

К. Г. АРАКАНЦЕВ, Д. В. ЖУКОВ, И. А. КОНЯХИН

## МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ В СТЕРЕОСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КОНТРОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Рассмотрены методы обработки измерительной информации в стереоскопической системе контроля пространственного положения объектов. Обоснована возможность применения теории возмущений для оценки систематических и случайных погрешностей измерений.

*Ключевые слова:* перспективное преобразование, стереоскопическая система, сингулярное разложение, теория возмущений, погрешность измерения.

**Введение.** Для дистанционного контроля пространственного положения объектов широко используются стереоскопические системы технического зрения. В частности, оптико-электронная система стереоскопического типа может быть использована для контроля смещений железнодорожного полотна относительно проектного положения [1]. В этом случае задача измерительной системы сводится к определению расстояния до рельсов в профиле и плане относительно реперных меток, расположенных вдоль пути на столбах геодезической сети. Диапазон смещений реперной метки относительно начала приборной системы координат должен составлять 2000—10 000 мм в плане и  $\pm 150$  мм — в профиле, при условии, что среднеквадратическое отклонение (СКО) измерений по каждой координате не превысит 1 мм.

В настоящей работе описана модель стереоскопической системы, основанной на перспективной проекции, представлены два метода численного расчета положения точечного объекта относительно приборной системы координат, также показана возможность использования теории возмущений для анализа систематических и случайных погрешностей в стереоскопических оптико-электронных системах.

**Модель стереоскопической системы.** Стереоскопическая измерительная система, построенная на основе двух видео- или фотокамер с матричными приемниками изображения и перекрывающимися полями зрения объективов, позволяет получить четыре координаты изображений объекта, которые совместно с центрами проекции камер определяют в пространстве положение двух прямых, на пересечении которых находится точечный объект.

Координаты изображений точки  $P$  в плоскостях анализа стереоскопической системы, полученные в результате прямого перспективного преобразования [2], описываются переопределенной системой нелинейных уравнений, где в качестве неизвестных выступают координаты объекта  $x_G, y_G$  и  $z_G$ :

$$\left. \begin{aligned} x_{F_I} &= a'_I \frac{A_1 x_G + A_2 y_G + A_3 z_G - t_{X_I}}{A_4 x_G + A_5 y_G + A_6 z_G - t_{Z_I}}, \\ x_{F_{II}} &= a'_{II} \frac{A_7 x_G + A_8 y_G + A_9 z_G - t_{X_{II}}}{A_{10} x_G + A_{11} y_G + A_{12} z_G - t_{Z_{II}}}, \\ y_{F_I} &= a'_I \frac{A_{13} x_G + A_{14} y_G + A_{15} z_G - t_{Y_I}}{A_{16} x_G + A_{17} y_G + A_{18} z_G - t_{Z_I}}, \\ y_{F_{II}} &= a'_{II} \frac{A_{19} x_G + A_{20} y_G + A_{21} z_G - t_{Y_{II}}}{A_{22} x_G + A_{23} y_G + A_{24} z_G - t_{Z_{II}}}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $A_1—A_{24}$  — коэффициенты, зависящие от внешних и внутренних параметров камер;  $a'_1, a'_{II}$  — задние отрезки объективов;  $x_{F_1}, x_{F_{II}}, y_{F_1}, y_{F_{II}}$  — координаты изображений объекта в плоскостях анализа камер  $F_1$  и  $F_{II}$ ;  $t_x, t_y, t_z$  — линейные координаты центра проекции камеры в глобальной ( $G$ ) системе координат. Для нахождения координат объекта, удовлетворяющих системе уравнений (1), предлагается использовать один из предложенных методов.

**Метод скрещивающихся прямых** основан на оценке вектора координат  $\tilde{\mathbf{P}}$  точки  $\tilde{P}$ , сумма квадратов расстояний от которой до прямых, задаваемых точками изображений и центрами проекции камер стереоскопической системы, минимальна. Точка  $\tilde{P}$  лежит на середине отрезка  $\tilde{P}_I \tilde{P}_{II}$ , который является общим перпендикуляром для двух указанных прямых [3].

