УДК 621.865.8-781.2.001.63

А. В. Амвросьева, В. М. Мусалимов

УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ МИНИАТЮРНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СХВАТА

Решена задача о трещине в пьезоэлектрическом схвате, предложен смешанный критерий разрушения, показано, что для построения предельных кривых целесообразно использовать агрегатный *D*-модуль.

Ключевые слова: *пьезоэлектрический схват, энергетический критерий разрушения, пьезомодуль.*

Микроманипуляторы с пьезоэлектрическими захватными устройствами находят в настоящее время все более широкое применение. Для решения вопроса о прочности системы авторами настоящей статьи предлагается новый подход к решению задачи о статическом нагружении пьезоэлектрика и циклическом разрушении, предложен смешанный критерий разрушения.

Рассматриваемая задача (см. рис. 1) была решена в работе [1] для полупространства $z \ge 0$ из пьезоэлектрического материала; прямолинейный разрез расположен в плоскости изотропии $z = 0$ на границе с упругим изотропным проводником ($z \le 0$) с берегами трещины $|x| \le 1$ и $|y| < \infty$, свободными от нагрузки; условие на бесконечности: $\sigma_\infty = \sigma_0$. В настоящей статье для решения задачи будем рассматривать случай плоской деформации: $\chi = (3 - 4\nu)$, где ν — коэффициент Пуассона.

Запишем выражение, связывающее критическую длину l трещины нормального отрыва и приложенную нагрузку:

$$\sigma = \left[\frac{8 d_z \gamma_z}{\pi l (1 + 4\chi^2)} \right]^{1/2} . \qquad (1)$$

Аналогично получено выражение, связывающее критическую длину l трещины продольного сдвига и нагрузки:

$$\tau = \left[\frac{2 d_y \gamma_y}{\pi l (1 + 4\chi^2)} \right]^{1/2} . \qquad (2)$$

В выражениях (1) и (2) $\gamma_z = \gamma_y = \gamma$ — плотность эффективной энергии разрушения, $d_y = \Lambda d_z$ — приведенные пьезомодули, где Λ — коэффициент.

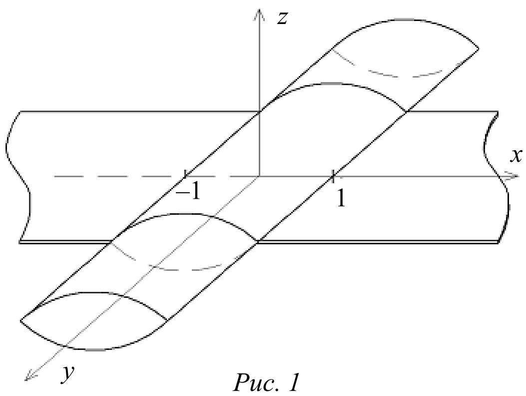

Рис. 1

Для рассматриваемой трещины смешанного типа (нормального отрыва и продольного сдвига) интенсивность освобождения упругой энергии рассчитывается как

$$G = G_{\mathrm{I}} + G_{\mathrm{III}} , \qquad (3)$$

где G_{I}=2γ для трещины нормального отрыва, G_{III}=2γ для трещины продольного сдвига.

Смешанный критерий разрушения можно выразить, используя коэффициенты интенсивности напряжений [1]:

$$G_c = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-\nu) K_{\mathrm{I}}^2 + K_{\mathrm{III}}^2 \right] , \qquad (4)$$

где K_{I} и K_{III} — коэффициенты интенсивности напряжений для трещины нормального отрыва и трещины продольного сдвига соответственно, E — модуль упругости.

