УДК 62-505.3

С. А. КАБАНОВ, Е. Н. НИКУЛИН, Б. Э. ЯКУШЕВ, Д. Б. ЯКУШЕВА

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ ГРУЗА МОСТОВЫМ КРАНОМ ПО МЕТОДУ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

Рассматривается задача управления перемещением груза мостовым краном с использованием метода обратных задач динамики. Представлены результаты численного моделирования.

Ключевые слова: *мостовой кран, метод обратных задач динамики.*

Точное ручное позиционирование груза при перемещении мостовым краном затруднено вследствие его раскачивания как в процессе перемещения, так и при остановке. В связи с этим возникает проблема автоматизации управления тележкой мостового крана с целью перевода захвата с грузом в заданное положение. В работах [1, 2] исследована возможность реализации оптимальной динамики перемещения груза. Разработку алгоритмов оптимального управления осложняет требование обеспечения сходимости итерационных процедур решения соответствующих краевых задач.

При допущениях о постоянстве длины троса подвески груза во время движения, малости угловых отклонений подвеса от вертикали, неизменности массы груза уравнения Лагранжа 2-го рода для рассматриваемой системы приобретают вид [1]:

$$(M+m)\ddot{s}-ml\ddot{\theta}=F,$$

$$-\ddot{s}+l\ddot{\theta}=-g\theta,$$

где M, m — масса тележки и груза; s — горизонтальная координата крана; θ — угловое отклонение подвеса; $l = \text{const}$ — длина подвеса; F — сила, управляющая положением тележки крана.

Приняв в качестве переменных вектора состояния x_1 (текущий угол отклонения подвеса груза от вертикали), $x_2 = dx_1/dt$, $x_3 = s/l$, $x_4 = dx_3/dt$ при горизонтальных координатах, определяющих текущее и конечное положение груза соответственно s и s_f, получаем систему уравнений модели объекта в виде [2]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}u\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}=\left[x_i\right]$, $\dot{\mathbf{x}}=\left[\dot{x}_i\right]$, $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ — матрица (4×4). Элементы матрицы $\mathbf{A}$, кроме $a_{12} = 1$, $a_{21} = -a$, $a_{34} = 1$, $a_{41} = -c$, равны нулю; $\mathbf{B}^T = [0\ b/u_{\max}\ 0\ b/u_{\max}]$, $a = bg/l$, $b = (m + M)/M$, $c = mg/(lM)$, g — ускорение свободного падения, $u = u_{\max}F/[l(m + M)]$ — безразмерное управление, $i=\overline{1,4};\ j=\overline{1,4}$.

Требуется обеспечить перевод системы из начального состояния $\mathbf{x}^T\left(t_0\right)=\left[0000\right]$ в конечное $\mathbf{x}^T\left(t_f\right)=\left[00s_f0\right]$ при ограничении на управление $|u_{\max}|\le 0{,}75$.

В настоящей статье представлен вариант решения задачи управления мостовым краном с помощью алгоритма на основе обратных задач динамики [3].

В тех случаях, когда требуется обеспечить точный приход системы в заданную точку фазового пространства, один из вариантов решения проблемы — сформулировать ее как обратную задачу динамики. Тогда можно синтезировать алгоритм терминального управления в замкнутой форме методом прямого интегрирования дифференциальных уравнений движения [4].

В рамках такого подхода целесообразно рассмотреть соответствующую модели (1) систему из двух уравнений Лагранжа 2-го рода, первое из которых, записанное относительно угла отклонения подвеса груза от вертикали, является независимым и приводится к виду

$$\ddot{x}_1 + \alpha x_1 = u\,.$$

Можно предположить, что фазовая траектория $x(t)$, на которой целевой функционал принимает минимальное значение, является непрерывной функцией независимой переменной. Согласно теореме К. Вейерштрасса о приближении, любая непрерывная функция может быть аппроксимирована полиномом с любой заданной точностью. Тогда она может быть сколь угодно точно аппроксимирована полиномом

$$x_k = \sum_{i=0}^{k-1} C_i t^i$$

так, что норма разности $x - x_k$ будет меньше любого заданного малого числа ε при всех $t \in x\left[0, t_f\right]$. При этом заданная точность аппроксимации ε однозначно определяет минимальное число членов k аппроксимирующего полинома. Если решается задача оптимизации, о точности приближения к экстремали можно, например, судить по скорости изменения функционала, которая вблизи экстремума стремится к нулю.

Минимальное время прихода в заданную фазовую точку $\mathbf{x}^T(t_f) = [0\ 0\ s_f\ 0]$ при поставленных условиях было получено при решении задачи максимального быстродействия [2]. Таким образом, возможно получить „оптимальное“ решение задачи уже за одно приближение, если воспользоваться значением времени t_f из решения задачи по принципу максимума. В этом случае начальное приближение x_0 оптимальной фазовой траектории x разыскивается в виде полинома с минимально возможным числом членов, обеспечивающим лишь решение краевой задачи.