Показанные на рис. 1 направляющие векторы  $\mathbf{r}_I$  и  $\mathbf{r}_{II}$  проецирующих лучей задаются выражениями

$$\mathbf{r}_I = \mathbf{P}_{F_1} - \mathbf{O}_{L_I}, \quad \mathbf{r}_{II} = \mathbf{P}_{F_{II}} - \mathbf{O}_{L_{II}},$$

где  $\mathbf{P}_{F_1}, \mathbf{P}_{F_{II}}$  — векторы, состоящие из координат изображений объекта в глобальной системе координат;  $\mathbf{O}_{L_I}, \mathbf{O}_{L_{II}}$  — векторы, определяющие положение начал отсчета локальных ( $L_I$  и  $L_{II}$ ) систем координат камер в глобальной системе координат.

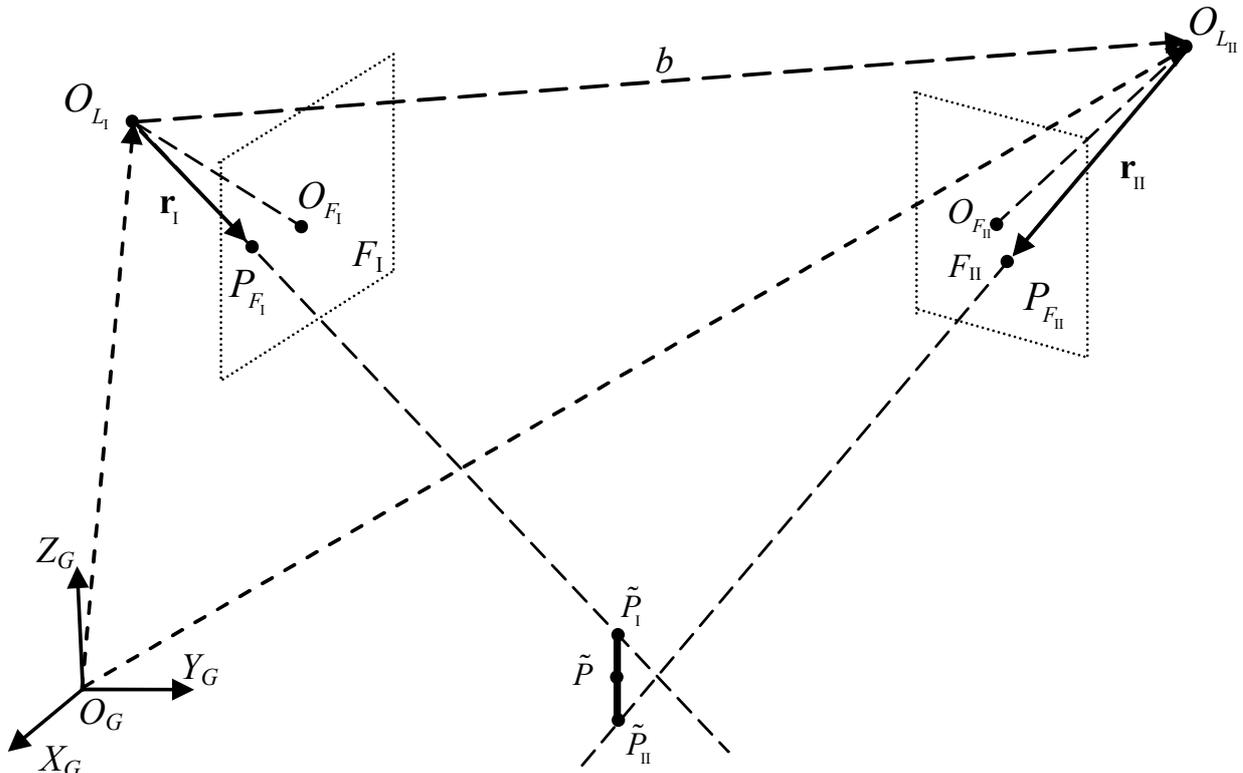


Рис. 1

Уравнения проецирующих лучей запишутся в виде

$$\mathbf{P}_{F_1} = \mathbf{O}_{L_I} - q_I \mathbf{r}_I, \quad \mathbf{P}_{F_{II}} = \mathbf{O}_{L_{II}} - q_{II} \mathbf{r}_{II}, \quad (2)$$

где  $q_I, q_{II}$  — свободные параметры.