Из формул (1) и (2) получаем

$$G_{\mathrm{I}} = \frac{\sigma^2 \pi l (1 + 4\chi^2)}{4 d_z} ;$$

$$G_{\mathrm{III}} = \frac{\tau^2 \pi l (1 + 4\chi^2)}{\Lambda d_z} ,$$

а из уравнений (3) и (4) следует

$$\frac{\sigma^2}{a^2} + \frac{\tau^2}{b^2} = 1 , \qquad (5)$$

где $a^2 = \dfrac{G_c 4 d_z}{\pi l (1 + 4\chi^2)}$, $b^2 = \dfrac{G_c \Lambda d_z}{\pi l (1 + 4\chi^2)}$ (далее индекс в обозначениях пьезомодуля и критерия разрушения опускаем).

На рис. 2 представлен график зависимости (5), где по оси абсцисс отложена нагрузка σ, по оси ординат — нагрузка τ.

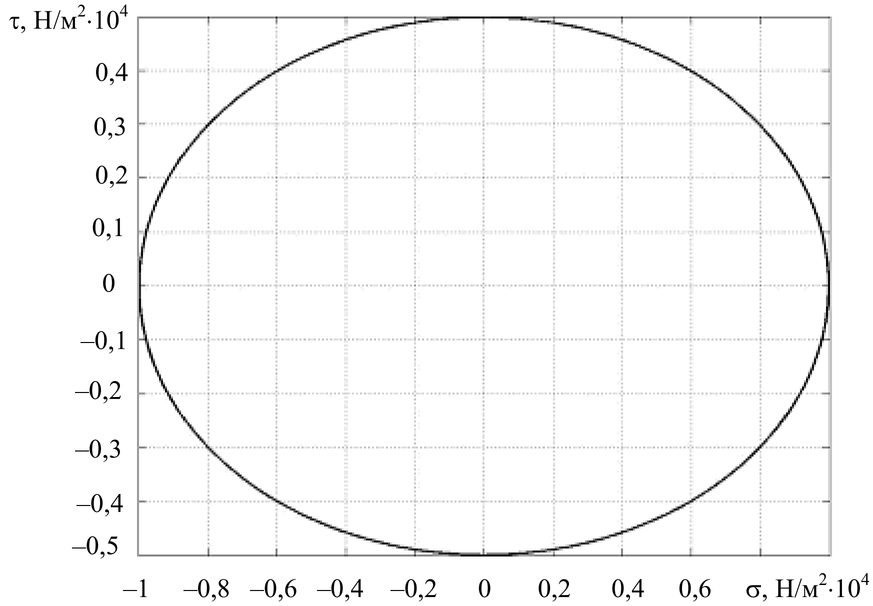

Рис. 2

Введем обозначение:

$$D^2 = \frac{Gd}{l}, \tag{6}$$

тогда

$$a^2 = D^2 \pi 4 \left(1 + 4\chi^2\right),\ b^2 = D^2 \pi \Lambda \left(1 + 4\chi^2\right).$$

В формуле (6) пьезомодуль d, интенсивность освобождения энергии G (скорость освобождения энергии) и длина трещины l связаны зависимостью, где D^2 имеет размерность „напряжение в квадрате“. Таким образом, зная предельную кривую (см. рис. 2), можно определить допустимый размер трещины при заданном пьезоупругом нагружении. Агрегатный модуль D^2 в определенной степени характеризует „энергию ускорений“ [2], умноженную на плотность приповерхностного слоя трещины.

Обратимся, далее, к решению рассматриваемой задачи применительно к телу конечных размеров. На рис. 3 представлено схематическое изображение пьезоэлектрического схвата, для которого справедливы следующие значения параметров [3]:

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma\sqrt{\pi l} \cdot Y_1\left(\frac{l}{L}\right) = 237 \cdot 10^9\ \text{Н/м}^2;\quad K_{\mathrm{III}} = \tau\sqrt{\pi l} \cdot Y_3\left(\frac{l}{L}\right) = 59 \cdot 10^9\ \text{Н/м}^2,$$

где Y_1 [4—6] и Y_3 [7] — поправочные функции.

