## Ю. С. БЕХТИН, Д. В. ТИТОВ

## КОМПРЕССИЯ ЗАШУМЛЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ АДАПТИВНЫМ ВЕЙВЛЕТ-КОДЕКОМ

Представлен основанный на итеративном извлечении когерентных структур новый метод построения вейвлет-кодеков, предназначенных для компрессии зашумленных изображений.

Ключевые слова: вейвлет, алгоритм, фактор, изображение.

**Введение.** Современный рынок радиоэлектронных устройств предлагает ряд микрочипов, специально созданных для компрессии видеоданных. Большую их часть составляют так называемые вейвлет-кодеки (например, ADV6xx фирмы Analog Devices). Такие кодеки базируются на одном из известных методов вейвлет-компрессии изображений, как EZW, SPIHT, EBCOT, JPEG2000 и др. [1—4]. К сожалению, они малоэффективны при заданной степени сжатия зашумленных изображений, которые описываются моделью вида [4]:

$$Y = X + Z , \tag{1}$$

где *Y* — наблюдаемое изображение, *X* — неизвестный оригинал, *Z* — не зависящий от оригинала *X* аддитивный (гауссов) шум с нулевым средним.

Различные методы компрессии зашумленных изображений могут быть разделены на две группы. Методы первой, например [5, 6], нацелены на достижение максимально возможного качества декодированных искаженных изображений путем применения такой степени сжатия, при которой достигается наибольшее значение пикового отношения сигнал/шум (ПОСШ). Подобные методы относительно легко реализовать на существующих микрочипах, однако при этом не всегда обеспечивается заданная степень сжатия. Методы второй группы (см. например, [7]) нацелены на поиск оптимального критерия распределения квоты битов. Однако такие методы содержат громоздкие вычислительные процедуры и пока не могут быть реализованы на микрочипах.

В настоящей статье предлагается способ сокращения вычислительных процедур, который может быть реализован на микрочипах благодаря относительной простоте и быстрой сходимости алгоритма.

**Постановка задачи.** Вейвлет-декомпозиция *W* зашумленного изображения (1) может быть также представлена в виде аддитивной модели

$$W_Y = W(Y) = W(X + Z) = W(X) + W(Z) = W_X + W_{\Xi},$$
(2)

где  $W_X = W(X), W_{\Xi} = W(Z)$  — центрированные и некоррелированные случайные процессы, причем процесс  $W_{\Xi}$  условно полагаем нормально распределенным.

Вейвлет-коэффициенты должны быть подвергнуты пороговой обработке и закодированы. С учетом ошибки равномерного квантования  $\Delta^2 = 12\sigma_{uq}^2$  [4], где  $\Delta$  — интервал квантования, значение порога  $\tau$  может быть приравнено нулевой зоне кодека  $\tau = \theta \Delta$ , что дает

$$\tau^2 = 12\theta^2 \sigma_{uq}^2, \tag{3}$$

где  $\theta$  — коэффициент, регулирующий отношение между шириной нулевой зоны и интервалом квантования (по умолчанию для многих кодеков  $\theta$ =1). Значение  $\tau$  может быть приравнено любому вейвлет-коэффициенту  $\tau = |w_{Y_M}|$ , M < I, I — число точек изображения.

Вейвлет-коэффициенты, попавшие в нулевую зону, считаются незначимыми и обнуляются. Следовательно, можно ожидать некоторого шумоподавления при компрессии зашумленных изображений. Тогда средняя квадратическая ошибка (СКО) восстановления оригинала

$$E\left\{\left\|W_{X} - W_{\hat{X}}\right\|^{2}\right\} = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} (w_{X_{i}} - w_{\hat{X}_{i}})^{2} = \sigma^{2} - \varepsilon\tilde{\sigma}^{2} + \sigma_{W_{\xi}}^{2} + \varepsilon\sigma_{uq}^{2},$$
(4)

где  $\sigma^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} w_{Y_i}^2$  — дисперсия всех вейвлет-коэффициентов;  $\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} w_{Y_i}^2$  — дисперсия значимых вейвлет-коэффициентов (оставшихся после пороговой обработки),  $M/I = \varepsilon$ ;  $\sigma_{W_{\xi}}^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} w_{\xi_i}^2$  — дисперсия вейвлет-коэффициентов шума с нулевым средним;  $\sigma_{uq}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \sigma_{uqi}^2$  — дисперсия ошибки квантования для *M* значимых вейвлет-коэффициентов.