Значения свободных параметров  $\tilde{q}_I$  и  $\tilde{q}_{II}$ , соответствующие минимальному расстоянию между скрещивающимися прямыми, находятся из выражений

$$\tilde{q}_I = \frac{(\mathbf{O}_{L_{II}} - \mathbf{O}_{L_I})^T \mathbf{r}_I - [(\mathbf{O}_{L_{II}} - \mathbf{O}_{L_I})^T \mathbf{r}_{II}] (\mathbf{r}_I^T \mathbf{r}_{II})}{1 - (\mathbf{r}_I^T \mathbf{r}_{II})^2},$$

$$\tilde{q}_{II} = \frac{\left[ (\mathbf{O}_{L_{II}} - \mathbf{O}_{L_I})^T \mathbf{r}_I \right] (\mathbf{r}_I^T \mathbf{r}_{II}) - (\mathbf{O}_{L_{II}} - \mathbf{O}_{L_I})^T \mathbf{r}_{II}}{1 - (\mathbf{r}_I^T \mathbf{r}_{II})^2}.$$

После подстановки найденных коэффициентов  $\tilde{q}_I$  и  $\tilde{q}_{II}$  в уравнения прямых (2) получим координаты концов искомого отрезка в глобальной системе координат

$$\tilde{\mathbf{P}}_{G_I} = \mathbf{O}_{L_I} - \tilde{q}_I \mathbf{r}_I, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{G_{II}} = \mathbf{O}_{L_{II}} - \tilde{q}_{II} \mathbf{r}_{II},$$

полусумма которых даст оценку  $\tilde{\mathbf{P}}$  вектора координат точечного объекта  $P$

$$\tilde{\mathbf{P}}_G = \frac{\tilde{\mathbf{P}}_{G_I} + \tilde{\mathbf{P}}_{G_{II}}}{2}.$$

**Метод сингулярного разложения** основан на решении переопределенной системы линейных уравнений с помощью сингулярного разложения [4]. На рис. 2 приведена геометрическая схема метода, в котором для нахождения координат точечного объекта при статических измерениях для каждой из камер выбираются две плоскости ( $I'$  и  $I''$ ,  $II'$  и  $II''$ ), задающие своим пересечением две прямые, каждая из которых содержит точку изображения объекта и центр проекции камеры.

