. *Бобцов А. А.* Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108—117.

8. *Бобцов А. А., Наговицина А. Г.* Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Там же. 2006. № 12. С. 163—174.

9. *Бобцов А. А., Николаев А. Н.* Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Там же. 2005. № 1. С. 118—129.

10. *Бобцов А. А., Николаев А. Н.* Управление по выходу линейными системами с неучтенной динамикой // Там же. 2009. № 6. С. 115—122.

11. *Бобцов А. А., Шаветов С. В.* Управление по выходу линейным параметрически неопределенным объектом в условиях возмущающих воздействий и неучтенной динамики // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2011. Вып. 1. С. 33—39.

12. *Цыкунов А. М.* Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103—115.

13. *Цыкунов А. М.* Алгоритм робастного управления линейным динамическим объектом по выходу // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 7—12.

14. *Фуртат И. Б., Цыкунов А. М.* Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2—7.

Сведения об авторе

Игорь Борисович Фуртат — канд. техн. наук, доцент; Астраханский государственный технический университет, кафедра математики в инженерном образовании;
E-mail: cainenash@mail.ru

Рекомендована
Институтом проблем
машиноведения РАН

Поступила в редакцию
23.03.11 г.