Из уравнения (4) следует, что для достижения наибольшего ПОСШ необходимо получить максимальное значение дисперсии значимых вейвлет-коэффициентов и минимальное — дисперсии ошибки квантования. Данные требования противоречивы, поскольку большое значение M, снижающее ошибку аппроксимации, приводит к увеличению ошибки квантования. Таким образом, необходимо найти оптимальное в смысле минимума СКО (4) значение порога, определяющего число значимых вейвлет-коэффициентов M.

Алгоритм работы кодека. В соответствии с уравнением (4) полученная после компрессии минимальная СКО, записанная в форме  $E\left\{ \left\| W_X - W_{\hat{X}} \right\|^2 \right\}$ , эквивалентна максимуму  $\epsilon \left( \tilde{\sigma}^2 - \sigma_{uq}^2 \right)$ . Метод функционирования кодека, базирующийся на извлечении *M* когерентных

структур из зашумленного изображения, представляется в итеративной форме:

$$f(M) = \varepsilon(\tilde{\sigma}^2 - \sigma_{uq}^2) \to \max_M , \qquad (5)$$

$$\forall \left| w_{Y_i} \right|^2 \ge \rho_{I-M}^2 \sum_{i=M+1}^{I} \left| w_{Y_i} \right|^2 = \rho_{I-M}^2 I \left( \sigma^2 - \varepsilon \tilde{\sigma}^2 \right), \tag{6}$$

где пороговое значение для коэффициента корреляции между нормальным шумом и любым вейвлет-базисом определяется как [8]:

$$\frac{\max_{1 \le k \le I} \left| w_{\xi_k} \right|}{\left\| Z \right\|} \le \frac{\sqrt{2 \ln I} \sigma_Z}{\sqrt{I} \sigma_Z} = \frac{\sqrt{2 \ln I}}{\sqrt{I}} = \rho_I.$$
(7)

Оценка  $\hat{X}$  оригинального изображения является суммой M когерентных структур

$$\hat{X} = \sum_{k=1}^{M} W^{-1} \left\{ w_{Y_k} \right\},$$
(8)

вычисленных через обратное вейвлет-преобразование, которые формируют псевдоизображения по правилу

$$Y_M = Y - \sum_{k=1}^M W^{-1} \left\{ w_{Y_k} \right\} = \sum_{k=M+1}^I W^{-1} \left\{ w_{Y_k} \right\}.$$
(9)

Таким образом, поиск когерентных структур схож с грубой пороговой обработкой вейвлет-коэффициентов с величиной порога [8]

$$\tau = \rho_{I-M} \sqrt{\sum_{k=M+1}^{I} |w_{Y_k}|^2} .$$
 (10)

Если произведена сортировка всех вейвлет-коэффициентов по амплитуде, предлагаемый алгоритм будет содержать следующую последовательность шагов.

1. Положить *M* = *I* – 1 (инициализация алгоритма).

2. Вычислить кумулятивную сумму квадратов вейвлет-коэффициентов и в соответствии с (10) вычислить значение порога для данного (текущего) коэффициента корреляции  $\rho_{I-M}$ .

3. Вычислить новое (скорректированное) значение *М* числа значимых вейвлет-коэффициентов, используя неравенство (6).

4. Проверить достижение максимума целевой функции (5).

5. Если максимальное значение целевой функции (5) получено, то закончить вычисления; в противном случае — переход к шагу 2.