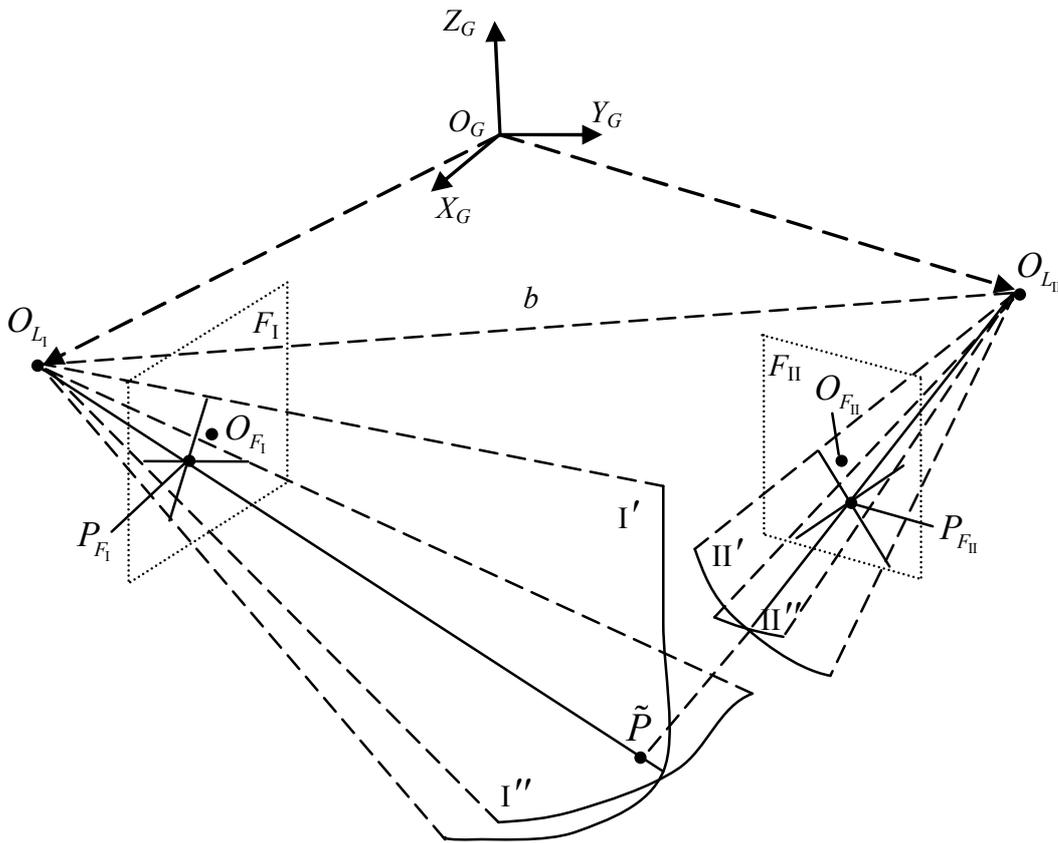


Рис. 2

Уравнения выбранных плоскостей образуют следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} A'_{G_I} P_{GX} + B'_{G_I} P_{GY} + C'_{G_I} P_{GZ} + D'_{G_I} &= 0, \\ A''_{G_I} P_{GX} + B''_{G_I} P_{GY} + C''_{G_I} P_{GZ} + D''_{G_I} &= 0, \\ A'_{G_{II}} P_{GX} + B'_{G_{II}} P_{GY} + C'_{G_{II}} P_{GZ} + D'_{G_{II}} &= 0, \\ A''_{G_{II}} P_{GX} + B''_{G_{II}} P_{GY} + C''_{G_{II}} P_{GZ} + D''_{G_{II}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $A'_{G_1} — A'_{G_{II}}, A''_{G_1} — A''_{G_{II}}, B'_{G_1} — B'_{G_{II}}, B''_{G_1} — B''_{G_{II}}, C'_{G_1} — C'_{G_{II}}, C''_{G_1} — C''_{G_{II}}, D'_{G_1} — D'_{G_{II}}, D''_{G_1} — D''_{G_{II}}$  — коэффициенты, зависящие от внешних и внутренних параметров камер, а также измеренных координат изображений объекта.

Для каждой камеры в плоскости анализа задаются две прямые, пересекающиеся в точке изображения

$$\begin{aligned} \tilde{y}'_I &= k'_I \tilde{x}'_I + l'_I, & \tilde{y}'_{II} &= k'_{II} \tilde{x}'_{II} + l'_{II}, \\ \tilde{y}''_I &= k''_I \tilde{x}''_I + l''_I, & \tilde{y}''_{II} &= k''_{II} \tilde{x}''_{II} + l''_{II}, \end{aligned}$$