Согласно работам [3, 4], выходная функция задается в виде

$$x_1(t) = \sum\nolimits_0^5 C_i (t - t_0)^i\,.$$

Использование начальных условий дает значения произвольных постоянных $C_0 = 0$, $C_1 = 0$.

Значение горизонтальной координаты тележки (и соответственно точки прихода груза) x_3 определяется последовательным интегрированием соответствующих уравнений из (1) при переменном верхнем пределе

$$x_4(t) = \int_{t_0}^{t} (-cx_1 + u)\,d\tau \ \text{ и } \ x_3(t) = \int_{t_0}^{t} x_4\,d\tau\,.$$

В результате получается (при $\Delta t = t - t_0$)

$$x_3 = C_1\Delta t + C_2\Delta t^2 + C_3\Delta t^3 + C_4\Delta t^4 + C_5\Delta t^5 + (a - c)\left[\frac{C_2\Delta t^4}{12} + \frac{C_3\Delta t^5}{20} + \frac{C_4\Delta t^6}{30} + \frac{C_5\Delta t^7}{42}\right].$$

Использование граничных условий на правом конце интервала (в точке прихода) позволяет вычислить коэффициенты C_i $(i = \overline{1,5})$ по формулам

$$C_2 = \frac{420}{(\alpha - c)\overline{\Delta}t^4} s_f\,,\ C_3 = -\frac{1680}{(\alpha - c)\overline{\Delta}t^5} s_f\,,\ C_4 = \frac{2100}{(\alpha - c)\Delta t^6} s_f\,,\ C_5 = -\frac{840}{(\alpha - c)\overline{\Delta}t^7} s_f\,,$$

где $\overline{\Delta}t = t_f - t_0$.

Значение управления вычисляется согласно соотношению [4]:

$$u = C_2\left(2 + \alpha\Delta^2\right) + C_3\left(6\Delta t + \alpha\Delta t^3\right) + C_4\left(12\Delta t^2 + \alpha\Delta t^4\right) + C_5\left(20\Delta t^3 + \alpha\Delta t^5\right). \qquad (2)$$

На рис. 1 приведен результат вычислений по приведенному выше алгоритму при интервале времени управления $t_{\min} = 3,52$ с, равном интервалу оптимизации в задаче максимального быстродействия [2]. Можно отметить высокую точность выполнения краевых условий в точке прихода. Обращает на себя внимание сглаженно-ступенчатая форма полученной функции управления. При этом качественный характер динамики вектора состояния согласуется с его оптимальной динамикой [2]. Однако при условии быстродействия системы управление, получаемое в рамках такого подхода, обладает существенным недостатком: оно не удовлетворяет ограничению $|u_{\max}|\leq 0{,}75$: $u_{\max} = 2{,}732$, а $u_{\min} = -2{,}827$. Это обстоятельство при ограничении затрат на управление объекта или по иным причинам может затруднить и даже исключить применение выработанного закона управления. С другой стороны, очевидно, что гладкие функции управления облегчают их практическую реализацию. Рассчитано, что при увеличении времени прихода в заданную точку фазового состояния наблюдается уменьшение предельных значений управляющего воздействия: приемлемая величина предельных отклонений управления достигается при $t_f = 4{,}91$ с. В этом случае имеем $u_{\max} = 0{,}731$ и $u_{\min} = -0{,}749$, т.е. выполняется условие $|u_{\max}|\leq 0{,}75$.