Тогда

$$\sigma Y_1\left(\frac{l}{L}\right) = \frac{6M_1 l}{th^3} = \frac{6MP_1 l^2}{th^3} = 1728 \cdot 10^9\ \text{Н/м}^2,$$

где $l = 0,6 \cdot 10^{-2}$ м; $t = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; $P_1 = 100$ Н, и

$$\tau Y_3\left(\frac{l}{L}\right) = \frac{6M_3 l}{t^3 h} = \frac{6MP_3 l^2}{t^3 h} = 432 \cdot 10^9\ \text{Н/м}^2,$$

где $l = 0,6 \cdot 10^{-2}$ м; $t = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; $P_3 = P_1 \cdot 10^{-2}$ Н.

Вычислим плотность эффективной энергии разрушения $\gamma = G/2 = 1425 \cdot 10^8$ Н/м и найдем предельные нагрузки: $\sigma = 10^4$ Н/м², $\tau = 0,5 \cdot 10^4$ Н/м².

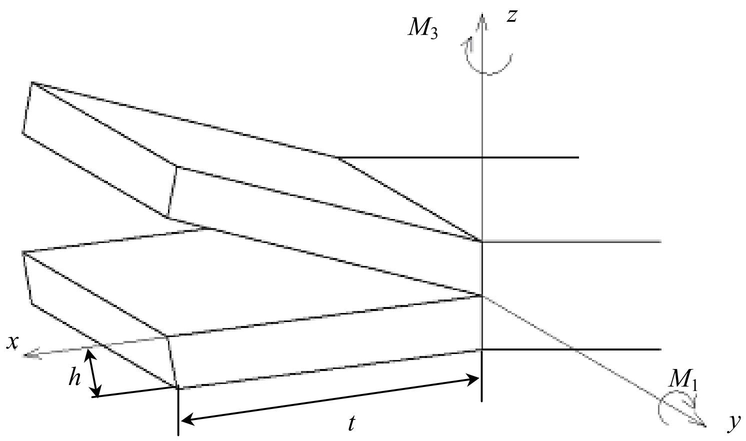

Рис. 3

Рассмотрим задачу об усталостном разрушении. Примем, что размах цикла напряжений

$$\Delta\sigma = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 24 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2 \text{ или } \Delta\sigma = 2D\sqrt{\pi(4 + \Lambda)(1 + 4\chi^2)},$$

тогда $\sigma = \dfrac{\Delta\sigma}{2\sin(\omega t)}$.

Для оценки усталостной прочности используется закон Пэриса [4, 5]:

$$\frac{dl}{dN} = C_1(\Delta K)^n,$$

где $\Delta K = f\Delta\sigma$ — размах коэффициента интенсивности при $f = 1$; для $n = 4$ и $C = 2 \cdot 10^{-10}$ [6, 7] получим значение $\dfrac{dl}{dN} = 66,36 \cdot 10^6$, где N — число циклов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Партон В. З., Морозов Е. М.* Механика упругопластического разрушения: Специальные задачи механики разрушения. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 192 с.
2. *Аппель П.* Теоретическая механика. М.: Гостехиздат, 1960. Т. 1, 2.
3. *Смирнов А. Б.* Системы микроперемещений с пьезоэлектрическими приводами: Мехатроника и робототехника. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2003. 160 с.
4. *Пестриков В. М., Морозов Е. М.* Механика разрушения на базе компьютерных технологий: Практикум. СПб: „БХВ-Петербург“, 2007. 450 с.
5. *Хеллан К.* Введение в механику разрушения. М.: Мир, 1988. 364 с.
6. *Amvrosieva A., Musalimov V.* Fracturing mechanism the push-wire connector // Proc. of the 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference. Lisbon, 2009.
7. *Amvrosieva A., Musalimov V.* Fatigue fracture of miniature piezoelectric grabs // Proc. of the XV Intern. Colloquium Mechanical Fatigue of Metals. Opole, 2010.

Сведения об авторах

Анна Владимировна Амвросьева — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии; E-mail: destyni@mail.ru

Виктор Михайлович Мусалимов — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; E-mail: musVM@yandex.ru

Рекомендована кафедрой мехатроники

Поступила в редакцию 05.10.10 г.