где  $k'_I, k''_I, k'_{II}, k''_{II}$  — коэффициенты наклона прямых в плоскостях анализа  $F_I$  и  $F_{II}$ ;  $l'_I, l''_I, l'_{II}, l''_{II}$  — коэффициенты линейного смещения прямых в плоскостях анализа  $F_I$  и  $F_{II}$ . Затем для камер выбираются четыре плоскости, каждая из которых содержит одну из заданных прямых и центр проекции камеры. Для каждой камеры получается по два линейных уравнения плоскостей, коэффициенты в которых равны

$$\begin{aligned} A'_{L_I} &= l'_I a'_I, & B'_{L_I} &= -a'_I, & C'_{L_I} &= l'_I, & D'_{L_I} &= 0; \\ A''_{L_I} &= l''_I a''_I, & B''_{L_I} &= -a''_I, & C''_{L_I} &= l''_I, & D''_{L_I} &= 0; \\ A'_{L_{II}} &= l'_{II} a'_{II}, & B'_{L_{II}} &= -a'_{II}, & C'_{L_{II}} &= l'_{II}, & D'_{L_{II}} &= 0; \\ A''_{L_{II}} &= l''_{II} a''_{II}, & B''_{L_{II}} &= -a''_{II}, & C''_{L_{II}} &= l''_{II}, & D''_{L_{II}} &= 0. \end{aligned}$$

В матричном виде уравнения плоскостей запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}'_{L_I} \mathbf{T}_G^{L_I} \mathbf{R}_G^{L_I} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \\ \mathbf{H}''_{L_I} \mathbf{T}_G^{L_I} \mathbf{R}_G^{L_I} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \\ \mathbf{H}'_{L_{II}} \mathbf{T}_G^{L_{II}} \mathbf{R}_G^{L_{II}} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \\ \mathbf{H}''_{L_{II}} \mathbf{T}_G^{L_{II}} \mathbf{R}_G^{L_{II}} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0 \end{aligned} \right\} \text{или} \left. \begin{aligned} \mathbf{H}'_{G_I} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \\ \mathbf{H}''_{G_I} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \\ \mathbf{H}'_{G_{II}} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \\ \mathbf{H}''_{G_{II}} \tilde{\mathbf{P}}_G &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где  $\mathbf{H}'_{L_I}, \mathbf{H}''_{L_I}, \mathbf{H}'_{L_{II}}, \mathbf{H}''_{L_{II}}$  — столбцы коэффициентов плоскостей для локальных систем координат камер;  $\mathbf{H}'_{G_I}, \mathbf{H}''_{G_I}, \mathbf{H}'_{G_{II}}, \mathbf{H}''_{G_{II}}$  — столбцы коэффициентов плоскостей для глобальной системы координат;  $\tilde{\mathbf{P}}_G = (\tilde{x}_G, \tilde{y}_G, \tilde{z}_G, 1)^T$  — искомый вектор оценок однородных координат объекта;  $\mathbf{R}_G^L, \mathbf{T}_G^L$  — матрицы поворота и переноса локальных систем координат камер относительно глобальной системы координат.

Окончательно система линейных уравнений запишется в виде

$$\mathbf{M} \tilde{\mathbf{P}}_G = \mathbf{N},$$

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}'_{G_I}{}^T \\ \mathbf{H}''_{G_I}{}^T \\ \mathbf{H}'_{G_{II}}{}^T \\ \mathbf{H}''_{G_{II}}{}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A'_{G_I} & B'_{G_I} & C'_{G_I} \\ A''_{G_I} & B''_{G_I} & C''_{G_I} \\ A'_{G_{II}} & B'_{G_{II}} & C'_{G_{II}} \\ A''_{G_{II}} & B''_{G_{II}} & C''_{G_{II}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{N} = - \begin{pmatrix} D'_{G_I} \\ D''_{G_I} \\ D'_{G_{II}} \\ D''_{G_{II}} \end{pmatrix}.$$

Система уравнений (3) является переопределенной. Для ее решения предлагается использовать алгоритм сингулярного разложения SVD [4], в соответствии с которым любая  $(W \times K)$ -матрица вещественных чисел  $\mathbf{M}$  может быть представлена в виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T,$$

где  $\mathbf{U}$  — ортогональная ( $W \times W$ )-матрица,  $\mathbf{V}$  — ортогональная ( $K \times K$ )-матрица,  $\mathbf{\Sigma}$  — ( $W \times W$ )-матрица, на главной диагонали которой находятся сингулярные числа матрицы  $\mathbf{M}$ , расположенные в порядке убывания, а все внедиагональные элементы равны нулю. Для нахождения подматриц  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{\Sigma}$ ,  $\mathbf{U}$  существуют итерационные алгоритмы, реализованные в системах MathCad и MatLab.