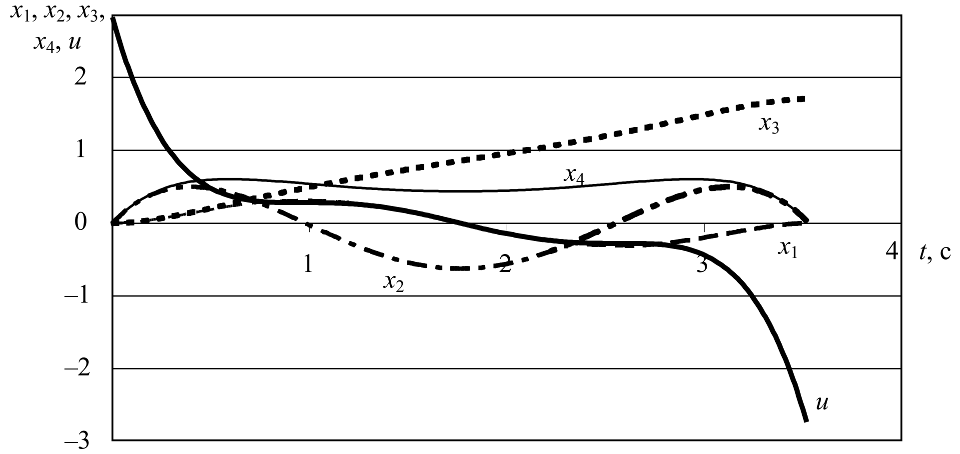

Рис. 1

На рис. 2 приведены графики изменения фазовых переменных и управления для случая $t_f = 4{,}91$ с. Видно, что в процессе движения отклонения всех контролируемых параметров от значений, соответствующих равновесному положению в исходной и конечной точках, уменьшились до 50 % от их значений, зафиксированных при движении в режиме максимального быстродействия [2]. Следовательно, постановка задачи об определении управления, исключая оптимизацию в режиме максимального быстродействия, как обратной задачи динамики позволяет обеспечить приход системы в заданное положение более плавно с минимальными перегрузками.

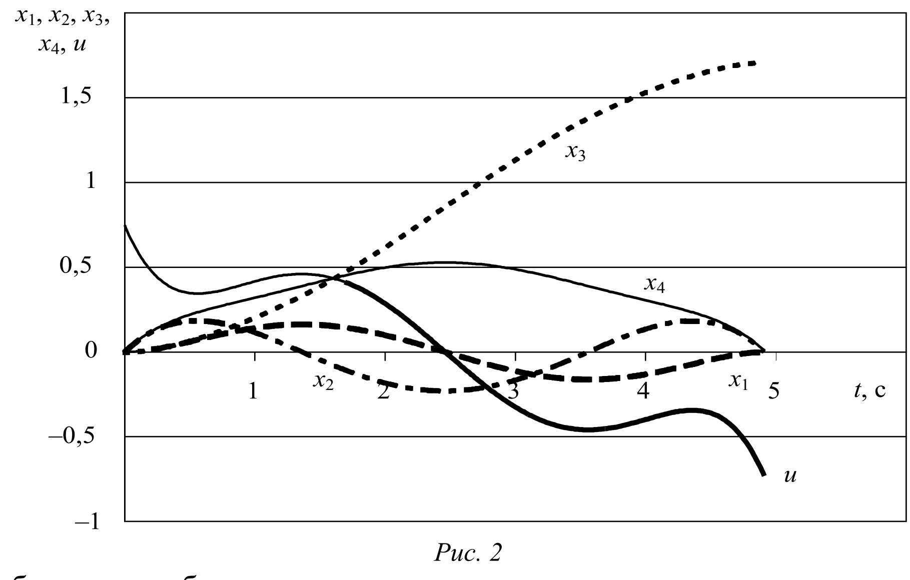

Рис. 2

Таким образом, в работе приведено решение задачи перемещения груза мостовым краном по методу обратных задач динамики. Показано, что разработанный алгоритм позволяет обеспечить приход системы в заданное положение с минимальными перегрузками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Troch I.* Parametrisierung – Ein Werkzeug zur Berechnung optimaler Steuerungen // Automatisierungstechnik. AT. 1990. Bd 38, N 6. S. 230—236.
2. *Кабанов С. А., Никулин Е. Н., Якушев Б. Э., Якушева Д. Б.* Оптимальное перемещение груза мостовым краном // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 5. С. 56—65.
3. *Батенко А. П.* Оптимизация терминальных управлений методом постепенного улучшения // Техническая кибернетика. 1980. № 5. С. 185—192.
4. *Кабанов С. А., Якушев Б. Э.* Использование неклассического критерия оптимальности в задаче управления работой подъемно-транспортного оборудования // Докл. 55-й конф. проф., преп., науч. раб., инж. и асп. СПбГАСУ. СПб: Изд-во СПбГАСУ, 1998. Ч. I. С. 63—65.

Сведения об авторах

Сергей Александрович Кабанов — д-р техн. наук, профессор; Балтийский государственный технический университет „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, кафедра систем обработки информации и управления, Санкт-Петербург; E-mail: kaba-sa@mail.ru

Евгений Николаевич Никулин — д-р техн. наук, профессор; Балтийский государственный технический университет „ВОЕНМЕХ“ им. Д. Ф. Устинова, кафедра средств поражения и боеприпасов, Санкт-Петербург; E-mail: enikulin@onixmail.ru

Борис Эдуардович Якушев — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, кафедра теоретической механики; E-mail: yakushev.spb@mail.ru

Дарья Борисовна Якушева — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет, кафедра информационных систем; E-mail: dariayakusheva@gmail.com

Рекомендована кафедрой
систем обработки информации и управления

Поступила в редакцию
25.11.10 г.