**Результаты моделирования.** К настоящему времени собран достаточно обширный статистический материал, доказывающий эффективность разработанного кодека. В таблице приводятся усредненные численные результаты компрессии четырех тестовых изображений, взятых из библиотеки MatLab [4]. Для сравнения использовались алгоритм компрессии SPIHT и так называемый "идеальный кодер" Oracle [3, 8].

Кодек (для 0,2 б/пкс)		$\sigma_Z^2$		
		10	25	35
ПОСШ, дБ	Oracle	32,24	29,25	25,67
	SPIHT	30,27	25,89	24,68
	Адаптивный вейвлет	31,02	28,39	24,58
SSIM	Oracle	0,89	0,81	0,76
	SPIHT	0,64	0,58	0,47
	Адаптивный вейвлет	0,78	0,74	0,69

Аддитивный шум в соотношении (1) моделировался с использованием генератора случайных чисел, распределенных по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_Z^2$ , изменяющейся в ходе экспериментов. Для кодека использовалось трехуровневое быстрое вейвлет-преобразование на основе биортогонального банка фильтров CDF 9.7 [4]. Численные результаты для ПОСШ и комплексной оценки структурного сходства SSIM (Structural SIMilarity) приведены в таблице. На рис. 1 и 2 показаны результаты применения нового кодека для обработки радиолокационного изображения (для 8 и 0,2 б/пкс соответственно). Как видно из таблицы и рисунков, предложенный алгоритм обеспечивает лучшее восстановление зашумленного изображения как визуально, так и численно по критериям ПОСШ и SSIM.

Эксперименты показали, что предложенный алгоритм имеет относительно быструю сходимость. Это означает, что после трех итераций не наблюдается улучшение восстановленно-го после компрессии зашумленного изображения. Это важное свойство алгоритма позволяет

реализовать его на микрочипах, работающих в реальном масштабе времени. Предлагаемый алгоритм запрограммирован на ПЛИС фирмы Xilinx с помощью программного обеспечения ISE версии 6.3 и апробирован с помощью специально разработанного симулятора.



Данная работа выполнена в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 гг.", контракт 16.740.11.0086.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Shapiro J.* Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients // IEEE Trans. on Signal Proc. 1993. Vol. 41. P. 3445—3462.
- 2. Lewis A. S., Knowles G. Image compression using the 2-D wavelet transform // IEEE Trans. on Image Proc. 1992. Vol. 1, N 2. P. 244—250.
- 3. *Said A., Pearlman W. A.* A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees // IEEE Trans. on Circ. and Syst. Video Tech. 1996. Vol. 6.
- 4. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing. NY: Addison Wesley, 1992.
- 5. Ponomarenko N., Lukin V., Zriakhov M., Egiazarian K., Astola J. Estimation of accessible quality in noisy image compression // Proceedings of EUSIPCO. Florence, Italy, 2006. September.
- Al-Snaykh O.-K., Mercereau R. M. Lossy compression of noisy images // IEEE Trans. on Image Proc. 1998. Vol. 7, N 12. P. 1641—1652.
- 7. Chang S. G., Yu B., Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image de-noising and compression // IEEE Trans. on Image Proc. 2000. Vol. 9, N 9. P. 1532—1546.
- 8. *Mallat S., Zhang Z.* Matching pursuits with time-frequency dictionaries // IEEE Trans. on Signal Proc. 1993. Vol. 41, N 12. P. 3397—3415.

		Сведения об авторах
Юрий Станиславович Бехтин		д-р техн. наук, профессор; Рязанский государственный радиотехниче-
		ский университет, кафедра автоматики и информационных техноло-
		гий в управлении; E-mail: aitu@rgrtu.ryazan.ru
Дмитрий Витальевич Титов	_	аспирант; Юго-Западный государственный университет, кафедра вы- числительной техники, Курск; E-mail: amazing2004@inbox.ru
Рекомендована Юго-Западным		Поступила в редакцию
государственным университетом		24 10 11 r