Сингулярное разложение матрицы  $\mathbf{M}$  позволяет найти псевдообратную ей матрицу  $\mathbf{M}^*$ , умножение которой слева на вектор  $\mathbf{N}$  дает вектор искомых координат объекта, соответствующий минимальному значению СКО:

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T.$$

Тогда искомая оценка  $\tilde{\mathbf{P}}_G$  глобальных координат объекта может быть найдена в виде вектора

$$\tilde{\mathbf{P}}_G = \mathbf{M}^* \mathbf{N}.$$

**Анализ погрешностей.** Предложенные методы позволяют численно рассчитывать погрешности измерений в стереоскопической системе. Рассмотрим алгоритм скрещивающихся прямых для случая наиболее простой структуры стереоскопической системы, когда оптические оси камер параллельны горизонту, находятся в вертикальной плоскости, а глобальная система координат совмещена с системой координат нижней камеры.

На рис. 3 представлен результат стохастического моделирования измерений, когда номинальные значения координат объекта  $x_G=y_G=150$  мм, а расстояние  $z_G$  изменялось в диапазоне 2000—10 000 мм. На графике отражена зависимость СКО  $\sigma_{z_G}$  измерения координаты  $z_G$  объекта от дистанции при СКО измеренных координат изображения в плоскостях анализа камер  $\sigma_{x_F}=\sigma_{y_F}=0,1p$  [5], где  $p=2,775$  мкм — размер пиксела. При этом были приняты следующие значения параметров системы: база (см. рис. 1 и 2)  $b=300$  мм,  $a'_I=a'_{II}=35$  мм.

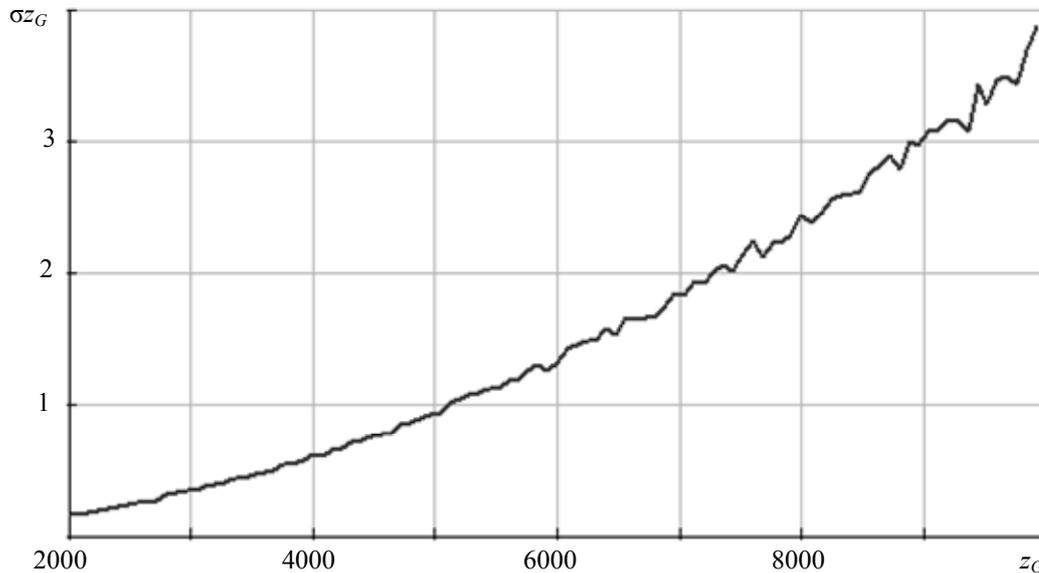


Рис. 3

Для стохастического моделирования погрешностей стереоскопической системы с использованием метода сингулярного разложения воспользуемся работами [6, 7], в которых доказывается возможность применения теории возмущений при анализе погрешности решения переопределенной системы линейных уравнений. В соответствии с этими работами погрешность оценки искомых координат объекта можно представить в виде

$$\Delta \mathbf{P}_G = \mathbf{E}_M \Delta \mathbf{M} + \mathbf{E}_N \Delta \mathbf{N},$$

где  $\Delta \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_G - \tilde{\mathbf{P}}_G$ ,  $\Delta \mathbf{M}$  — вектор погрешностей коэффициентов матрицы  $\mathbf{M}$  системы линейных уравнений (3),  $\Delta \mathbf{N}$  — вектор погрешностей свободных членов той же системы уравнений.

Матрицы  $\mathbf{E}_M$  и  $\mathbf{E}_N$ , описывающие влияние ошибок коэффициентов системы уравнений (3) на решение в виде вектора координат объекта, можно найти из выражений

$$\mathbf{E}_M = \mathbf{V} \left( \Sigma^{-1} \|\mathbf{P}_G\| \right) \mathbf{W}^T, \quad \mathbf{E}_N = \mathbf{V} \Sigma^{-1} \mathbf{U}^T,$$

где  $\|\mathbf{P}_G\|$  — норма вектора  $\mathbf{P}_G$ .

Матрица  $\mathbf{W}$  состоит из столбцов, элементы которых рассчитываются по формуле

$$w_i = -u_i \frac{(\mathbf{P}_G)^T}{\|\mathbf{P}_G\|}, \quad i=1, \dots, \rho,$$

где  $\rho$  — ранг матрицы  $\mathbf{M}$ , а  $u_i$  — элементы столбцов матрицы  $\mathbf{U}$ .

Рассмотренный метод позволяет оценить погрешности первого порядка, т.е. погрешности измерения координат объекта, которые описываются первыми производными коэффициентов матрицы  $\mathbf{M}$  по исследуемым параметрам.

На рис. 4 показана зависимость СКО измерения расстояния до объекта в зависимости от СКО измерения координат изображений на матрицах. Стохастическое моделирование было проведено для двух методов обработки измерительной информации (кривая 1 — для алгоритма сингулярного разложения, 2 — для алгоритма скрещивающихся прямых). СКО измерения координат изображений  $\sigma_{x_F}$  и  $\sigma_{y_F}$  изменялись в диапазоне 0—100р, номинальное положение объекта было задано координатами  $x_G=y_G=150$  мм,  $z_G=10\,000$  мм. Из рис. 4 видно, что зависимость для алгоритма, основанного на теории возмущений (кривая 1), носит линейный характер. Разница между зависимостями 1 и 2 становится существенной при очень больших значениях  $\sigma_{x_F}$  и  $\sigma_{y_F}$ , которые никогда не имеют места на практике. На практике алгоритм поиска энергетического центра изображения обеспечивает СКО порядка 0,1 пиксела [5]. При этом разница СКО, вычисленных с использованием двух методов, не превышает  $2 \cdot 10^{-6}$  мм для  $x_G$ ,  $4 \cdot 10^{-6}$  — для  $y_G$  и  $2 \cdot 10^{-4}$  — для  $z_G$ , что для измерений в диапазоне 2000—10 000 мм несущественно.

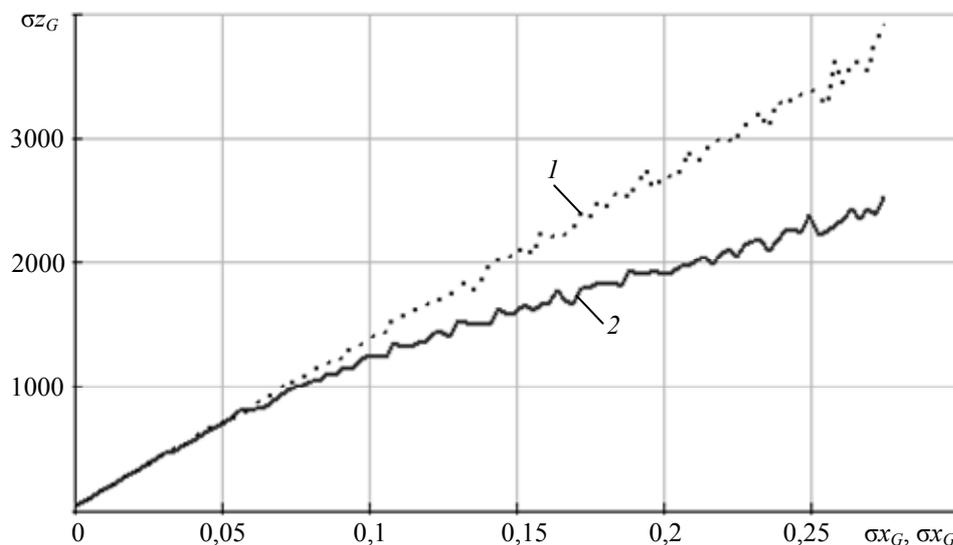


Рис. 4

**Результаты исследования.** Предложен метод сингулярного разложения матрицы коэффициентов переопределенной системы линейных уравнений для расчета координат объекта в стереоскопических и гиперстереоскопических оптико-электронных системах.

Обосновано применение теории возмущений для анализа систематических и случайных погрешностей измерений в стереоскопической системе. Такой подход удобен вследствие

использования матрицы влияния ошибок, которая зависит только от конфигурации стереоскопической системы и описывает, как ошибка оценивания того или иного параметра влияет на погрешность результата измерений. Данный алгоритм может найти применение для анализа влияния числа камер на погрешность измерения положения объекта в системе с  $n$  числом измерительных преобразователей. Метод исследования влияния случайной ошибки в стереоскопической системе [8] позволяет обойтись без стохастического моделирования при анализе случайных погрешностей измерений.

Работа осуществлялась при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям РФ и была проведена в рамках аналитической ведомственной целевой программы „Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2010 гг.)“ и Федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Arakantsev K. G., Konyakhin I. A., Timofeev A. N.* Precision system for motion path parameters measurement of wheel and rail transport // Intern. Symp. on Instrum. Sci. and Techn. Institute of Physics Publishing. J. of Phys. 2006. Vol. 48. P. 998—1002.
2. *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образов и анализ сцен. М.: Мир, 1976. 521 с.
3. *Форсайт Д., Понс Ж.* Компьютерное зрение. Современный подход. М.: Вильямс, 2004. 928 с.
4. *Тыртышников Е. Е.* Матричный анализ и линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 480 с.
5. *Якушенко Ю. Г.* Проектирование оптико-электронных приборов. М.: Машиностроение, 1981. 263 с.
6. *Wedin P., Wikstrom G.* First Order Error Analysis of a Linear System of Equations by use of Error Propagation Matrices connected to the Pseudo Inverse Solution // Proc. of the Householder Symp. XV. 2005. 31 p.
7. *Wedin P.* Perturbation Theory for Pseudoinverses // BIT. 1973. Vol. 13. P. 217—232.
8. *Haralick R. M.* Propagating Covariance in Computer Vision [Электронный ресурс]: <<http://www.citr.auckland.ac.nz/techreports/1998/CITR-TR-29.pdf>>.

#### Сведения об авторах

**Константин Геннадьевич Араканцев**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; младший научный сотрудник; E-mail: kostya3312@mail.ru, kostya3312@yandex.ru

**Дмитрий Валерьевич Жуков**

— студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: dzhukov@gmail.com

**Игорь Алексеевич Коняхин**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: igor@grv.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию  
26.04.10 г.